2003년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2003.7.21-23

도매전력시장에서 N명 발전사업자의 꾸르노 모델을 이용한 혼합 내쉬 균형점 도출 방법론 개발 연구

임정열*, 이기송*, 양광민*, 박종배*, 신중린*
건국대학교 전기공학과*

A Study on Evaluation Method of Mixed Nash Equilibria by Using the Cournot Model for N-Genco. in Wholesale Electricity Market

Jung-Youl Lim*, Ki-Song Lee*, Kwang-Min Yang*, Jong-Bae Park*, Joong-Rin Shin*
Dept. of Electrical Engineering, Kon-Kuk University*

Abstract - This paper presents a method for evaluating the mixed nash equilibria of the Cournot model for N-Gencos. in wholesale electricity market. In the wholesale electricity market, the strategies of N-Genco. can be applied to the game model under the conditions which the Gencos. determine their stratgies to maximize their benefit. Generally, the Lemke algorithm is evaluated the mixed nash equlibria in the two-player game model. However, the necessary condition for the mixed equlibria of N-player are modified as the necessary condition of N-1 player by analyzing the Lemke algorithms. Although reducing the necessary condition for N-player as the one of N-1 player, it is difficult to find the mixed nash equilibria participated two more players by using the mathmatical approaches since those have the nonlinear charateristics. To overcome the above problem, this paper presents the generalized necessary condition for N-player and proposed the object function to find the mixed nash equlibrium. Also, to evaluate the mixed equilibrium through the nonlinear objective function, the Particle Swarm Optimization (PSO) as one of the heuristic algorithm are proposed in this paper. To present the mixed equlibria for the stategy of N-Gencos. through the proposed necessry condition and the evaluation approach, this paper proposes the mixed equilibrium in the cournot game model for 3-players.

1. 서 론

전세계 여러 국가에서의 전력산업은 수직통합형 구조에서 경쟁적 전력시장으로 변모하고 있다. 이러한 경쟁적 전력시장에서는 기존의 수직통합형 구조에서의 접근방법인 비용최소화 방법론과 달리 시장참여자들의 이익을 극대화 할 수 있는 방향으로 운영되고 있다[1].

향후, 우리나라에 도입될 양방향 도매전력시장에서 전력거래는 발전사업자, 판매 및 배전사업자의 입찰을 통하여 거래가격과 물량이 결정된다. 이때, 입찰과정에서 각 시장참여자들은 자신의 이익을 극대화하기 위한 합리적인 전략을 수립하여 공급가격(구매가격)과 공급물량(구매물량)을 제시할 것으로 판단된다. 따라서, 양방향 도매전력시장에서의 시장참여자의 이익극대화를 위한 전략을 도출하기 위해서는 전력시장에서의 게임이론의 적용은 필수 불가결한 것이라 할 수 있다.

전력시장에서의 시장참여자들의 전략을 분석하기 위해 적용된 게임이론 모델은 크게 꾸르노(Cournot) 모델과 베르뜨랑(Bertrant) 모델이 이용되고 있으며, 위의 모델을 이용하여 시장참여자들의 순수전략(Pure Strategy)과 혼합전략(Mixed Strategy)을 도출할 수 있는 방법론을 제시하고 있다[2]. 참고문헌 [3]에서는 꾸르노 모델을 이용하여 송전선 제약이 존재할 경우의 시장참여자들의 순수전략을 도출하였으며, [4]에서는 시장참여자들의 선형 입찰함수를 이용하여 최적반응함수를 통한 내쉬 균형점을 도출할 수 있는 방법을 제안하였다. 또한, 참고문헌 [5]에서는 입찰가 방식으로 시장가격이 결정되는 전력시장에서 시장참여자들의 혼합전략을 Lemke 알고리즘을 이용하여 도출하였다.

하지만, 3인 이상의 시장참여자가 존재하는 경우의 혼합전략은 비선형 특성이 존재하게 된다. 따라서, 선형상보문제(Linear Complementary Problem)를 이용한 Lemke 알고리즘은 위의 3인 이상의 혼합전략을 도출할 수 없다는 제약을 가지고 있다[5, 6].

본 논문에서는 N명 시장참여자들의 혼합전략을 도출하기 위해 먼저, Lemke 알고리즘의 알고리즘 분석을 통하여 N명 시장참여자들의 내쉬 균형점 존재에 대한 필요조건을 N-1명의 시장참여자들의 혼합전략으로 나타내고 모든 경기자의 혼합 내쉬균형점에 대한 필요조건을 모두 만족하기 위한 내쉬균형점을 도출하기 위해 목적함수를 제안하였다. 하지만, 위의 혼합 내쉬 균형점을 도출하기 위한 목적함수도 비선형 특성을 가지고 있기 때문에 수학적인 방법으로 균형점을 구할 수가 없다. 따라서, 본 논문에서는 비선형 균형점을 도출하기 위해 Proposed Particle Swarm Optimizaion(PPSO)를 이용하여 도출 하였다.

