

# Plate의 조합하중 변화에 따른 탄성 좌굴 강도

## A Study of Elastic Buckling Strength of Plate under Combined Loads

염응준\*                      황경민\*\*                      황민오\*\*\*                      강영중\*\*\*\*  
Youm, Eung-Jun              Hwang, Kyoung-Min              Hwang, Min-O              Kang, Young-Jong

---

### ABSTRACT

Recently, various and new special methods of construction about steel bridges have been tried, and the study about local buckling about this have been performed too. But, because of various cases, structural analysis is performed to check safety for each step of construction, and this is not efficient and economical method for time and manpower. So, for solution of this problems, general method about checking safety needs to be developed. In this study, in preparation for development about this, we look into elastic buckling characteristics of plates for each case as load, boundary condition, aspect ratio, and so on.

---

### 1. 서 론

현대 교량 구조물은 기술의 발전으로 더욱 장대화, 경량화 되는 추세에 있으므로, 강교량 형식의 구조물에 대한 기술의 발전이 계속 이루어지고 있는 추세이다. 시공기법에는 일반적으로, 콘크리트 교량의 특수 공법의 이용이 활발한 한편, 강교량은 오랫동안 크레인 가설공법을 채택하여 왔으나, ILM 공법등의 시공방법이 강교량 구조물에도 시도되고 있다. 이러한 활발한 움직임 가운데, 시공 도중에는 완성된 교량과 전혀 다른 응력상태의 상태를 거치게 되는데 그것에 따른 국부좌굴에 대한 검토는 연구가 활발히 계속되고 있으나, 그 다양성 때문에, 시공 단계별로 해석을 하나씩 실행하여 그에 대한 안정성을 살펴보는 방법을 이용하고 있다. 이러한 방법은 시간과 인력이 많이 요구되므로 효율적인 검토 방법이라고 할 수 없다. 본 연구는 이러한 문제를 해결하기 위한 방편의 초석을 마련하기 위해, 국부판의 하중조합 및 형상비, 경계조건을 매개변수로 하여 판형의 국부좌굴 양상을 살펴 보았다. 또한, 본 연구는 각 매개변수에 따른 interactive curve 작성과 순수 좌굴식을 이용한 좌굴계수 산정의 방법으로 결과를 정리하여 그 양상을 살펴보았다.

### 2. 연구 동향 및 배경 이론

판형에 대한 국부좌굴에 연구는 많이 이루어져 왔지만, 대부분 특수한 경우의 구조해석 및 실험적 연구 중심으로 이루어져 왔으며, 전단 응력에 관한 좌굴강도에 대한 연구는 Lee et al.(1996), Bradford(96), 김(1998)등에 의해서 연구되어 왔다. 한편, 기본적으로 1900년대 초에, Timoshenko(1910), Bergmann and Reissner(1932), Seydel(1933) 등에 의해 압축 및 전단에 대한 국부좌굴의 기본식이 유도 되었고, 아직도 현대의 국부좌굴 연구의 근간이 되는 기본식으로 이용되고 있다. 식 1은 순수

---

\* 고려대학교 토목환경공학과 박사과정, 정회원  
\*\* 고려대학교 토목환경공학과 석사과정, 비회원  
\*\*\* 포항산업과학연구원 연구원, 정회원  
\*\*\*\* 고려대학교 토목환경공학과 부교수, 정회원

압축응력에 대한 좌굴식이고 식 2는 순수 전단응력에 관한 좌굴식이다.  $k, k_v$  는 각 응력 상태에 따른 좌굴 계수이고, 나머지 변수는 Fig.1에 표시되어 있는 것과 같다.

