

# 복선철도에서 구축과 내·외측 궤도의 동심원 선형구성의 필요성 연구

The study about applying concentric circle to curved line in railroad

신태균\*  
Tae Gyun-Shin

정찬문\*\*  
Chan Mun-Chung

김승환\*\*\*  
Seoung Hwan-Kim

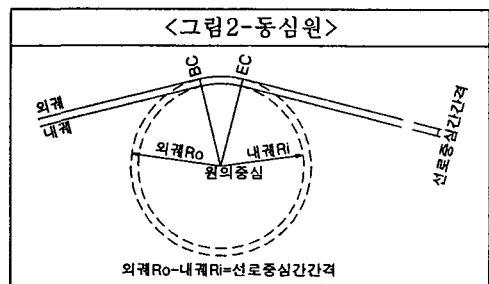
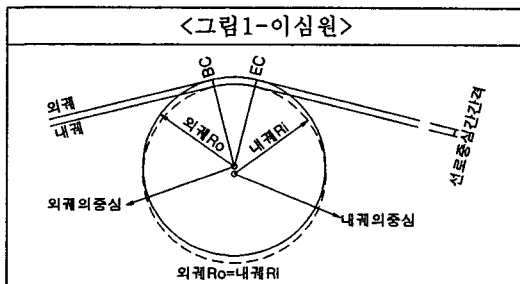
The curved line in construction of railroad is inevitable. Also it needs a transition curve when the straight line connects to curved line. In this research, by establishing the reciprocal relations of inner, center and outer track, we will present the calculation method of construction-center line in normal double-track railroad which uses cubic parabolic type as a transition curve.

## 1. 서론

철도 건설시 필요불가결하게 곡선부가 발생하며 이 곡선부 선의형태를 어떻게 할 것인가는 주어진 환경, 속도, 승차감, 열차주행안정성, 유지관리측면등을 고려하여 적절한 곡선반경의 적용 및 완화곡선의 선택등이 연구과제이다. 여기서 속도와 반경 및 완화곡선의 캔트제감방식은 상호 밀접한 관계를 가지며, 일반적으로 비교적 곡선반경이 적고 설계속도가 낮은 지하철 및 경전철, 도로의 경우에는 완화곡선장에 비례하여 캔트를 직선제감하는 크로소이드 곡선을 적용한다. 곡선반경 및 설계속도가 좀 더 큰 일반철도 및 고속철도에서는 완화곡선 접선장에 비례하여 캔트를 직선제감하는 3차포물선을 적용하고 있다. 고속의 경우 외국에서는 캔트 원활제감방식인 싸인만파장 곡선을 적용하고 있다.

이러한 선형의 설계는 궁극적으로 크게는 안전하게 차량을 운행할 수 있는 여건을 주어주는 동시에 시공을 위한 구조물의 중심위치를 설계하는 것이다. 크로소이드 완화곡선을 적용한 지하철의 경우 내궤<sup>\*1</sup>, 구축중심<sup>\*2</sup>, 외궤<sup>\*3</sup> 3선의 상호관계를 설정하여 시공의 문제가 없으나, 본 연구에서는 3차포물선을 적용하는 철도에서 구조물중심 설계시 아직까지 이심원적용 및 3선관계를 고려치 않거나 고려하더라도 문제점이 있어 3차포물선의 3선(내궤, 구축, 외궤)의 동심원에 관한 관계 및 복선궤도에서의 일정한 선로중심간 간격을 유지할수 있는 동심원계산 방법 및 측정 정리 방안을 제시하고자 한다.