본 논문에서 제안된 방법론의 효용성을 입증하기 위해 꾸르노 모델을 이용하여 3인 발전사업자의 혼합전략을 제시하였다.

2. N명 게임 정식화

2.1 2명 게임

비영합게임에서 2명 게임은 Lemke 알고리즘을 통해 구할 수 있다. 두 명의 경기자 G_1, G_2의 순수전략이 각각 m, n 개이고 G_1이 i를 선택하고, G_2가 j를 선택할 때 G_1의 보수를 a_{ij}, G_2의 보수를 b_{ij} 이고, 각 경기자의 보수행렬은 A, B이다. G_1, G_2 각각의 선택에 따른 확률을 x_i, y_j라 표현하면 각 경기자의 기대보수는 식 (1)과 같다.

$$x^T A y \quad x^t B y \tag{1}$$
$$\text{s.t.} \quad x=(x_i)\in R^{m\times 1},\ x^T e_m = 1,\ e_m=(1)\in R^{m\times 1},\ x\geq 0$$
$$y=(y_j)\in R^{n\times 1},\ y^T e_n = 1,\ e_n=(1)\in R^{n\times 1},\ y\geq 0$$

이 때, 혼합 내쉬 균형점을 (x^*, y^*)라 하면 내쉬 균형점에 대한 필요조건은 식 (2)와 같이 정의된다[6].

$$x^{*T} A y^* \geq x^T A y^* \tag{2}$$
$$\text{s.t.} \quad x=(x_i)\in R^{m\times 1},\ x^T e_m = 1,\ e_m=(1)\in R^{m\times 1},\ x\geq 0$$
$$x^{*T} B y^* \geq x^{*T} B y$$
$$\text{s.t.} \quad y=(y_j)\in R^{n\times 1},\ y^T e_n = 1,\ e_n=(1)\in R^{n\times 1},\ y\geq 0$$

2.2 4명 게임

2명 게임과는 달리 3명 이상에서의 게임에서는 2차원으로 표현되어 질 수 없다. 즉, 각 경기자의 선택을 표현하기 위해서는 경기자 수만큼의 차원이 높아지게 된다. 따라서, 경기자 G_i가 자신의 순수 전략중 i를 선택했을 경우 자신을 제외한 상대 경기자의 순수전략의 조합으로 보수행렬을 구성하면 다음과 같이 내쉬 필요조건이 도출된다.

- 경기자 : G_1, G_2, G_3, G_4
- 각 경기자들의 순수전략개수 : m, n, o, p
- 각 경기자들의 순수전략에 따른 각 경우의 보수 :
  a_{ijkl}, b_{ijkl}, c_{ijkl}, d_{ijkl} ($ijkl$= 각경기자들의 선택)
- 경기자 G_1 의 선택에 관한 확률 :
  $x=(x_i)\in R^{m\times 1},\ x^T e_m = 1,\ e_m=(1)\in R^{m\times 1},\ x\geq 0$
- 경기자 G_2의 선택에 관한 확률 :
  $y=(y_j)\in R^{n\times 1},\ y^T e_n = 1,\ e_n=(1)\in R^{n\times 1},\ y\geq 0$
- 경기자 G_3 의 선택에 관한 확률 :
  $z=(z_k)\in R^{o\times 1},\ z^T e_o = 1,\ e_o=(1)\in R^{o\times 1},\ z\geq 0$
- 경기자 G_4 의 선택에 관한 확률 :
  $w=(w_l)\in R^{p\times 1},\ w^T e_p = 1,\ e_p=(1)\in R^{p\times 1},\ w\geq 0$

경기자 G_1의 기대보수를 자신의 선택 기준으로 상대 경기자들의 선택에 따른 보수행렬의 합으로 표현하기 위해 다음과 같은 과정을 거쳐 식 (3)과 같이 도출하였다.