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu)^2 (b/t)^2} \quad (1)$$

$$\tau = k_v \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu)^2 (b/t)^2} \quad (2)$$

$$k_v = 4.0 + 5.34 (a/b)^2 \quad a/b \leq 1 \quad (3)$$

$$k_v = 5.34 + 4.0 (a/b)^2 \quad a/b \geq 1 \quad (4)$$

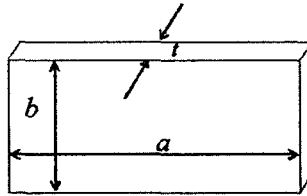


Fig.1 Plate(판형)

단순지지 조건에서의 조합하중에 대한 국부좌굴식은 다음과 같다.

$$\frac{\sigma_c}{(\sigma_c)_{cr}} + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 = 1: \text{압축} + \text{전단 (Iguchi, 1938)} \quad (5)$$

$$\left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_{cr}}\right)^2 = 1: \text{전단} + \text{휨 (Chwalla, 1936)} \quad (6)$$

$$\frac{\sigma_c}{(\sigma_c)_{cr}} + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_{cr}}\right)^2 = 1: \text{압축, 전단} + \text{휨 (Gerard and Becker(1957~1958))} \quad (7)$$

### 3. 결과 분석

#### 3.1 연구 방법

본 연구는, 범용프로그램(모델링:MSC PATRAN 8.5, Solver:ABAQUS 6.3.1)을 이용하여 매개변수에 따른 국부좌굴 해석을 수행하였다. 요소는 4절점 쉘요소(S4R5)를 사용하였고, 물성치는 탄성계수와 포아송비를 각각,  $E = 21000 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\nu = 0.3$ 를 사용하였으며 단위는 kg, mm 단위로 사용하였다. 매개변수인 형상비( $a/b$ : Fig.1)는  $b$ 를 3000mm로 고정시키고  $a$ 값을 조절하여 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4로 변화시켜 해석을 수행하였으며, 경계조건과 Fig.2와 같다. 하중조합은 Fig.3의 단일 하중을 두개씩 조합하여 해석을 수행하였다.

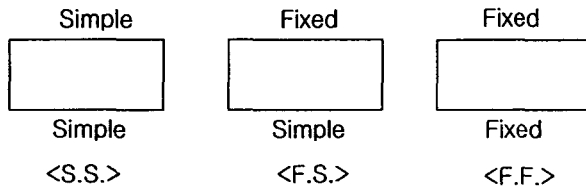


Fig.2 경계 조건

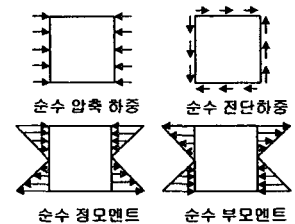


Fig.3 단일 하중의 종류

### 3.2 Interactive Curve

본 해석의 결과는 Fig.4와 같다. 보이는 바와 같이, 전단하중과 휨하중의 조합에서는 형상비와 경계조건에 상관없이 거의 일정한 곡선을 나타내는 것을 알 수 있다. 또한, 압축하중과 휨하중의 조합에서는 fixed-simple 조건에서 휨하중이 부모멘트일 때와 fixed-fixed조건일 때는 형상비에 상관없이 곡선이 일정함을 알 수 있으며, 나머지 경우에는 다소 불규칙한 곡선을 나타내었다. 마지막으로, 전단하중과 휨하중의 조합에서는 fixed-simple 조건에서 휨하중이 정모멘트일 때는 형상비에 따른 곡선의 차이가 거의 없으며, 나머지 경우에 대해서는 형상비에 따라서 약간씩 변화해 나가는 것을 알 수 있다.