## 2. 복선 노반에서의 동심원 적용의 필요성



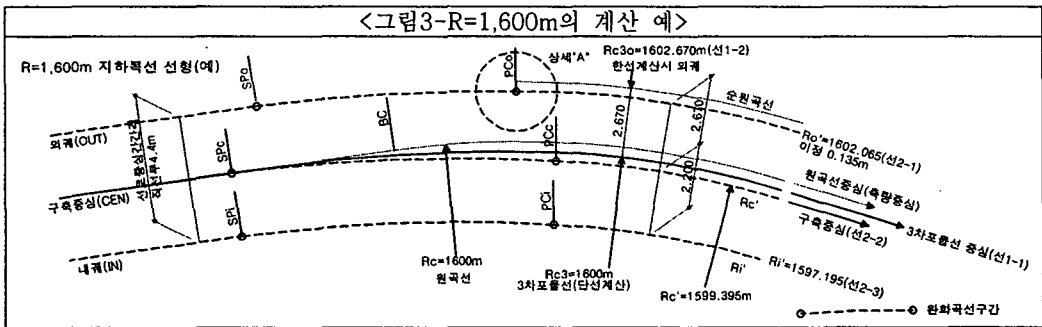
<\*1-내궤(內軌) : 내측궤도의 중심, \*2-구축중심(構築中心) : 구조물의 중심, \*3-외궤(外軌) : 외측궤도의 중심>

\* 신태균 : (주) 청석엔지니어링 철도사업부 전무, 한국철도학회 정회원  
\* 정찬문 : (주) 청석엔지니어링 철도사업부 이사, 한국철도학회 정회원  
\* 김승환 : (주) 청석엔지니어링 철도사업부 부장

<그림1>에서 보는 바와같이 내궤, 외궤의 곡선의 중심이 다른 곳에 위치하는 것을 이심원 곡선 이라고하고 <그림2>와 같이 중심이 같은 것을 동심원이라한다. 이심원은 원의 중심이 다른곳에 위치하므로 내궤와 외궤의 선로중심 간격이 변화하지만, 동심원은 일정하다. 또한 이정은

$Dr = L^2 / (24 \times R)$  -----  $Dr =$  이정,  $L =$  완화곡선장,  $R =$  곡선방경  
 으로 이정이 커질수록 완화곡선장이 길어져 완화곡선구간의 선로중심간격 및 시공방향성은 상당히 복잡하여진다. 서술한 것처럼 일정한 계간을 유지하여 구조물의 변화를 줄이고 구조물중심에서 시공방향성을 원활히 주기 위하여 3선의 동심원 적용은 필수적이다.

### 3. 3선(외궤,구축중심,외궤)관계 계산의 원리



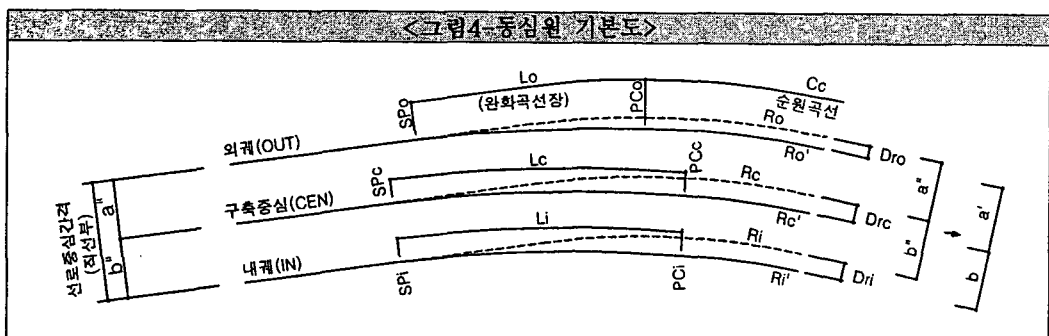
<선1-1,1-2> : 구축중심(선로중심)만의 3차포물선 계산

<선2-1,2-2,2-3> : 선로중심간격에 증분( $T =$ 평면편기, 슬래, 확폭= $0.47m$ ) 고려한 선형계산

곡선부(곡선반경  $R$ )의 캔트에 의한 평면편기량과 곡선부 확폭량, 슬래량의 합이  $T$ (선로중심증분량)가 되는 선의 평면선형을 계산한다고 하자, 현재 설계되고 있는 철도선형의 구조물중심의 경우 일부 지하구조물의 경우를 제외하고 <선1-1>과 같이 계산하고 있다. 이는 IP를 설정하고 곡선반경을 결정한뒤 속도에 따른 캔트를 구하고 적정한 완화곡선장을 구하여 계산하는 방식이다. 이는 위 그림에서 보는바와 같이 완화곡선을 삽입한후 원곡선부의 구축중심의 곡선반경이 1600m로, 동심원계산을 할 경우 <선2-2>의 곡선반경 1599.395m(이정:0.605m)와 상이하다.

