

# 가상균열 모델을 이용한 피로균열 진전 해석

Analysis of fatigue crack growth using fictitious crack model

양승용\*, 구병춘\*

Seung-Yong Yang, Byeong-choon Goo

## ABSTRACT

A fictitious crack model was used to analyze fatigue crack growth under the influence of residual stress. In the fictitious crack model, crack is represented in terms of the separation of two adjacent interfaces and the constitutive equation between the separation and traction is assumed. The effect of fatigue loading was included in the constitutive equation by considering damage accumulation in the cohesive zone. To investigate the effect of the residual stress on the fatigue crack growth, we calculated the residual stress distribution due to transient heat flux to the specimen by finite element method. Fatigue crack growth was simulated by the fictitious crack model with repeated loading. The mode-I crack growth rates were compared for the cases with and without the compressive residual stress around the crack tip. It was observed that the mode-I crack growth can be suppressed by compressive residual stress.

Key words: Fatigue crack growth(파로균열성장), Fictitious crack model(가상균열모델), Damage accumulation(손상누적), Residual stress(잔류응력)

## 1. 서론

철도차량 등 기계구조물은 운용 중에 반복적인 외력을 받게 되며 구조물 내에 파로 손상이 누적되어 결국 파괴에 이르게 된다. 강구조물의 파로수명을 연장시키기 위한 방법으로는 균열 생성 주기를 연장시키거나, 균열이 모재의 두께방향으로 관통한 경우는 균열 발생부를 보수하는 방법 등이 있다. 송하철<sup>(1)</sup>은 균열 성장 속도를 자연 또는 정지시키기 위한 방법으로 균열 발생부 주위에 국부적인 가열을 하여 균열 선단에 인위적으로 압축 잔류응력을 생성시키는 기법을 제안하였다. 본 논문에서는 잔류응력 분포가 파로균열 성장에 미치는 영향을 해석적으로 연구하기 위하여, 가상균열 모델을 이용하여 유한요소해석을 수행하였다. 가상균열 모델은 균열을 인접한 두 면(cohesive zone, 응집영역)이 분리되는 현상으로 이상화 하고, 두 면 사이에 작용하는 견인력과 변위 사이의 구성방정식을 기술함으로써 균열의 발생 및 성장을 해석하는 기법이다. 본 논문에서는 기존의 여러 저자<sup>(2)</sup>에 의해 발표된 비가역 가상균열 모델을 보완하여 반복적으로 작용하는 파로 하중의 영향이 균열 성장에 고려될 수 있도록 누적손상계수의 진화방정식을 추가하여 가상균열 구성방정식을 수정하였다. 균열 선단부의 국부 가열에 의한 잔류응력 분포를 구하기 위하여 상용 유한요소 해석 프로그램인 ABAQUS를 이용하였으며, 반복 하중에 의한 파로균열 진전을 시뮬레이션 하여 잔류응력 및 응력확대계수 값이 변할 때 균열 성장이 변화하는 경향을 해석하였다.

## 2. 피로 손상을 고려한 가상균열 모델

가상균열 모델에서는 균열 생성을 두 개의 인접한 면의 분리로 이상화하여 다루게 된다. Fig.1의 2차원 균열에 대하여, 균열 전파 경로를 따라 응집영역(cohesive zone)을 가정하고 이 구간의 윗면과 아랫면 사이의 거리(displacement jump)와 견인력(traction) 사이의 관계를 구성방정식을 이용하여 기술한다. 응집영역 구성방정식의 기초적인 형태는 Needleman<sup>(3)</sup>과 Rose 등<sup>(4)</sup>에 의해 제안되었다. 응집영역을 따라 균열이 전파함에 따라 인접한 두면은 초기의 완전히 밀착된 상태에서부터 벌어지게 되어 최종적으로 견인력이 완전히 소멸된 분리된 상태에 이르게 된다. De-Andres 등<sup>(2)</sup>은 재료가 하중 부가 및 제하를 받는 경우에 대하여 응집영역에 작용하는 유효 견인력  $t$ 와 유효 변위  $\delta$  사이의 관계를 다음 식으로 가정하였다.