$$
\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}\sum_{l=1}^{p} x_i y_j z_k w_l\, a_{ijkl} \\
&= x_1 \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}\sum_{l=1}^{p} y_j z_k w_l a_{1jkl} + \cdots + x_m \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}\sum_{l=1}^{p} y_j z_k w_l a_{mjkl} \\
&= x_1\Big\{w_1 \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o} y_j z_k\, a_{1jk1} + \cdots + w_p \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o} y_j z_k\, a_{1jkp}\Big\} + \cdots \\
&\quad + x_m\Big\{w_1 \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o} y_j z_k\, a_{mjk1} + .. + w_p \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o} y_j z_k\, a_{mjkp}\Big\} \\
&= x_1[y^T A_{1-1} z,\ y^T A_{1-2} z, \ldots, y^T A_{1-p} z] w + \cdots \\
&\quad + x_m[y^T A_{m-1} z,\ y^T A_{m-2} z, \ldots, y^T A_{m-p} z] w \\
&= x_1\ \overline{y^T A_{1-p} z}\ w + \cdots + x_m\ \overline{y^T A_{m-p} z}\ w \\
&= [\ \overline{y^T A_{1-p} z}\ w, \cdots,\ \overline{y^T A_{m-p} z}\ w]\, x \\
&= \overline{\overline{y^T A_{m-p} z}\ w}\ x
\end{aligned} \tag{3}
$$

본 게임의 혼합 균형점을 (x^*, y^*, z^*, w^*)라 하면 균형점일 때의 경기자 G_1의 기대보수는 $\pi_A{}^* = \overline{\overline{y^{*T} A_{m-p} z^*}\ w^*}\ x^*$ 이고, G_1의 내쉬 필요조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$
\overline{\overline{y^{*T} A_{m-p} z^*}\ w^*}\ x^* \ge \overline{\overline{y^{*T} A_{m-p} z^*}\ w^*}\ x \tag{4}
$$

식 (4)에서 $x^T e_m = 1$ 를 이용하면 식 (5)와 같이 자신의 혼합 전략이 소거된 값으로 도출될 수 있다.

$$
\begin{aligned}
& x^T\ \overline{\overline{y^{*T} A_{m-p} z^*}\ w^*}\ x^* e_m \ge x^T\ \overline{\overline{y^{*T} A_{m-p} z^*}\ w^*}^{\,T} \\
& \rightarrow x^T\Big\{\overline{\overline{y^{*T} A_{m-p} z^*}\ w^*}\ x^* e_m - \overline{\overline{y^{*T} A_{m-p} z^*}\ w^*}^{\,T}\Big\} \ge 0 \\
& \rightarrow \overline{\overline{y^{*T} A_{m-p} z^*}\ w^*}\ x^* e_m - \overline{\overline{y^{*T} A_{m-p} z^*}\ w^*}^{\,T} \ge 0 \\
& \rightarrow \overline{\overline{y^{*T} A_{m-p} z^*}\ w^*}\ x^* e_m \ge \overline{\overline{y^{*T} A_{m-p} z^*}\ w^*}^{\,T}
\end{aligned} \tag{5}
$$

$$
\rightarrow \Big\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}\sum_{l=1}^{p} x_i^* y_j^* z_k^* w_l^*\, a_{ijkl}\Big\} e^m \ge \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}\sum_{l=1}^{p} y_j^* z_k^* w_l^* a_{1jkl} \\ \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}\sum_{l=1}^{p} y_j^* z_k^* w_l^* a_{2jkl} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}\sum_{l=1}^{p} y_j^* z_k^* w_l^* a_{mjkl} \end{bmatrix}
$$

마찬가지 방법으로 다른 경기자 (G_2, G_3, G_4)의 혼합 내쉬균형도 위와 같은 과정을 거쳐 표현하면 다음과 같다.

- 경기자 G_2의 내쉬필요조건

$$
\overline{\overline{x^{*T} B_{n-p} z^*}\ w^*}\ y^* e_n \ge \overline{\overline{y^{*T} B_{n-p} z^*}\ w^*}^{\,T}
$$

- 경기자 G_3의 내쉬필요조건

$$
\overline{\overline{x^{*T} C_{o-p} y^*}\ w^*}\ z^* e_o \ge \overline{\overline{x^{*T} C_{o-p} y^*}\ w^*}^{\,T}
$$

- 경기자 G_4의 내쉬필요조건

$$
\overline{\overline{x^{*T} D_{p-o} y^*}\ z^*}\ w^* e_p \ge \overline{\overline{x^{*T} D_{p-o} y^*}\ z^*}^{\,T}
$$

위의 필요조건을 만족하는 각 경기자의 선택에 대한 확률이 혼합 내쉬균형이 되기 때문에 본 논문에서는 모든 경기자의 필요조건을 만족하는 혼합 내쉬균형을 도출하기 위한 목적함수를 식 (6)과 같이 제안하였다.