만약 3차포물선 1선만 계산시 선로중심을  $T$ (증분)만큼 이격시켜 구축중심을 유지하려면 외궤의 곡선반경은 곡선부 선로중심간 간격(증분고려)을 유지하기 위하여 증분 47cm만큼 반경이 커져야 하므로 곡선반경이 1602.675m 되어야하며 이는 상세"A"에서 보는 바와 같이 원래 직선부 선로중심간격 4.4m의 외궤 곡선반경 1602.2m보다 벗어나게 되어 우리가 원하는 소정의 이상적인 완화곡선 설치 불가하다. 이는 곧 복선 선로의 구축중심은 반드시 <선2-1, 2-2, 2-3>에서 보는 바와 같이 외궤의 이정을 고려한 선로중심(구축중심)이 계산되어야하고 또한 시공시 시공중심이 되어야 함을 보여주는 것으로 동심원을 적용할시는 항상 3선(외궤, 구축중심, 내궤)의 상호관계가 고려되어 계산되어야 한다.

### 4. 3차포물선이 완화곡선으로 적용된 곳의 동심원의 계산 방법



<그림5-3차포물선기본도>	공식요약
	$X_1 = M \times Z(m), \quad \tan\theta = X_1/2R$ $L = X_1(1 + 1/10 \tan^2\theta) \quad : \text{완화곡선장}$ $Cc = 0.0174533(I - 2\theta)R \quad : \text{순원곡선장}$ $Y_1 = X_1^2/6R, \quad f = Y_1 - R(1 - \cos\theta)$ $X_2 = X_1 - R \sin\theta, \quad X_3 = X_1/3$ $\tan C = Y_1/X_1, \quad K = F \tan(I/2)$ $Dr = F \sec(I/2), \quad SL' = R(\sec I/2 - 1)$ $SL = SL' + Dr, \quad TL' = R \tan(I/2)$ $TL = TL' + X_2 + K \quad : \text{전체곡선의 접선장}$ $CL = Cc + 2L \quad : \text{전체곡선장}$ $SP = IP - TL, \quad PC = SP + L$ $CP = PS - L \text{ or } PC + Cc$ $PS = SP + CL \text{ or } CP + L$ $M : \text{고도제감량} \quad Z : \text{고도(켄트)}$ $R : \text{곡선반경}$

위의 <그림5>는 3차포물선의 기본도이며, <그림4>는 동심원선형구성을 위한 기본도이다. 완화곡선으로 3차포물선이 적용된 구간에서의 동심원의 구성은 <그림4>과 같이 외궤, 구축중심, 내궤의 이정이 고려되지않은  $[Ro = Rc + a'']$ ,  $[Rc]$ ,  $[Ri = Rc - b'']$  에서 평면편기등 이정(Dr)이 고려된  $[Ro' = Ro - Dr]$ ,  $[Rc' = Rc - fc = Ro' - a']$ ,  $[Ri' = Ri - fi = Rc' - b]$  의 선형이 구성되게 완화곡선을 삽입하는 것이다.

<그림6-궤간 구성도>	<그림7-켄트에 의한 평면편기>	<그림8-곡선에 의한 확폭>

여기서 선로중심간 간격 b와 a'값의 결정은 일반적으로 지하구조물일 경우

$$a' = a'' + w + qe + s \quad [w(\text{곡선에 의한 확폭량}), qe(\text{켄트에 의한 내측평면편기}), s(\text{슬랙})]$$

$$b = b'' + w - qi \quad [w(\text{곡선에 의한 확폭량}), qi(\text{켄트에 의한 외측평면편기})]$$

### 1) 외궤의 계산

선로중심간 간격이 결정되면 먼저 설정 곡선반경의 켄트에 노선 설계속도를 고려한 M(고도제감량)의 기준에 따라 완화곡선장을 선정한 다음 이정공식( $Dro = L^2/24Ro$ )에 의해 이정을 가정하고,