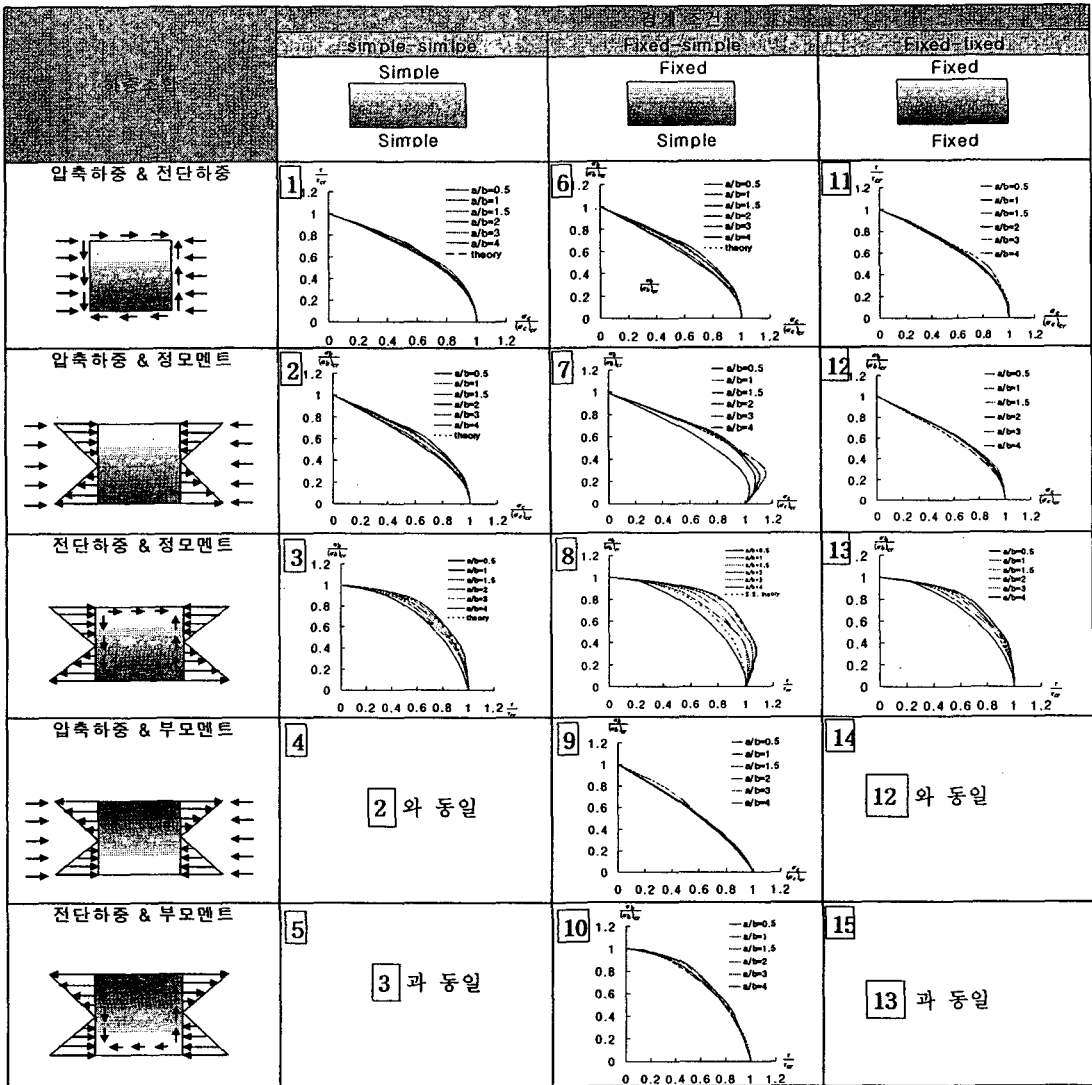


Fig.4 매개변수에 따른 interactive curve

특히, 형상비에 따라서 일정한 변화 양상을 보이는, 전단하중과 휨하중의 조합에서는 형상비에 따른 interactive curve 식이 제안될 수 있을 것이다. 또한, 압축력과 휨하중의 조합에서 fixed-simple 조건 (positive moment)에서는 고정(fixed)부분의 비교적 큰 강성을 지니는 부분에서 압축력을 집중적으로

받기 때문에 다른 조건에서와 다르게 곡선이 튀어나오는 양상을 보인다. 앞의 해석 결과를 바탕으로 한 interactive curve에서 볼 수 있듯이, 형상비와 관계없이 기존의 식과 거의 일치하는 경우가 있는 반면, 매개변수에 따라 일정한 곡선의 변화양상을 보이는 경우도 있다는 것을 알 수 있다. 후자의 경우는 Fig.5의 경우에서와 같이 회귀 분석을 통하여 그 관계식을 유추할 수 있고, 모든 경우에서의 경향 분석을 정리하면 표 1과 같다.