$$
\begin{aligned}
\min\{ & |f^{G1}(x^*, y^*, z^*, w^*) - f^{G1}{}_i{}'(y^*, z^*, w^*)|_- \\
& + |f^{G2}(x^*, y^*, z^*, w^*) - f^{G2}{}_j{}'(x^*, z^*, w^*)|_- \\
& + |f^{G3}(x^*, y^*, z^*, w^*) - f^{G3}{}_k{}'(x^*, y^*, w^*)|_- \\
& + |f^{G4}(x^*, y^*, z^*, w^*) - f^{G4}{}_l{}'(x^*, y^*, z^*)|_- \}
\end{aligned} \tag{6}
$$

$$
\begin{aligned}
s.t.\quad & x = (x_i) \in R^{m\times1},\ x^T e_m = 1,\ e_m = (1) \in R^{m\times1},\ x \ge 0 \\
& y = (y_j) \in R^{n\times1},\ y^T e_n = 1,\ e_n = (1) \in R^{n\times1},\ y \ge 0 \\
& z = (z_k) \in R^{o\times1},\ z^T e_o = 1,\ e_o = (1) \in R^{o\times1},\ z \ge 0 \\
& w = (w_l) \in R^{p\times1},\ w^T e_p = 1,\ e_p = (1) \in R^{p\times1},\ w \ge 0
\end{aligned}
$$

식 (6)의 목적함수에서 $|a|_- = \begin{cases} \text{if } a \ge 0 \text{ 이면 } & 0 \\ \quad a < 0 \text{ 이면 } & |a| \end{cases}$ 이며, 이는 각 경기자가 자신의 선택에 대한 확률을 제외한 경우의 기대보수가 자신의 선택에 대한 확률을 고려한 경우보다 같거나 작은 경우에만 영(0)의 값을 갖게 된다. 따라서, 모든 경기자의 혼합 내쉬균형에 대한 필요조건을 모두 만족하는 경우에는 목적함수의 값이 영(0)이 되며 그 때의 각 경기자의 선택에 대한 확률이 혼합 내쉬균형점이 된다.

2.3. N명 게임

위의 4명 게임에서와 같이 n명의 게임에서의 혼합 내쉬균형점에 대한 필요조건은 다음과 같이 일반화 될 수 있다.

- 경기자 : i ($i=1,\ldots,n$)
- 경기자-i의 전략의 개수 : s^i ($i=1,\ldots,n$)
- 경기자-i의 j 번째 선택 : j^i ($i=1,\ldots,n$)
  ($j^i=1,2,\ldots s^i$)
- 경기자-i의 선택에 관한 확률 : x^i ($i=1,\ldots,n$)

$s.t.\ x^i = (x^i{}_{j^i}) \in R^{s^i\times1},\ x^{iT} e_{s^i} = 1,\ e_{s^i} = (1) \in R^{s^i\times1},\ x^i \ge 0$

- 각 경기자가 $j^1 j^2 .. j^n$를 선택할 때 경기자-i의 보수 : $a^i{}_{j^1 j^2 .. j^n}$
- 경기자-i의 기대보수:
  $\pi_i = \sum_{j^1=1}^{s^1}\sum_{j^2=1}^{s^2}\cdots\sum_{j^n=1}^{s^n} x^1{}_{j^1}\ x^2{}_{j^2} .. x^n{}_{j^n}\ a^i{}_{j^1 j^2 .. j^n}$

이때, 위의 4명 게임에서와 같이 n명의 게임에서의 경기자-i의 혼합 내쉬균형점에 대한 필요조건은 식 (7)과 같이 일반화되며 모든 경기자의 혼합 내쉬균형점을 도출하기 위한 목적함수는 식 (8)과 같다.

$$
\begin{aligned}
& f^i(x^1, x^2, .x^{i-1}.x^i, x^{i+1}.., , x^n) \ge \\
& \qquad f^i{}_{j^i}{}'(x^1, x^2, .x^{i-1}.x^{i+1}.., , x^n)
\end{aligned} \tag{7}
$$

$$
\begin{aligned}
\min\Big\{ & \sum_{i=1}^{n} |\, f^i(x^1, x^2, .x^{i-1}.x^i, x^{i+1}.., , x^n) - \\
& \qquad f^i{}_{j^i}{}'(x^1, x^2, .x^{i-1}.x^{i+1}.., , x^n) |_- \Big\}
\end{aligned} \tag{8}
$$

$$
s.t.\ x^i = (x^i{}_{j^i}) \in R^{s^i\times1},\ x^{iT} e_{s^i} = 1,\ e_{s^i} = (1) \in R^{s^i\times1},\ x^i \ge 0
$$

3. PSO 알고리즘

3인 이상의 혼합 내쉬균형점은 위에서 언급한 바와 같이 미분 불가능한 비선형 특성을 가지고 있기 때문에 해석적인 방법을 이용하여 도출할 수가 없다. 따라서, 본 논문에서는 휴리스틱 알고리즘 중의 하나인 PSO를 이용하여 N-경기자에 대한 혼합 내쉬균형점을 도출하였다. PSO 알고리즘은 1995년 Eberhart와 Kennedy에 의하여 일반적 인공생명, 개체의 군집이론을 근본으로 사회적인 행동양식에 기반해서 제안되었다[7-8].

