

## THD의 복소 성분을 이용한 고조파 왜곡 환경에서의 전력량 계산

최종욱\*, 장길수\*, 권세혁\*, 이한민\*\*, 김병진\*\*\*  
 \*고려대학교, \*\*한국철도기술연구원, \*\*\*현대중공업

### Computation of distortion power using complex THD in harmonic distortion involved

Joung-Ug Choi\*, Gilsoo Jang\*, Sae-Hyuk Kwon\*, Han-Min Lee\*\*, B.J.Kim\*\*\*  
 \*Korea University, \*\*Korea Railroad Research Institute, \*\*\*Hyundai Heavy Industrial Co.

**Abstract** - This paper introduces a new algorithm to calculate distortion power using complex THD(Total Harmonic Distortion) index. The proposed algorithm involves FFT(Fast Fourier Transform) to compute real and imaginary THDs of voltage and current. Case studies are presented to show the availability of the proposed method.

### 1. 서 론

최근 산업설비는 첨단화, 자동화되면서 과거에 사용하던 설비들에 비해 전원품질변동에 훨씬 민감한 장비들이 있다. 현대의 산업설비들은 주로 마이크로프로세서에 의한 제어방식을 채택하고 있으며, 전력전자 소자들로 구성된 이러한 기기들의 사용은 필연적으로 고조파를 발생시키며, 이 발생된 고조파는 전원계통 측으로 유입되어 전원계통의 고조파 문제를 일으켜 수많은 종류의 설비가 연계되어 있는 전원계통에서 불특정 설비의 오동작, 전력순설의 증가 등의 문제가 발생되고 있다. 또한 설비 중에서 히터의 온도제어를 위해 사용되는 전력 조정기에도 SCR, TRIAC 같은 전력전자소자가 대부분 사용되고 있으며, 특히 일반적으로 사용되는 위상 제어방식은 전력전자 소자의 접촉각을 제어하므로 Turn ON/OFF시 고조파를 많이 발생시키고 있다.

이러한 환경 하에서 전력량의 측정은 고조파에 의한 오차를 포함하게 되며, 이러한 오차에 대한 분석과 보정을 필요로 하게 된다. 본 논문에서는 고조파 왜곡이 존재하는 상황에서 전력을 계산하는 알고리즘을 제안한다.

### 2. 본 론

#### 2.1 고조파 왜곡 정량화 지수 (THD)

##### 2.1.1 전고조파 함유율 (Total Harmonic Distortion : THD)

고조파는 전자회로의 L(코일), C(콘덴서)등 비선형부 하에 의한 전류 왜곡에 의해 발생한다. 고조파가 포함되면 안정된 정현파가 일그러진 형태로 나타나게 된다. 이것은 상용전원의 기본파(60Hz)에 대한 정수배인 주파수 성분의 합성으로 분석되며 기본파 전류에 대한 전체 고조파 성분의 전류를 전류 고조파 함유율이라 한다. 역율(power factor)을 규정하는 이유는 무효전력을 감소시켜 효율을 증대시킴으로서 전력을 효율적으로 사용하기 위함이다. 이러한 왜곡파의 질을 나타내는 수치로는 통상, 전고조파 함유율 (Total Harmonic Distortion) 및 고조파 함유율로 나타낼 수 있다.

전고조파 함유율은 전력 시스템 전압에서 고조파의 영

향을 확인하는데 사용된다. 전고조파 함유율은 low-voltage, medium-voltage 그리고 high-voltage 계통에 사용되어 진다.

식으로 표현하면 다음과 같다.

$$THD = \sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}{V_1^2}} \times 100\% \quad (1)$$

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}}{V_1} \times 100\% \quad (2)$$

단,  $V_n$  : 제 n 차 고조파 전압의 실효치  
 $V_1$  : 기본파 전압의 실효치

위의 식에서와 같이 고조파 전압 실효치와 기본파 전압 실효치의 비로서 나타내며 고조파 발생의 정도를 나타내는데 많이 사용된다.

여기서  $V_1$ 은 기본파 전압이고,  $V_2, V_3, \dots$ 은 각 차수별 고조파 전압이다.