$$t = \begin{cases} e\sigma_c \frac{\delta}{\delta_c} e^{-\frac{\delta}{\delta_c}} & \text{if } \delta = \delta_{\max} \text{ and } \dot{\delta} \geq 0 \\ \frac{t_{\max}}{\delta_{\max}} \delta & \text{if } \delta < \delta_{\max} \text{ or } \dot{\delta} < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$e \approx 2.71828$ 이고  $\sigma_c$  및  $\delta_c$ 는 재료 상수이며, 두 면사이의 거리 벡터  $\delta = (\delta_s, \delta_n)$ 에 대하여 유효 변위  $\delta$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\delta = \sqrt{\beta^2 \delta_s^2 + \delta_n^2}$$

$\beta$ 는 무게 인자이다. 부하 시에는 유효 견인력  $t$ 가 곡선을 따라 변화하게 되지만, 제하 시에는 원점을 향하여 직선을 따라 변화하게 된다. 그 후 다시 하중을 가하면 견인력  $t$ 는  $\delta$ 가  $\delta_{\max}$ 에 다다르기 전까지는 직선을 따라 증가하고  $\delta$ 가  $\delta_{\max}$ 를 넘어서면 다시 곡선을 따라 변화하게 된다.

가상균열 면이 압축될 경우는 접촉 조건을 고려하여 두 면 사이의 변위에 대하여 선형의 반발력이 작용한다고 가정하였다. 즉  $\delta_n < 0$ 인 경우, 균열 면에 수직 방향 견인력  $t_n$ 은  $t_n = k\delta_n$ 에 의해 결정되며, 스프링 상수  $k$ 는  $\delta_n \geq 0$ 인 경우에 기술된 (1)식의 곡선부 견인력-변위 그래프의 원점에서의 기울기에 확대 계수를 곱하여 구하였다. 본 논문에서는 확대 계수 100을 가정하였다. 한편 압축과 전단 변위가 동시에 작용하는 경우의 전단 견인력  $t_s$ 는 유효 변위를  $\delta = \sqrt{\beta^2 \delta_s^2}$ 와 같이 전단 변위 만으로 정의한 후, 식 (1)을 이용하여 결정하였다.

Fig.2와 Fig.3에 순수 인장 및 순수 전단이 작용하는 경우에 대하여 견인력-변위 곡선을 도시하였다. 위에서 설명한 바와 같이 가상균열 접촉면이 압축될 경우는 견인력이 변위에 대하여 선형적으로 변함을 볼 수 있다. 순수 전단의 경우는 전단 방향에 대하여 좌우 대칭적으로 전단 견인력이 발생하였다. 한편 인장과 전단이 동시에 작용할 경우는 Fig.4에 보는 바와 같이 최대 인장 견인력 값이 순수 인장인 경우에 비하여 감소하였다.

이상의 비가역 가상균열모델을 반복 하중을 받는 물체의 균열 진전에 적용하면 응집영역에

작용하는 견인력이 재료의 응집강도  $\sigma_c$  이하일 경우 균열은 성장하지 않으며 피로 수명은 무한히 길게 된다. 따라서 반복 하중을 받는 물체의 피로 파괴를 연구하기 위해서는 기존의 가상균열 모델에 반복 하중에 의한 피로 손상의 영향을 포함시킬 필요가 있다. Roe<sup>(5)</sup> 등은 반복 하중에 의해 누적되는 미세 결함들이 재료의 응집강도를 떨어뜨린다고 가정하고 손상계수 D를 이용하여 균열면의 응집강도  $\sigma_c$ 를 다음과 같이 조절하였다.

$$\sigma_c = (1 - D)\sigma_{c0}, \quad 0 \leq D \leq 1.$$

$\sigma_{c0}$ 는 피로 손상이 없는 초기 상태의 응집강도이다. 새로운  $t_{max}$  값은  $\sigma_c$  값을 (1)의 첫번째 식에 대입하여 구하게 된다. 한편 손상계수 D는 다음과 같은 누적 손상을 고려한 진화 방정식을 시간에 대하여 적분함으로써 구하게 된다.

$$\dot{D} = \frac{|\Delta\delta|}{\delta_D} \left( \frac{t}{\sigma_c} - \frac{\sigma_f}{\sigma_{c0}} \right) H(\bar{\delta} - \delta_f) \quad (2)$$

$\Delta\dot{\delta}$ 은 유효 변위의 시간에 대한 변화율이며  $\bar{\delta}$ 는 변위 증분의 절대치을 누적한 값이고  $H(\dots)$ 는 Heavyside 함수이다.  $\sigma_f$ 는 재료의 내구한도(endurance limit)이고,  $\delta_f$ 는 피로 손상이 누적되기 위해 필요한 최소 변위이며,  $\delta_D$ 는 재료 상수이다.