3.1 일반적인 PSO

각각의 개체는 n차원 공간에서의 한 점으로 표현이 된다. l번째 개체가 $X_l = (x_{l1}, \ldots, x_{ln})$이고, l번째 개체의 속도을 $V_l = (v_{l1}, \ldots, v_{ln})$라 하면 PSO 개체의 운동 방정식은 식 (9)와 같다. 이때, l번째 개체의 목적함수 값이 가장 좋은 개체의 위치를 $Pbest_l = (x_{l1}^{Pbest}, \ldots, x_{ln}^{Pbest})$라 하고, 군집에서 모든 개체 중에서 목적함수가 가장 좋은 개체의 위치를 $Gbest_l = (x_{l1}^{Gbest}, \ldots, x_{ln}^{Gbest})$라고 하면 각 개체는 식 (9)와 (10)을 이용하여 탐색하는 것이 일반적인 PSO 알고리즘이다.

$$
\begin{aligned}
V_l^{k+1} = w\ V_l^k\ & + c_1 rand_1 \times (\ Pbest_l^k - X_l^k) \\
& + c_2 rand_2 \times (\ Gbest^k - X_l^k)
\end{aligned} \tag{9}
$$

$$
X_l^{k+1} = X_l^k + V_l^{k+1} \tag{10}
$$

여기서,
V_l^k : k번째 반복에서의 l번째 개체의 속도 ($0 \le V_{ij} \le 1$),
w : 관성 가중치,
c_1, c_2 : 양의 실수,
$rand_1, rand_2$: [0,1]사이의 랜덤함수,
X_l^k : k번째 반복에서의 l 번째 개체.

3.2 제안한 PSO 알고리즘

N-경기자의 혼합 내쉬균형점을 도출하기 위해 본 논문에서 제안한 PSO의 알고리즘의 기본적인 틀은 다음과 같다.

step1) 초기화
step2) 각 개체의 속도와 위치의 수정
step3) *Pbest* 와 *Gbest*의 수정
step4) stopping criteria를 만족할 때까지 step2로 이동

3.2.1 초기화

초기화 과정에서, 개체들은 random하게 위치한다. 본 논문에서 개체의 구성은 각 경기자들의 확률 선택으로 구성되어진다. n명의 게임에서 초기 iteration시 개체의 l 번째 위치 벡터와 속도는 다음과 같다.

$$X_l^0 = (x^1{}_{l1},\ x^1{}_{l2}, \ldots,\ x^1{}_{lj^1},\ x^2{}_{l1}, \ldots,\ x^2{}_{lj^2}, \ldots\ x^n{}_{lj^n})$$
$$V_l^0 = (v^1{}_{l1},\ v^1{}_{l2}, \ldots,\ v^1{}_{lj^1},\ v^2{}_{l1}, \ldots,\ v^2{}_{lj^2}, \ldots,\ v^n{}_{lj^n})$$

속도는 모든 경기자의 확률의 선택의 update된 변화량과 같다. 위치와 속도의 요소는 같은 차원을 가진다. 이것은 등분조건 식(11)과 부등조건 식(12)을 만족시킨 개체들의 group을 만드는데 매우 중요하다.

$$\sum_{j^i=1}^{s^i} x^i{}_{j^i} = 1 \quad (i = 1, .., n) \tag{11}$$
$$0 \le x^i{}_{j^i} \le 1 \tag{12}$$

부등조건을 만족시킨 개체 l 의 요소를 만들 수 있다 할지라도 등분조건을 만족시키위한 새로운 방법의 개발이 필요하다. 아래 나열된 절차는 group 내에서 어떤 개체를 위해 제안되어졌다.

step1) $j^i = 1$
step2) random시 한 개체에서 요소를 선택
step3) 만족된 부동 조건하에 random 상태시 요소의 생성값 생성
step4) 만약 $j^i = s^i - 1$ 이면 step5로 넘어가고, 그렇지 않 경우 $j^i = j^i + 1$ 으로 하고 step2로 돌아간다.
step5) 각 경기자 ($i = 1, \ldots, n$)의 개체의 마지막 요소 값은 1 에서 $\sum_{j^i=1}^{s^i-1} x^i{}_{j^i}$ 를 뺀 값에 의해 결정된다. 만약 조건을 만족하는 범위 내에서 값이 결정되면 step6으로 그렇지 않으면 step1로 되돌아간다.
step6) 초기화 과정을 종료한다.