$X_{10} = MxZ$ ,  $Y_{10} = X_{10}^2/6Ro$ ,  $\theta = \tan^{-1}(X_{10}/2Ro)$ 를 계산후, 이정  $[Dro = Y_{10} - Ro(1 - \cos\theta)]$  을 구하고, 가정한 이정과 오차가 적정 오차보다 클 경우 계산된 이정을 다시 가정하여 계산한 뒤 적정한 오차범위내에 들도록 시산을 계속하여 이정(Dro)를 구하고 계산된 이정으로  $X_{10}$ ,  $Y_{10}$ ,  $\theta$ , Dro, 및  $Lo = X_{10}(1 + 1/10 \tan^2\theta)$ ,  $Ro'$  등 관련 제원을 결정하고 계산을 종료한다.

### 2) 구축중심의 계산

외궤의 이정(Dro) 및 곡선반경( $Ro'$ )등 제원이 계산되면 구축중심의 곡선반경( $Rc'$ )과 이정(Drc)은  $Rc' = Ro' - a' = Ro - Dro - a' = Ro - Dro - (a'' + w + qe + s)$  로 결정되며

$Drc = Rc - Rc'$ 의 식으로 이정을 구하고

$X_{1c}$ ,  $Y_{1c}$  결정은 아래와 같이 구할수 있다.

$$Drc' = Y_{1c} - Rc' (1 - \cos\theta) \text{-----} (\text{여기서 } Y_{1c} = X_{1c}^2/6Rc', \tan\theta = X_{1c}/2Rc')$$

$$\therefore Drc' = X_{1c}^2 / 6 Rc' - Rc' \{ 1 - \cos(\tan^{-1}(X_{1c} / 2 Rc')) \} \text{가 된다.}$$

구축중심의 Drc'는 앞에서 구한 Drc와 같아야 하므로  $X_{1c}$ 의 값을 외궤에서 구한  $X_{10}$ 의 값으로 가

정하고  $Drc'-Drc=0$  이 되어야 하므로

$$0 = X_{1c}^2/6Rc'-Rc' \{1-\cos(\tan^{-1}(X_{1c}/2Rc'))\} - Drc \text{가 된다. } \text{-----<식-1>}$$

외궤의 이점(Dro)구하는 방식과 같이 <식-1>을 이용 시산하여  $X_{1c}$ 값을 결정한다.

계산한  $X_{1c}$ 값을 이용하여 구축중심의 선형관련 제원을 계산하여 구축중심의 계산을 끝낸다.

### 3) 내궤의 계산

내궤의 계산방식은 외궤와 같으며

이점(Dro) 및 곡선반경(Ro')등 제원이 계산되면 구축중심의 곡선반경(Ri')과 이점(Dri)은

$$Ri' = Ro'-a'-b = Ro-Dro-a'-b = Ro-Dro-(a''+w+qe+s)-(b''+w-qi) \text{로 결정되며}$$

$$Dri=Ri-Ri' \text{의 식으로 이점을 구하고}$$

$X_1, Y_1$  결정은 아래와 같이 구할수 있다.

$$Dri' = Y_{1i} - Ri' (1 - \cos\theta) \text{----- (여기서 } Y_{1i} = X_{1i}^2/6Ri', \tan\theta = X_{1i}/2Ri' \text{)}$$

$$\therefore Dri' = X_{1i}^2 / 6 Ri' - Ri' \{1 - \cos(\tan^{-1}(X_{1i} / 2 Ri'))\} \text{가 된다.}$$

구축중심의  $Dri'$ 는 앞에서 구한  $Dri$ 와 같아야 하므로  $X_{1i}$ 의 값을 구축중심에서 구한  $X_{1c}$ 의 값으로 가정하고  $Dri'-Dri=0$  이 되어야 하므로

$$0 = X_{1i}^2/6Ri'-Ri' \{1-\cos(\tan^{-1}(X_{1i}/2Ri'))\} - Dri \text{가 된다. } \text{-----<식-2>}$$