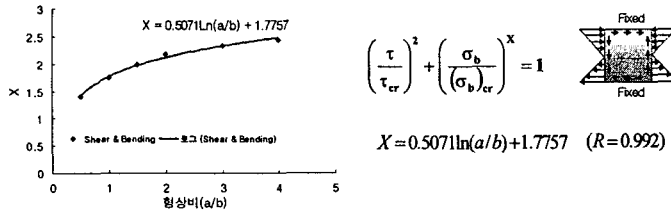


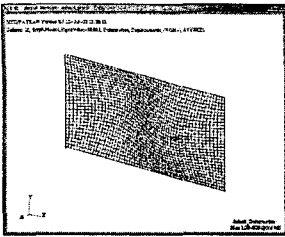
Fig.5 매개변수에 따른 interactive curve의 회귀분석 예  
( fix-fix, 전단력 + 휨하중 )

표 1. 형상비 변화에 따른 각 조건 별 interactive curve의 식

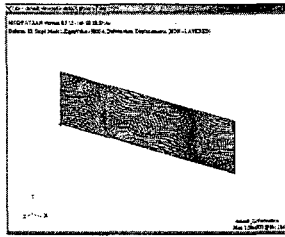
그림 4의 번호	경계조건 하중형태	식	R	비고
1	simple-simple 압축 & 전단	$\frac{\sigma_c}{(\sigma_c)_{cr}} + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 = 1$	-	기 존 식
2	simple-simple 압축 & 경모멘트	$\frac{\sigma_c}{(\sigma_c)_{cr}} + \left(\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_{cr}}\right)^2 = 1$	-	
3	simple-simple 전단 & 경모멘트	$\left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_{cr}}\right)^2 = 1$ $X = -0.5075\ln(a/b) + 1.6272$	0.975	제안식
6	fixed-simple 압축 & 전단	$\frac{\sigma_c}{(\sigma_c)_{cr}} + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 = 1$	0.999	기존식 (simple-simple)
7	fixed-simple 압축 & 경모멘트	$\left(\frac{\sigma_c}{(\sigma_c)_{cr}}\right)^{1/3} + \left(\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_{cr}}\right)^{10/7} = 1$	0.985	제안식
8	fixed-simple 전단 & 경모멘트	$\left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^{1.3} + \left(\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_{cr}}\right)^X = 1$ $X = 1.7572\ln(a/b) + 3.0235$	0.985	
9	fixed-simple 압축 & 부모멘트	$\frac{\sigma_c}{(\sigma_c)_{cr}} + \left(\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_{cr}}\right)^{10/7} = 1$	0.995	
10	fixed-simple 전단 & 부모멘트	$\left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_{cr}}\right)^{10/7} = 1$	0.998	
11	fixed-fixed 압축 & 전단	$\frac{\sigma_c}{(\sigma_c)_{cr}} + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 = 1$	0.997	기존식 (simple-simple)
12	fixed-fixed 압축 & 경모멘트	$\frac{\sigma_c}{(\sigma_c)_{cr}} + \left(\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_{cr}}\right)^2 = 1$	0.997	
13	fixed-fixed 전단 & 경모멘트	$\left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_{cr}}\right)^X = 1$ $X = 0.5071\ln(a/b) + 1.7757$	0.992	제안식

### 3.3 모드 형상

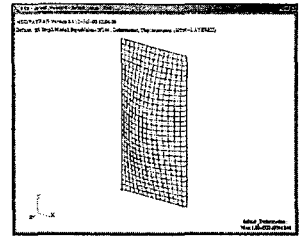
모드 형상은 Fig.6에서 보이는 것과 같이 형상비가 클수록 복잡한 거동을 나타내는 것을 알 수 있으며, 모든 경우에 대해서도 비슷한 경향을 가지고 있다. 또한 Fig.7에서와 같이 조합하중에 따른 모드형상은 그 조합하중의 양상과 부합되는 모드를 보인다.