### 3. 피로균열 성장 해석

피로균열 성장에 미치는 압축 잔류응력의 영향을 고찰하기 위하여 동일한 2차원 CT 시편에 잔류응력이 분포하지 않는 경우와 분포하는 경우에 대하여 가상균열 모델을 이용하여 피로균열 진전을 시뮬레이션 하였다. Table 1에 가상균열 모델의 파라미터 값들을 나열하였다. 대칭성을 이용하여 시편의 윗부분만 해석하였으며, Fig.5에 CT 시편의 2차원 평면변형률을 유한요소 모델링을 도시하였다. 피로균열의 성장은 경계요소를 시편의 대칭면을 따라 분포 시킨 후 경계요소에 응집영역 구성방정식을 적용하여 시뮬레이션 하였다. 시편에 반복 하중을 가하기 위하여 CT 시편 원형 훌의 상단에 주기 2초의 0과  $\Delta_{max}$  사이를 오가는 삼각형 변위 하중을 가하였다.

먼저 잔류응력이 없는 경우의 유한요소 해석 결과를 Fig.6 과 Fig.7에 도시하였다. Fig.6은 시간에 따라 시편 대칭면 상에서 피로균열이 성장하는 모양을 시간-거리 평면에 나타낸 그림이다. 변위 하중이 작용할 경우 균열이 성장함에 따라 응력확대 계수가 낮아지므로 균열 성장 속도가 낮아짐을 확인 할 수 있다. Fig.7은 응력확대계수 범위  $\Delta K$ 에 대한 피로균열의 성장 속도를 Log-Log 스케일에 나타낸 그림이다. 응력확대계수 범위는 동일한 시편, 균열 길이 및 하중 조건에 대하여 ABAQUS의 \*contour integral 기능을 이용하여 계산하였다. 균열의 성장 속도는 가상균열 모델을 이용한 균열 성장 시뮬레이션 결과로부터 구하였다. Fig.7에서 볼 수 있듯이 피로균열 성장은 Paris의 멱함수 관계식  $\frac{da}{dN} = C\Delta K^n$  으로 근사할 수 있음을 알 수 있으며 상수 n의 값은 대략 3.32로 계산 되었다. 다음으로 균열 선단 균방에 압축 잔류응력이 존재하는 경우를 해석하였다. 먼저 열탄소성 유한요소 해석을 수행하여 Fig.5의 C-D 선을 따라  $3.68 \times 10^8 J/m^2 s$ 의 열유입에 의한 잔류응력 발생을 계산하였다. 강재의 온도 증가에 따른 항복강도 등의 물성치 변화는 참고문헌 (6)의 값을 이용하였다. Fig.8은 열탄소성 해석

결과로부터 얻어진 수직방향 잔류응력 분포를 보여주며, Fig.9는 A-B선을 따라 수평방향 및 수직방향 잔류응력 변화를 도시한 것이다. C-D 선을 따른 국부 가열에 의하여 노치 선단에서 25mm 떨어진 곳에서 최대 약  $170MPa$ 의 압축 잔류응력이 발생함을 확인 할 수 있다. 노치 선단에서 A-B 선을 따라 약 15mm 떨어진 위치에서의 피로 균열 성장 속도를 Fig.7에 도시하였다. 응력확대계수 범위  $\Delta K$ 는 잔류응력이 존재하지 않는 시편에 대한 값이다. 그라프에서 볼 수 있듯이 압축잔류응력이 존재하는 시편의 경우 인장 반복 하중에 의한 피로균열 성장 속도가 감소함을 확인할 수 있다. 고전적인 피로균열 성장 해석에서는 잔류응력 장의 영향을 고려한 유효 응력확대계수 범위  $\Delta K_{eff}$ 를 계산하여 피로균열 성장 속도와  $\Delta K_{eff}$  사이의 관계를 연구한다. 인장 반복하중이 압축잔류응력 장에 가해질 경우  $\Delta K_{eff}$ 의 같은 잔류응력이 없는 경우에 비하여 감소하게 되며 따라서 피로균열 성장 속도도 감소함을 예측할 수 있다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 피로하중의 영향을 고려한 가상균열 모델을 이용하여 압축 잔류응력이 존재하는 시편의 피로균열 성장을 유한요소법으로 시뮬레이션 하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 피로하중의 영향을 고려할 수 있는 가상균열 모델 구성방정식을 수립하였으며, 이를 이용하여 반복 하중에 의한 피로균열의 성장을 시뮬레이션 할 수 있었다.
- (2) 균열 선단부에 압축 잔류응력이 존재할 경우 피로균열의 성장이 지연됨을 확인하였다.
- (3) 시뮬레이션에 의해 예측된 피로균열 진전은 기본적인 몇 개의 가정으로부터 Paris의 멱함수 관계식을 설명할 수 있어 Paris의 식에 대한 이론적 근거를 제시할 수 있는 가능성을 보였다.