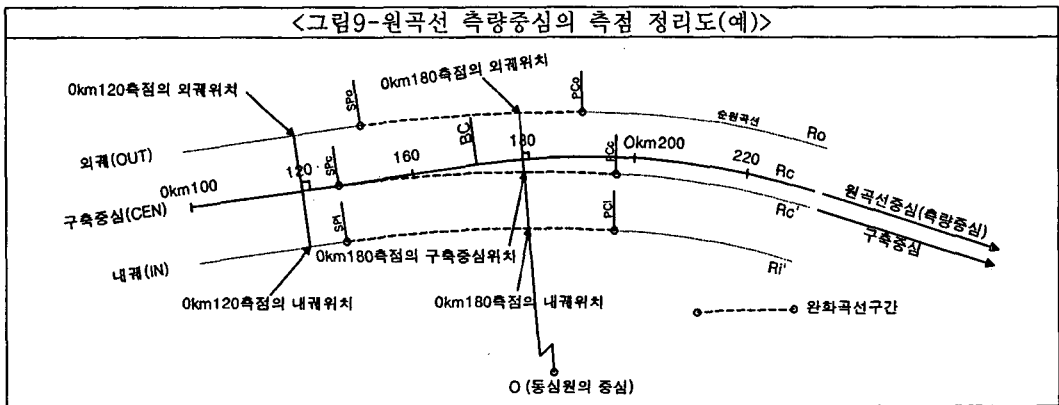
구축중심의  $X_{1c}$ 구하는 방식과 같이 <식-2>을 이용 시산하여  $X_{1i}$ 값을 결정한다.

계산한  $X_{1i}$ 값을 이용하여 내궤의 선형관련 제원을 계산하여 내궤의 계산을 끝낸다.

## 5. 축점의 정리 방식 및 3차포물선 동심원의 해법

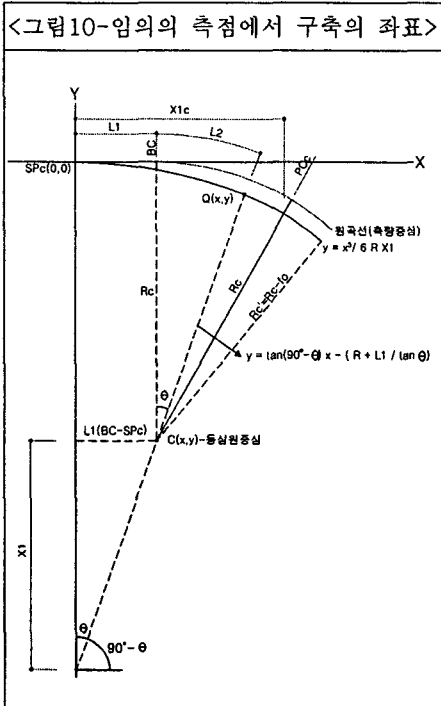
3차포물선 동심원 3선(외궤,구축중심,내궤)의 임의의 점의 좌표 내지는 관련제원은 앞의 4항에서 거론한 동심원 계산방식에서 모든 것을 구할수 있다. 그러나 이 임의점의 좌표나 제원들은 동심원을 구성하기 위한 각 선의 형태들을 결정지어주는 임의의 점들이며 3선의 상호관계는 설정되어 있지않다. 우리가 계산하는 선형계산의 목표는 선형구성에 따른 축점에서의 구조물의 중심 및 방향성, 선로중심간격등 3선의 관계를 제시하는 것으로 이를 알기 위해 구심점이 되는 축점의 정리가 중요하다. 이 축점에서의 제원들을 계속 열거함으로써 구조물의 방향성 제시, 도면화 및 적합한 구조물의 설계가 가능한 것이다. 축점의 정리는 기존 철도선형계산시 선로중심(구축중심)만을 계산한 3차포물선 축점을 이용하는 방식과 기존 지하철에서 정리한 원곡선 측량중심 축점을 이용하는 방식 두가지를 고려해볼 수 있다.