(a)  $a/b = 0.5$

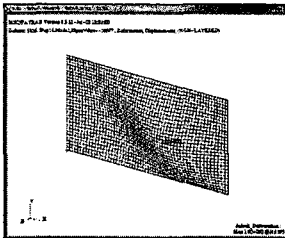


(b)  $a/b = 2$

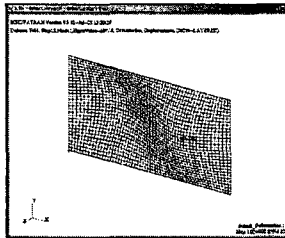


(c)  $a/b = 4$

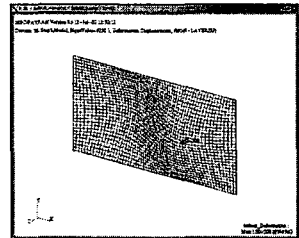
Fig.6 형상비에 따른 모드 형상 예 ( simple-simple, 압축하중+전단하중, 응력비 1:1 일때)



(a) 압축력 + 전단력



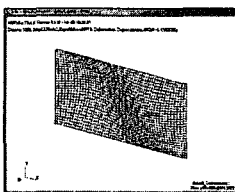
(b) 압축력 + 휨하중



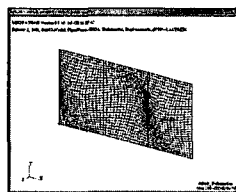
(c) 전단력 + 휨하중

Fig.7 조합하중에 따른 모드 형상 예 ( simple-simple,  $a/b = 2$ , 응력비 1:1 일때)

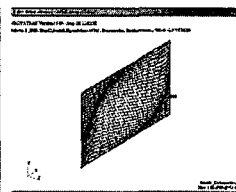
Fig.8은 경계 조건에 따른 모드형상 중 하나이다. 보는 바와 같이 경계조건이 고정 조건(fixed)에 가까울수록 그만큼 강성이 증가되기 때문에 복잡한 양상을 갖는다.



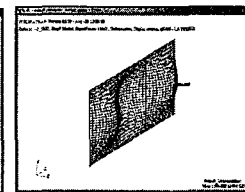
(a) simple-simple  
(positive bending)



(b) fixed-simple  
(negative bending)



(c) fixed-simple  
(positive bending)

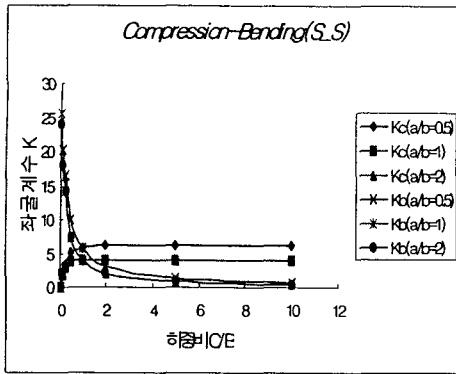


(d) fixed-fixed  
(positive bending)

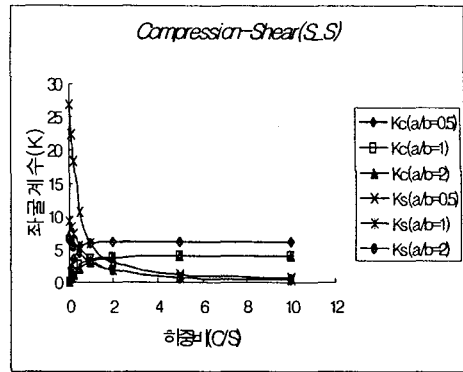
Fig.8 경계조건에 따른 모드 형상 예 ( 압축하중 + 휨하중, simple-simple,  $a/b = 2$ , 응력비 1:1 일때)