각 개체의 시작점을 만든 후, 각 개체의 속도 또한 random하게 생성된다. 아래의 조건은 초기속도의 생성에 사용되어진다.

$$(0 - \varepsilon) - x^i{}_{lj^i}{}^0 \le v^i{}_{lj^i} \le (1 + \varepsilon) - x^i{}_{lj^i}{}^0 \tag{13}$$

여기서 ε은 매우 작은 양수이다. l 개체에서 속도요소 j^i는 boundary 내에서 random하게 생성된다. 개선된 초기화 계획은 항상 조건을 만족하는 개체를 생성할 뿐아니라 PSO 알고리즘의 개념을 벗어나지 않는 개체들을 생성한다. l 개체에서 초기 $Pbest_l$는 l 개체 초기 위치이고 초기 $Gbest_l$ 는 l 개체에서 최소 손실 지점된다.

3.2.2 속도의 update

각 개체의 수정된 위치는 식 (9)에서 얻어진 다음 stage에서의 각 개체의 속도를 계산하는데 필요하다. 속도 updating과정에서, ω, c_1, c_2 와 같은 parameter 값은 미리 결정되어진다. 본 논문에서, weighting 함수는 [7]에서 정의되어진다.

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{Iter_{\max}} \times Iter \tag{14}$$

- $\omega_{\max}$, $\omega_{\min}$: 초기, 마지막 weights
- $Iter_{\max}$: 최대 iteration 수
- $Iter$: 현재 iteration 수

또한, 식(10)과 (14)에서의 parameter들은 [7]에 의해 선택되어졌다.

$$c_1 = c_2 = 2.0,\ \omega_{\max} = 0.9,\ \omega_{\min} = 0.4$$

3.2.3 조건을 고려한 위치 수정

각 개체의 위치는 update된 속도에 기초하여 식 (10)에 의해 개선되어진다. 각 개체의 resulting 위치는 over/under 속도일 때 항상 부등조건을 만족하는 것은 아니다. 만약 각 개체의 어떤 요소가 over/under 속도로 부등조건을 만족하지 않을 때 개체의 위치는 최대/최소 조정점으로 고정된다.

비록 앞의 방법이 항상 각 개체의 부등조건(12)을 만족시킨다 할지라도 등분조건 문제는 여전히 남게된다. 그러므로, 각 경기자의 선택의 합은 1과 같다라는 새로운 기법의 도입이 필요하다. PSO 알고리즘에서 본래 dynamic 과정의 조정없이 등분 조건을 해결하기 위해 우리는 아래와 같은 heuristic 과정들을 따른다.

step1) $j^i = 1$. 현재 iteration은 k
step2) random 상태에서 l 개체요소선택 그리고 배열 $A(n)$ 요소 저장
step3) 식 (9),(10) 그리고 아래 부등조건을 만족시키기 위한 위치 조정을 이용해서 j^i의 요소 값을 수정

$$x^i{}_{lj^i}{}^{k+1} = \begin{cases} x^i{}_{lj^i}{}^k + v^i{}_{lj^i}{}^{k+1} & \text{if} \quad 0 \le x^i{}_{lj^i}{}^k + v^i{}_{lj^i}{}^{k+1} \le 1 \\ 0 & \text{if} \quad x^i{}_{lj^i}{}^k + v^i{}_{lj^i}{}^{k+1} < 0 \\ 1 & \text{if} \quad x^i{}_{lj^i}{}^k + x^i{}_{lj^i}{}^{k+1} > 1 \end{cases} \tag{15}$$

step4) 만약 $j^i = s^i - 1$이면 step5로 그렇지 않으면 $j^i = j^i + 1$을하고 step2로 다시 돌아간다.
step5) l 개체에서 경기자의 마지막 요소의 값은 1에서 $\sum_{j^i=1}^{s^i-1} x^i{}_{j^i}$ 값을 뺀 값으로 결정되어진다. 만약 그 값이 boundary 내에 존재하지 않는다면 식 (10)을 이용해서 값을 조정하고 step6으로 돌아간다. 만약 boundary 내에 존재하면 step8로 넘어간다.
step6) $r^i = 1$
step7) 등조건 ($1 - \sum_{j^i=1, j^i \neq r}^{s^i} x^i{}_{lj^i}$)을 만족하는 값들의 배열에서 element r^i의 값을 재조정한다. 만약 값이 boundary내에 존재한다면 step8로 넘어가고 그렇지 않으면 $r^i = r^i + 1$을 하고 step7로 간다. 만약 $r^i = s^i + 1$ 이면 step6으로 간다.
step8) 과정을 종료한다.

3.2.4 Pbest와 Gbest의 update

$k+1$의 iteration시 각 개체의 *Pbest*는 아래와 같이 update된다.

$$\begin{aligned} Pbest_l^{k+1} &= X_l^{k+1} \quad \text{if} \quad f_l^{k+1} < f_l^k \\ Pbest_l^{k+1} &= Pbest_l^k \quad \text{if} \quad f_l^{k+1} > f_l^k \end{aligned} \tag{16}$$

- f_l : l 개체에서 위치를 계산하는 목적함수

또한, $k+1$의 iteration시 *Gbest*는 계산된 위치와 $Pbest_l^{k+1}$ 사이의 가장 최상의 값으로 결정된다.