고조파 함유율은 어떤 차수의 고조파 성분 실효치의 기본파 성분 실효치에 대한 비율로 다음 식 (3)와 같이 표시된다.

$$\frac{I_n}{I_1} \times 100\% \text{ 또는 } \frac{V_n}{V_1} \times 100\% \quad (3)$$

#### 2.2 고조파 왜곡 환경에서의 전력 계산

##### 2.2.1 기본적인 전력 계산 방법

순시 전력은 전압  $v(t) = V_1 \cos(\omega_0 t + \delta_1)$ 과 전류  $i(t) = I_1 \cos(\omega_0 t + \theta_1)$ 을 사용하여 표현하면 다음과 같다. 고조파 왜곡이 없는 경우 전압과 전류의 크기  $V$ 와  $I$ 는 기본파의 크기  $V_1$ 과  $I_1$ 이 된다.

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t) \cdot i(t) \\ &= V \cos(\omega t + \delta) \cdot I \cos(\omega t + \theta) \\ &= \frac{VI}{2} \cos(2\omega t + \theta + \delta) + \frac{VI}{2} \cos(\delta - \theta) \end{aligned} \quad (4)$$

위 식에서 유효(평균) 전력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P &= \frac{VI}{2} \cos(\theta - \delta) \\ &= V, I, \cos(\theta - \delta) \end{aligned} \quad (5)$$

위 식에서  $V_r$  과  $I_r$  은 고조파 왜곡 환경에서는 다음과 같다.

$$V_r = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + V_4^2 + \dots + V_n^2} \quad (6)$$

$$I_r = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + I_4^2 + \dots + I_n^2}$$

## 2.2.2 알고리즘 : 복소수 THD의 사용

고조파 왜곡 환경 하에서 각 전압과 전류에 대해 FFT(Fast Fourier Transform)을 수행하면 결과는 각 고조파 성분에 대해 실수부와 허수부로 구성된 복소수 형태이므로 각각을 구분하여 고조파 왜형율을 구할 수 있다. THD를 실수와 허수부로 구분하여 계산하고, 이를 이용하여 고조파 왜곡이 반영된 전압과 전류 표현식을 구해 전력을 계산하게 된다. 전압과 전류의 실수 THD와 허수 THD를 계산하는 식은 다음과 같다.

$$THD_{V_{real}} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_{nreal}^2}}{V_1} \quad (7)$$

$$THD_{V_{imag}} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_{nimag}^2}}{V_1} \quad (8)$$

$$THD_{I_{real}} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_{nreal}^2}}{I_1} \quad (9)$$

$$THD_{I_{imag}} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_{nimag}^2}}{I_1} \quad (10)$$

기존의 THD와 여기서 제안된 THD<sub>real</sub>과 THD<sub>imag</sub>와의 관계는 다음과 같다.

$$THD^2 = THD_{real}^2 + THD_{imag}^2 \quad (11)$$

직교필터를 통해서 얻어진 전압과 전류의 기본파 값에 FFT를 통해서 얻어진 전체 고조파 왜형율을 이용하여 아래 식과 같은 고조파의 영향을 고려한 전압  $V_D$  와 전류  $I_D$  를 계산할 수 있다.

$$V_D = V_{1real}\sqrt{(1+THD_{Vreal}^2)} + jV_{1imag}\sqrt{(1+THD_{Vimag}^2)} \quad (12)$$

$$I_D = I_{1real}\sqrt{(1+THD_{Ireal}^2)} + jI_{1imag}\sqrt{(1+THD_{Imag}^2)} \quad (13)$$

왜형 전압과 전류를 이용하여 유효전력과 무효전력을 계산할 수 있으며, 이와 같은 왜형율을 고려한 전력(distortion power)은 비선형 부하가 발생하는 고조파의 영향을 반영한 것이다.

$$P_D = V_{1real}\sqrt{(1+THD_{Vreal}^2)} \times I_{1real}\sqrt{(1+THD_{Ireal}^2)} \quad (14)$$

$$+ V_{1imag}\sqrt{(1+THD_{Vimag}^2)} \times I_{1imag}\sqrt{(1+THD_{Imag}^2)}$$

$$Q_D = - V_{1real}\sqrt{(1+THD_{Vreal}^2)} \times I_{1mag}\sqrt{(1+THD_{Imag}^2)} \quad (15)$$

$$+ I_{1real}\sqrt{(1+THD_{Ireal}^2)} \times V_{1mag}\sqrt{(1+THD_{Vmag}^2)}$$

본 예에서는 데이터 처리의 실시간성을 보장하기 위하여 분석 가능한 고조파의 차수를 실제 전력계통에서 주도적인 영향을 미치는 제11차 고조파로 제한하여 적용

하였다.

$$TPF = \frac{\sum P_n}{V_{rms} \cdot I_{rms}} \quad (16)$$

$$DPF = \frac{KW_1}{KVA_1} = \cos\theta \quad (17)$$

여기서 TPF(true power factor)와 DPF(displacement power factor)이다.