### 3.4 각 매개 변수에 따른 좌굴 계수

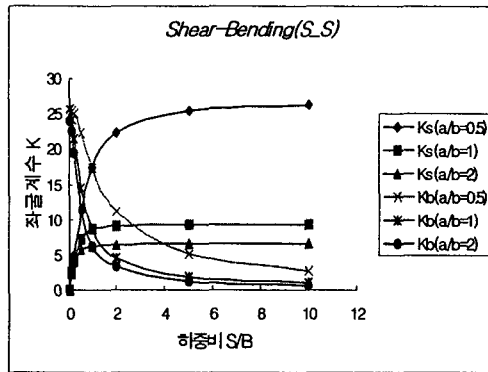
각 매개변수에 따른 좌굴계수는 Fig.9 과 같다. 보는 바와 같이 전체적으로 형상비가 커질수록 2차 곡선으로 변화를 보이며, 다른 경계조건에서도 형상비에 따라서 일정한 양상을 보인다. 변화양상은 하중조합에 영향을 가장 많이 받으며, 모두 규칙적인 양상으로 일정한 상관관계를 가질 것으로 기대된다.



(a) 압축력 + 휨하중, simple-simple 조건



(b) 압축력 + 전단력, simple-simple 조건



(c) 전단력+ 휨하중, simple-simple 조건

Fig.9 조합하중과 각 매개변수에 따른 좌굴계수 값

#### 4. 결론

1. Aspect ratio=1, Simple-Simple 지지조건 해석수행 결과 30 by 30 elements의 Convergence test에서 이 른값과 1% 미만의 오차를 보여 이를 바탕으로 해석을 수행하였다.
2. 각 하중 조합에 대한 Interaction Curve 작성을 해본 분석 결과는 다음과 같다
  - 전단력 + 휨하중 : 형상비에 따른 차이가 거의 없음
  - 압축력 + 휨하중 :
    - 1) fix-simple(negative bending), fix-fix 조건에서는 형상비에 따른 차이가 거의 없음.
    - 2) fix-simple(positive bending), simple-simple 조건에서 형상비에 따른 차이가 상대적으로 불규칙하게 일어남.
  - 전단력 & 휨하중: fix-simple(positive bending) 조건에서 형상비에 따른 차이가 거의 없으며, 나머지 조

건에서는 규칙적으로 변함.

3. 형상비에 따라 일정한 변화 경향을 보이는 조건에서의 interactive curve는 회귀분석을 통하여 형상비에 따른 식을 도출할 수 있었다.
4. 하중비(a/b)에 따른 좌굴 계수의 변화 추이 분석한 결과는 다음과 같다.-형상비(a/b)에 따라서 일정한 좌굴계수 변화양상이 보이며, 그양상은 주로 하중조합 형태에 지배를 받는다.-Sheer & Bending 조합에서 하중비에 따른 좌굴계수의 변화가 크다. 또한, 각 매개변수에 대하여 일정한 상관관계를 가질 것으로 기대된다.

#### 감사의 글

본 연구는 『포항산업과학연구원 국가지정 강교량 연구실(NRL)』의 지원으로 수행되었으며 이에 감사를 드립니다.

#### 참고 문헌

1. Theodore V. Galambos (1998), Stability design criteria for metal structures, 5th edition, John Wiley & Sons, Inc.
2. Hans H. Bleich (1975), Buckling strength of metal structures, Lexington Books.
3. Charles G. Salmon, John E. Johnson (1996), Steel structures design and behavior, 4th edition, HarperCollins
4. 김재석(1998) 수평보강재가 없는 강곡선 I형보 복부판의 탄성전단좌굴, 석사학위논문, 고려대학교