### 1) 원곡선 측량중심을 이용한 축점의 정리



원곡선 중심을 축점으로 이용하는 방식은 <그림9>에서 보는 바와 같이 직선부와 원곡부를 따르는 위치상에 거리 축점을 설정하고 그 선분에 직각선분과 만나는 외궤, 구축중심, 내궤의 위치를 선형계산 축점의 위치로 이용하는 것이다. 이 방식은 크로소이드 완화곡선을 적용하는 지하철 동심원의 계산시 사용하는 방식으로 지하철 구조물 선형설계 기술자들에게는 널리 인지되어 있는

방식인데 프로그램을 위한 공식활용 방법 중 필요한 다음 부분을 숙지하여야 한다. 물론 공식이용은 여러가지 방법을 이용할수 있겠지만 본 연구에서는 가장 간편한 다음 방법을 소개하고자 한다.



<그림10>에서 보는 바와같이 3차포물선 관계식과 측량 중심 원곡선을 적절히 이용하면 원하는 임의의 측점에서의 좌표는 쉽게 구할수 있다. 구축중심의 원하는 측점의 위치를 간단히 소개하면,

먼저 3차포물선의 SPc지점을 좌표축계 X,Y의 원점에 놓으면 왼쪽 그림과 같이 절선상에 측량중심 원곡선의 BC지점이 놓이게 된다.

우리가 구할 임의의 측점의 구축중심의 위치(Q)는 원곡선 BC지점에서 거리 L2만큼의 거리에 위치하므로 원곡선의 교각 theta를 구할수 있고, BC측점에서 SP측점까지의 거리를 L1이라하면, 이러한 관계에서 동심원중심 C에서 임의의 측점 Q에 이르는 선과 3차포물선의 방정식은 다음과 같다.