## 2.3 시험 계통을 통한 검증

제안한 알고리듬에 대하여 4가지 Case에 대해 기본적인 전력량 계산과 비교하였다. 간단하게 고조파는 3, 5, 7고조파를 고려하여 계산 하였다.

표 1. 전압과 전류 위상 V=113.65V, I=16.23A

	CASE	기본파	3고조파	5고조파	7고조파
A	$V_A$	113.65∠0°	0	0	0
	$I_A$	15∠-30° (12.99-j7.5)	5.8∠0°	2∠0°	1∠0°
B	$V_B$	105∠0°	35∠0°	21∠0°	15∠0°
	$I_B$	15∠0°	5∠0°	3∠0°	$\frac{15}{7}∠0°$
C	$V_C$	105∠0°	35∠0°	21∠0°	15∠0°
	$I_C$	15∠-30° (12.99-j7.5)	5∠-90° (0-j5)	3∠-150° (-2.598-j1.5)	$\frac{15}{7}∠150°$ (-1.856-j1.07)
D	$V_D$	105∠0°	40.82∠180° (-40.82+j0)	0	15∠0°
	$I_D$	15∠-30° (12.99-j7.5)	0	5.44∠-60° (2.72-j4.71)	3∠-30° (2.598-j1.5)

네가지 각 경우의 전압과 전류를 표시하면 다음과 같다.

$$V_A(t) = \sqrt{2}[113.65 \cos(\omega_0 t)]$$

$$I_A(t) = \sqrt{2}[15 \cos(\omega_0 t - 30) + 5.8 \cos(3\omega_0 t) + 2 \cos(5\omega_0 t) + 1 \cos(7\omega_0 t)]$$

$$V_B(t) = \sqrt{2}[105 \cos(\omega_0 t) + 35 \cos(3\omega_0 t) + 21 \cos(5\omega_0 t) + 15 \cos(7\omega_0 t)]$$

$$I_B(t) = \sqrt{2}[15 \cos(\omega_0 t) + 5 \cos(3\omega_0 t) + 3 \cos(5\omega_0 t) + \frac{15}{7} \cos(7\omega_0 t)]$$

$$V_C(t) = \sqrt{2}[105 \cos(\omega_0 t) + 35 \cos(3\omega_0 t) + 21 \cos(5\omega_0 t) + 15 \cos(7\omega_0 t)]$$

$$I_C(t) = \sqrt{2}[15 \cos(\omega_0 t - 30) + 5 \cos(3\omega_0 t - 90) + 3 \cos(5\omega_0 t - 150) + \frac{15}{7} \cos(7\omega_0 t + 150)]$$

$$V_D(t) = \sqrt{2}[105 \cos(\omega_0 t) + 40.82 \cos(3\omega_0 t) + 15 \cos(7\omega_0 t)]$$

$$I_D(t) = \sqrt{2}[15 \cos(\omega_0 t - 30) + 5.44 \cos(5\omega_0 t - 60) + 3 \cos(7\omega_0 t - 30)]$$

위의 식으로부터 전압과 전류의 rms 값과 유효전력 및 무효전력을 구하고 역율을 이용하여 Q값을 보정한 Q'을 계산한다. 이 계산된 결과는 아래의 표 2에 보여진다. 이 결과는 기본적인 전력계산을 기본으로 계산되어진 값이다.

표 2. 기본적인 전력계산 결과

	Case A	Case B	Case C	Case D
$V_1$	$113.65 \angle 0^\circ$	$105 \angle 0^\circ$	$105 \angle 0^\circ$	$105 \angle 0^\circ$
$I_1$	$15 \angle -30^\circ$	$15 \angle 0^\circ$	$15 \angle -30^\circ$	$15 \angle -30^\circ$
$P_1$	1476.3568	1575	1363.99	1363.99
$V_{rms}$	113.65	113.6486	113.6486	113.6498
$I_{rms}$	16.2370	16.2355	16.2355	16.2356
$P$	1476.3568	1845.1429	1281.5939	1402.96
$Q$	852.3750	0	977.9286	810
$S$	1845.3351	1845.1418	1845.1418	1845.1727
$pf$	0.8	1.0	0.6946	0.7603
$Q'$	1107.2011	0	1327.5661	1198.5727

이제 이 논문에서 제시하는 알고리즘을 이용하여 전압과 전류의 THD값의 복소성분을 계산하고, 이를 이용하여 식(12), (13)에 의해 고조파 왜곡이 고려된 새로운 전압과 전류값을 계산하고, 식(14), (15)에 의해 유효전력과 무효전력의 값을 계산한다. 이 결과는 표 3에 나타내었다.