3.2.5 Stopping criteria

제안된 PSO는 만약 iteration을 통해 f_l 값이 0이 될 때 종료된다.

4. 사 례 연 구

4.1 사례

본 사례에서 3명의 경기자는 2개의 순수전략을 가지고 있으며, 이때 각 경기자 전략이 우월관계가 없는 임의적인 보수행렬를 적용하였다.

- 경기자 : G_1, G_2, G_3
- 각 경기자들의 순수전략의 개수 : 2
- 각 경기자들의 순수전략의 표현 : $G_i(1)$, $G_i(2)$
- 각 경기자들의 순수전략에 따른 각 경우의 보수 : a_{ijk}, b_{ijk}, c_{ijk}
- 경기자의 보수행렬

표 1. G_3가 $G_3(1)$을 선택을 경우의 경기자들의 보수행렬

	$G_2(1)$	$G_2(2)$
$G_1(1)$	2,1,4	1,2,2
$G_1(2)$	1,2,7	2,1,4

표 2. G_3가 $G_3(2)$을 선택을 경우의 경기자들의 보수행렬

	$G_2(1)$	$G_2(2)$
$G_1(1)$	2,3,5	4,1,1
$G_1(2)$	3,1,2	2,4,6

위의 예를 본 논문에서의 목적함수와 PSO 알고리즘을 적용한 프로그램을 반복 실행한 결과 다음과 같이 5개의 내쉬균형점들을 구할 수 있었다.

표 3. 예제의 내쉬균형점

1	$G_i(1)$의 확률	$G_i(2)$의 확률	G_i 의 기대보수	$G_i(1)$의 기대보수	$G_i(2)$의 기대보수
G_1	1.000	0.000	2	2	1.83
G_2	0.500	0.500	1.67	1.67	1.67
G_3	0.667	0.333	3.00	3.00	3.00
2	$G_i(1)$의 확률	$G_i(2)$의 확률	G_i의 기대보수	$G_i(1)$의 기대보수	$G_i(2)$의 기대보수
G_1	0.500	0.500	1.50	1.50	1.50
G_2	0.500	0.500	1.50	1.50	1.50
G_3	1.000	0.000	4.25	4.25	3.50
3	$G_i(1)$의 확률	$G_i(2)$의 확률	G_i의 기대보수	$G_i(1)$의 기대보수	$G_i(2)$의 기대보수
G_1	0.667	0.333	2.00	2.00	2.00
G_2	0.000	1.000	1.78	1.67	1.78
G_3	0.667	0.333	2.67	2.67	2.67
4	$G_i(1)$의 확률	$G_i(2)$의 확률	G_i의 기대보수	$G_i(1)$의 기대보수	$G_i(2)$의 기대보수
G_1	0.833	0.167	2.00	2.00	2.00
G_2	1.000	0.000	1.92	1.92	1.67
G_3	0.500	0.500	4.50	4.50	4.50
5	$G_i(1)$의 확률	$G_i(2)$의 확률	G_i의 기대보수	$G_i(1)$의 기대보수	$G_i(2)$의 기대보수
G_1	0.000	1.000	1.86	1.82	1.86
G_2	0.286	0.714	1.75	1.75	1.75
G_3	0.750	0.250	4.86	4.86	4.86

※ $G_i(j)$의 기대보수 :
상대경기자의 확률 선택이 정해졌을 때 경기자 G_i가 자신의 전략 $G_i(j)$만을 선택했을 때의 기대보수

4.2 꾸르노 모형을 통한 사례

공급물량의 조정을 통해 경쟁하는 꾸르노 게임은 상대 경기자가 얼마만큼 생산할 것인가를 알 수 없는 상태에서 자신의 이윤을 극대화하는 생산량을 결정한다.

본 사례는 계통을 고려하지 않고 3명의 발전사업자의 꾸르노 게임을 발전기의 최소발전량과 최대발전량을 고려하여 적용하였다.