#### 후기

본 연구는 과학기술부의 국가지정연구실사업(NRL)의 지원으로 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

#### [참고문헌]

- (1) 송하철, 2001, 국부가열을 이용한 관통 균열을 가진 강판의 피로수명 연장에 관한 연구, 서울대학교 박사학위논문.
- (2) De-Andres, A., Perez, J.L, Ortiz, M., 1999, Elastoplastic finite element analysis of three-dimensional fatigue crack growth in aluminum shafts subjected to axial loading. Int. J. Solids and Structures 36, 2231-2258.
- (3) Needleman, A., 1987, A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. J. Applied Mechanics 54, 525-531.
- (4) Rose, J.H., Ferrante, J., Smith, J.R., 1981, Universal binding energy curves for metals and bimetallic interfaces. Phy. Rev. Letters 47, 675.
- (5) Roe, K.L., Siegmund, T., 2003, An irreversible cohesive zone model for interface fatigue crack growth simulation. Engineering Fracture Mech. 70, 209-232.
- (6) 양승용, 구병준, 최성규, 2003, 절단에 따른 용접부 잔류응력 재분포 해석. 대한기계학회 2003년도 추계학술대회 논문집.

Table 1. 가상균열모델 수치 파라미터 값.

$\sigma_{c0}$	1000 MPa
$\delta_c$	0.05 mm
$\beta$	1
$\delta_D$	0.5 mm
$\sigma_f$	150 MPa
$\delta_f$	0.25 mm

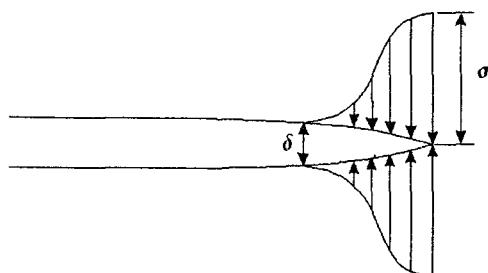


Fig.1. Fictitious crack model.

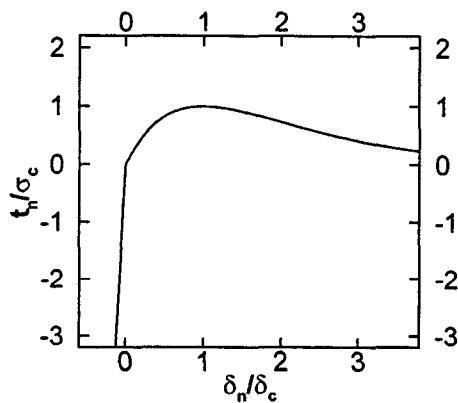


Fig.2. Normal traction vs. normal displacement relation when  $\delta_s = 0$ .

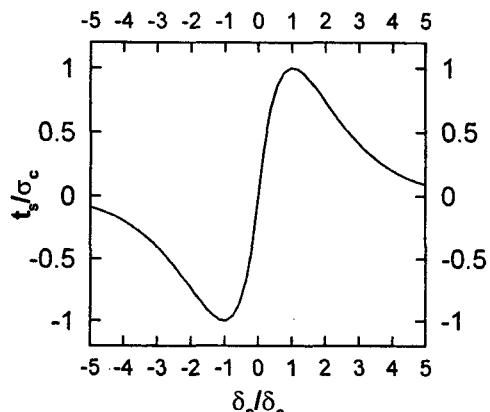


Fig.3. Shear traction vs. shear displacement relation when  $\delta_n = 0$ .