$$y = \tan(90^\circ - \theta) x - (Rc + L1 / \tan(\theta))$$

-----<식㉔>-선분CQ의 방정식>

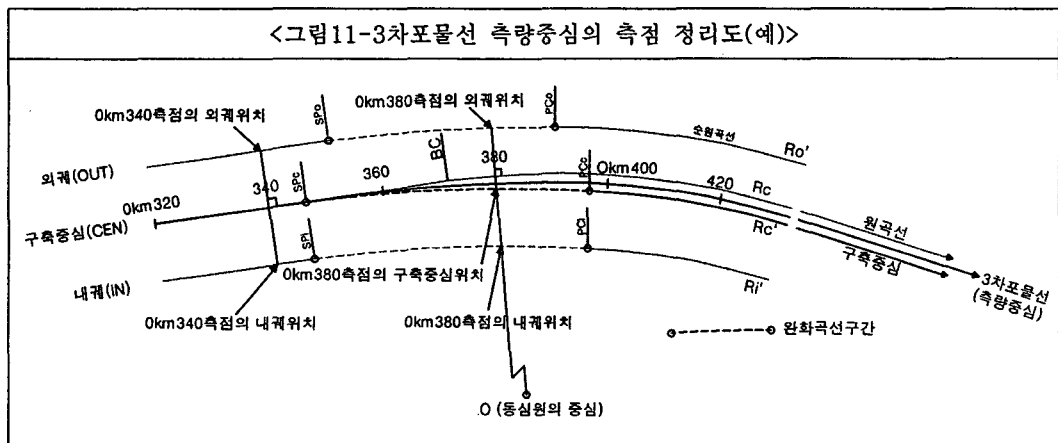
$$y = x^3 / (6 * Rc * X1c)$$

-----<식㉕>-3차포물선의 방정식>

여기서 두 선분의 교점의 x좌표는 SPc와 X1c 사이에 있음을 알수 있으므로, 이분법을 이용하여 연립방정식을

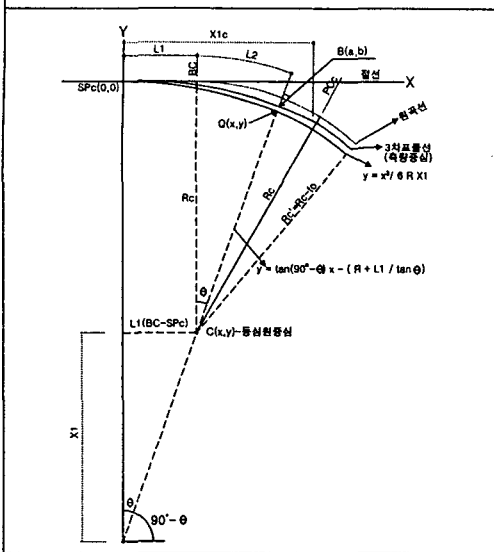
풀면 원하는 임의점 (x,y)를 구할수 있다. 구한 (x,y)를 이용하여 원하는 측점의 구축중심의 제원을 얻을수 있고, 같은 방식으로 외계,내계의 모든 제원을 구할수 있다. 또한 절선의 방위각, BC점의 좌표를 이용하여 원하는 구축중심, 내계, 외계의 좌표를 구할수 있다. 같은 측점의 좌표간 거리가 곧 선로중심간 거리가 되며 이를 이용 도면화하는 것으로 선형의 계산이 마무리 되어 질수 있다.

## 2) 3차포물선 측량중심을 이용한 측점의 정리



3차포물선 중심을 측점으로 이용하는 방식은 <그림11>에서 보는 바와 같이 직선부와 3차포물선을 따르는 위치상에 거리 측점을 설정하고 동심원의 중심에서 측점을 이어 다다르는 원곡선의 선분에 직각선분과 만나는 외계, 구축중심, 내계의 위치를 선형계산 측점의 위치로 이용하는 방식으로, 해법은 전항에서 설명한 원곡선 측점방식과 거의 같다.

<그림12-임의의 측점에서 구축의 좌표>



원곡선 측점방식에서 계산되는 동심원(외궤,구축,내궤) 3차포물선이나 3차포물선의 측량중심 방식 3차포물선 동심원은 서로 같은 선이나 측점방식에 의한 측점위치만 다를뿐이다. 곧 구할려는 3선의 곡선중심은 앞에서 설명한 원곡선 중심이 되는 것이다. 이를 이용 <그림12>에서 보는 바와같이 구축중심선의  $SP_c$ 점을 원점으로 놓으면 그림과 같이 선의 구성이 이루어진다. 먼저 3차포물선상의 측점  $B(a,b)$ 를 계산(기존 일반철도 계산방식)하고, 동심원중심 $C$ 에서 측점  $B$ 에 이르는  $CB$ 선분의 각( $\theta$ )를 구할수 있고 선분의 방정식은

$$y = \tan(90^\circ - \theta) x - (R + L_1 / \tan(\theta))$$

가 되며, 실제 구축중심의 3차포물선 방정식은

$$y = x^3 / (6 \times R_c \times X_{1c})$$

가 되어 측점의 위치만 다를 뿐 원곡선 측량중심과 같은 공식이 유도되어 앞에 방식 과 같이 좌표등의 제원을 구하면 된다

## 6. 맺음말

지면상 만족할만하게 표현하지는 못하였지만 철도 평면선형계산시 동심원 구성은 현재 선형설계자에게 초미의 관심사이며 해결해야할 숙제이다. 물론 이 분야에 종사하는 기술자들이 해결하는 방식이나 프로그램작성등 여러 가지 노력을 기울이고있고 소정의 성과도 이루어졌을 것이다. 그러나 측점방식의 문제는 철도의 선을 다루고 있는 기술자들의 약속이 필요한 사항이고, 현장 시공자도 숙지해야할 사항으로 앞에서 설명한 방식외에 다른 방식으로 측점을 설정할수도 있을 것이다. 본 연구에서는 이를 공론화하여 아직 제대로 된 측점의 정의없이 이루어지고 있는 일련의 동심원 평면선형설계에서 조속히 그 기준을 설정하여 설계, 시공 모든 실무자에게 인지되는 선형의 기틀이 마련되길 기대하는 바이며, 앞으로 기준의 설정 및 프로그램화에 많은 연구가 요망된다.