- 시장함수 :

$$P=\theta-\beta(d),\ P=\theta-\beta(q_{G1}+q_{G2}+q_{G3}) \tag{12}$$

- 이득함수 :

$$\pi_i = Pq_i - C_i \qquad i=G1, G2, G3 \tag{13}$$

- 비용함수 :

$$C_i=\frac{1}{2}\phi_i\ q_i^2+\gamma_i q_i+\eta_i \qquad i=G1, G2, G3 \tag{14}$$

- 발전용량 제약 : $q_{i\min}\le q_i \le q_{i\max}$

$$600 \le q_{G1} \le 1500$$
$$800 \le q_{G2} \le 1700$$
$$300 \le q_{G3} \le 1200$$

- 수급조건 : $d=q_{G1}+q_{G2}+q_{G3}$

- 입찰단위 : 100 MW

표 4. 꾸르노 모델의 계수

		G_1	G_2	G_3
시장함수 $P=\theta-e^{\beta(q_{G1}+q_{G2}+q_{G3}+q_{G4})}$	θ	106.116		
	β	0.0206		
비용함수 $C_i=1/2\phi_i\ q_i^2+\gamma_i q_i+\eta_i$	ϕ_i	0.015718	0.021052	0.012956
	γ_i	1.360575	-2.0787	8.105354
	η_i	9490.366	11128.95	6821.482

위의 예제를 본 논문의 알고리즘을 통해 구한 내쉬균형은 G_1, G_2, G_3는 각각 입찰물량을 1100, 1000, 1000 MW으로 하는 단순전략으로 하고, 기대보수는 각각 25986.97, 22680.72, 20852.76 원이 되는 내쉬균형이 도출되었다.

5. 고찰 및 결론

본 논문에서 처음 사례를 통해 3인의 경기자가 우월전략이 존재하지 않는 2개의 전략을 가진 임의적 보수행렬을 만들어 적용하였을 때, 혼합 내쉬균형의 필요조건을 만족하는 5개의 내쉬균형을 찾아내어 제시한 목적함수와 알고리즘이 혼합 내쉬균형을 도출할 수 있음을 알 수 있었다. 두 번째 사례에서 꾸르노 모델을 적용하여 구한 내쉬균형이 각 경기자가 하나의 순수전략을 취하는 결과는 보수행렬을 분석하였을 때 자신의 전략에 따른 보수의 요소들이 경기자 자신의 다른 전략의 보수의 요소보다 우월하였다. 따라서, 위 사례의 꾸르노 모형의 경우 내쉬균형이 하나의 단순균형으로 도출됨을 알 수 있었다.

본 논문은 도매전력시장에서 꾸르노 모델을 이용하여 N명의 시장참여자의 혼합 내쉬균형점을 도출하는 방법론을 제안하였다. 기존의 Lemke 알고리즘은 선형인 경우에만 혼합 내쉬균형점을 도출할 수 있지만 3인 이상의 혼합 내쉬균형점의 필요조건은 비선형 특성으로 인하여 위의 알고리즘을 이용할 수가 없다. 따라서, 본 논문에서는 Lemke 알고리즘을 분석하여 n 경기자의 혼합 내쉬균형점의 필요조건을 자기 전략에 대한 확률이 제외된 필요조건으로 도출하였으며 모든 경기자의 필요조건을 고려한 목적함수를 제안하였고 또한, 위의 목적함수에 대한 혼합 내쉬균형점을 도출하기 위해 PSO 알고리즘을 제안하였다.

본 연구의 결과는 향후 우리나라 양방향 도매전력시장에서 발전사업자들에게 입찰전략을 수립하는데 있어 합리적인 방향을 제시할 수 있을 것이라 판단된다.

본 논문은 산업자원부에서 시행한 전력산업 인프라구축 지원사업으로 수행된 논문입니다.

[참 고 문 헌]

[1] 박만근, 김발호, 박종배, 정만호, "게임이론을 적용한 전력거래해석," *전기학회논문지A*, 제49권, 제6호, pp. 266-271, 2000년 6월.

[2] 한동근, *게임이론*, 경문사, 초판2쇄, 2000.

[3] L. B. Cunningham, R. Baldick, and M. L. Baughman, "An Empirical Study of Applied Game Theory : Transmission Constrained Cournot Behavior," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol_17 No_1, pp. 166-172, 2002.

[4] J. B. Park, B. H. Kim, J. H. Kim, M. H. Jung, and J. K. Park, "A continous strategy game for power transaction analysis in competitive electricity markets," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 16, No. 4, pp. 847-855, Nov. 2001.

[5] 이광호, "전력거래에서 제약조건이 고려된 내쉬균형점의 복합전략 연구," *전기학회논문지*, 51A권, 4호, pp. 196-201. 2001.

[6] C.E LEMKE, J.T. HOWSON , "Equilibrium Points of Bimatrix Games", J.SOC. INDUST. APPL. MATH, Vol_12 No_2, 413-423, 1964. 6

[7] J. Kennedy, and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks (ICNN' 95)*, Vol. IV, pp. 1942-1948, Perth, Australia, 1995.

[8] J.B. Park, K.S. Lee, J.R. Shin, K.Y. Y, "Economic Load Dispatch Based on a Hybrid Particle Swarm Optimization", Proceedings of ISAP, to be printed.