표 3. 복소수 THD를 사용한 알고리즘을 이용한 계산

	Case A	Case B	Case C	Case D
$THD_{V_{real}}$	0	0.41415	0.41415	0.4142
$THD_{V_{imag}}$	0	0	0	0
$THD_v$	0	0.41415	0.41415	0.4142
$THD_{I_{real}}$	0.4144	0	0.21286	0.2508
$THD_{I_{mag}}$	0	0.41415	0.35525	0.3295
$THD_i$	0.4144	0.41415	0.41414	0.41416
$V_D$	113.65	113.6486	113.6486	113.6506
$I_D$	14.0612 +j7.5 (15.9364 $\angle 28.0747^\circ$ )	16.2355	13.2810 -j7.9592 (15.4833 $\angle -30.9339^\circ$ )	13.3923 -j7.8966 (15.5470 $\angle -30.5252^\circ$ )
$P_D$	1598.0556	1845.1444	1509.3702	1522.0445
$Q_D$	852.3750	0	904.5524	897.4593
$TPF$	0.8	1.0	0.6946	0.7603
$DPF$	0.866	1.0	0.866	0.866

이제 기본적인 전력계산에 의한 결과와 새롭게 제시한 알고리즘에 의해 계산된 값을 참고문헌[1]에 제시되어

있는 값들과 비교해 보도록 한다. 아래 표 4에 나타내져 있는 값들은 참고문헌에서 제시되어 있는 전력값들이다.

표 4. 전압과 전류의 rms 값이 같지만 waveform이 다른 4개의 회로의 전력량 값

	Magnitude	Case A	Case B	Case C	Case D
Active	$P(W)$	1476	1845	1282	1403
Budeanu	$Q_B(Var)$	852	0	978	810
Shepherd	$S_X(VA)$	852	0	1046	811
Sharon	$Q_S(Var)$	852	0	1046	870
Emanuel	$Q_J(Var)$	852	0	788	788
Fryze	$Q_J(Var)$	1107	0	1327	1198
Budeanu	$D(VA)$	707	0	897	883
Apparent	$S(VA)/PF$	1845/ 0.80	1845/1	1845/ 0.695	1845/ 0.76

이 세 개의 표에서 유효전력 값과 무효전력 값을 비교해 보면 기본적인 전력계산에서의 유효전력 P와 무효전력 Q는 표 4의  $P(W)$ 와  $Q_B(Var)$ 에 거의 같은 값을 가지고, 역율에 의해 보정된 무효전력 Q'는 표 4의  $Q_J(Var)$ 와 거의 비슷한 값을 가진다.

이 논문에서 제시한 새로운 알고리즘에 의해 계산된 값은 왜곡전력(distortion power)에 의한 전력 변동이 유효전력에 반영된 결과로 유효전력의 값은 커지고 무효전력의 값은 조건에 따라 크거나 작은 결과를 확인 할 수 있다.

### 3. 결 론

고조파 왜곡이 포함한 전력량의 정확하게 계산하는 것은 쉽지 않다. 하지만 앞으로 고조파 왜곡에 의한 전력 품질에 관한 문제가 점차 큰 문제로 제기 될 것이다. 이에 관하여 다양한 변수들을 이용하여 연구가 지속되고 있지만, 본 논문에서는 퓨리에 변환을 이용한 THD의 복소 성분을 이용하여 전압과 전류를 실수 부분과 허수 부분으로 분해하고 이를 이용해 각각을 조합하여 새로운 고조파 왜곡을 포함한 전압과 전류값을 계산하여 유효전력과 무효전력을 계산하는 방법을 제시했다. 4가지 Case의 예를 통해 기본적인 전력량 계산값과 새롭게 제시한 알고리즘에 의한 전력량 계산 방법을 비교 했다.

왜곡전력의 유·무효 전력으로의 변환에 의해 오차가 발생하며, 제안된 알고리즘을 전력량 계산에 적용하기 위해서 왜곡전력의 적절한 유효전력 반영을 위한 알고리즘 보완이 진행 중이다.

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력공학 공동연구소 주관으로 수행된 과제임.  
[2002년 지원 증기과제]

### [참 고 문 헌]

- J.Arrillaga, N.R.Watson,S.Chen "POWER SYSTEM QUALITY ASSESSMENT"
- Roger C.Dugan, Mark F. McGranaghan, Surya Santoso, H.Wayne Beaty "Electrical Power Systems Quality"