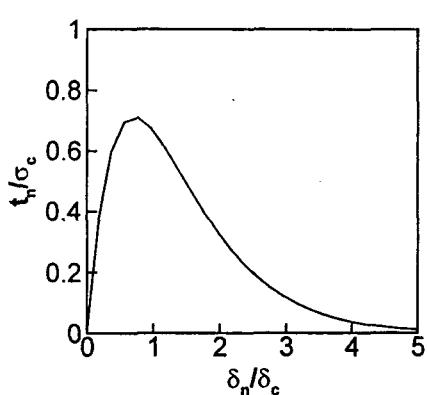


Fig.4. Normal traction vs. normal displacement relation when  $\delta_n = \delta_s$ .

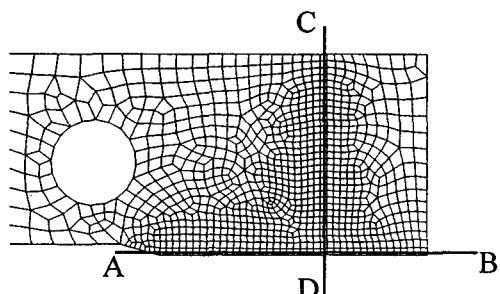


Fig.5. Finite element mesh for 2D CT specimen. Height of the model is 75mm, and the distance between the notch tip and the right hand side boundary is 100mm.

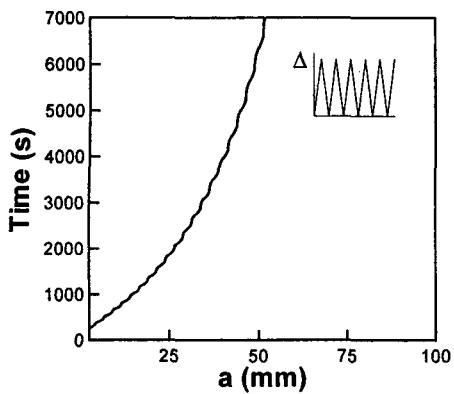


Fig.6. Numerical fatigue crack growth result for constant amplitude fatigue without residual stress. Amplitude of the cyclic displacement loading was 0.1 mm.

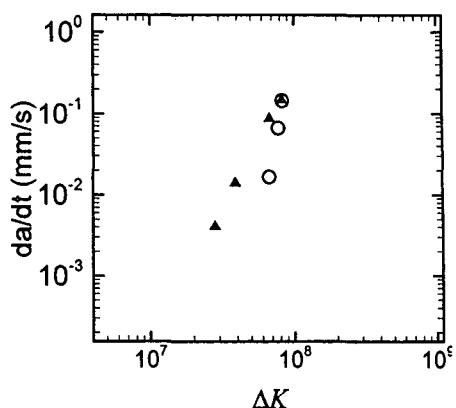


Fig.7. Numerical fatigue crack growth rates with and without residual stress distribution. Triangle: without residual stress. Circle: with compressive residual stress around the crack tip.

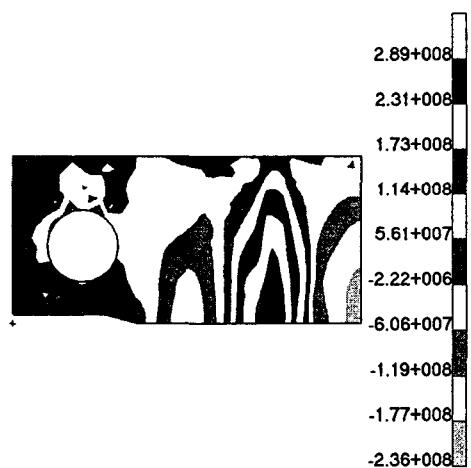


Fig.8. Vertical residual stress  $\sigma_{22}$  distribution by heating along C-D line in Fig. 5.

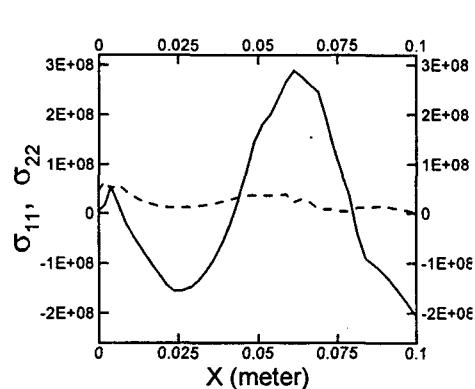


Fig.9. Residual stress  $\sigma_{11}$  and  $\sigma_{22}$  distributions along A-B line in Fig.5. Dashed line:  $\sigma_{11}$ . Solid line:  $\sigma_{22}$ .