

## Multirate 샘플링을 이용한 CDBC의 설계

김진용, 김성열, 이금원, 이준모

관동대학교 정보기술공학부(E\_mail : kwlee@kwandong.ac.kr)

### Design of a CDBC Using Multirate Sampling

Jin Yong Kim, Seung Youal Kim, Keum Won Lee and Jun Mo Lee  
Devison of Information Technologies Eng., Kwandong University

#### Abstract

This paper proposes a design method of a CDBC(Continuous-time Deadbeat Controller)system that takes into account the response between the sampling instant and using second-order smoothing elements. The continuous deadbeat controller is composed of a serial integral compensator and a local feedback compensator introduced into the state feedback loop. A DC servo motor is chosen for implementing CDBC algorithm. Especially according to the variable input and disturbance, corresponding CDBC design method is suggested. A Matlab Simulink is used for simulation with the Motor parameter.

By computer simulations, control inputs and system outputs are shown to have desirable property such as smoothness.

**Keywords:** Multirate Continuous-time Deadbeat Controller, Compensator, Smoothing elements.

#### I. 서론

디지털 제어에 있어서 최적제어, PID제어 및 유한정정 제어 등은 고성능의 컨트롤 시스템을 가능하게 한다. 유한정정(Deadbeat)은 잘 확립되어 있는 개념이고 본 논문에서는 유한정정 개념에 Continuous-time을 실현하여 연속시간유한정정제어기 설계한다. 또한 전체 샘플링에 따른 공백시간 동안 다중 샘플링을 두어 출력응답 특성을 기존의 CDBC 제어와 비교 나아짐을 보인다.

여기서 Continuous-time의 실현을 위해 설계가 용이한 디지털 형태의 제어기를 만들고 제어기 출력단에 저차의 평활요소를 설치하여 연속계 유한정정제어기 효과를 나

타낼 수 있다. 즉 제어대상으로 볼 때 이 평활요소가 포함된 확대계라고 볼 수 있다. 달리 말하면 확대계에 대한 최적유한정정 디지털 제어장치를 설계하고, S/W적인 계산에 따라 얻은 이산치 조작량을 평활하여 만든 연속조작량을 제어대상에 부가한다면, 샘플치계와 융합으로 연속시간 유한정정서보계가 용이하게 실현된다<sup>[1]-[10]</sup>.

본 논문에는 Multirate를 이용한 다중 샘플링으로 확대계의 부가한다. 이는 초기 샘플링과 다음 샘플링사이의 공백시간동안 다중 샘플링을 부가하므로써 출력의 빠른 응답을 보여준다. 여기서 상태귀환 루프에 디지털 형태로 보상기를 구성한 디지털 최적유한정정 서보계의 설계법을 연구한다. 특히, 디지털 형태의 조작량에 ZOH를 인가하고 이의 출력이 평활요소로 사용된 2차 지연요소를 사용하였으며, 양자가 Multirate을 사용한 샘플주기와 감쇄정수를 적당히 선택하여 설계자가 원하는 매끄러운 출력을 얻을 수 있다.

본 논문에서는 MATLAB 언어를 사용하여 시뮬레이션한다. 특히 자유도 및 Multirate 부여하여 조작량의 샘플치를 많이 보관하여 이용할수록 더 매끄럽고 크기가 크지 않는 조작량을 얻을 수 있음을 확인한다. 본 논문에서는 특히 기존의 입력을 다중 샘플링에 의해 보상함을 고려함에 있어 실제모터에 유용함을 보이며, 실제 모터에 대한 CDBC 설계에 실용적이라고 볼 수 있다.

#### II. 본론

##### 1. Continuous-time 파라미터

연속인 CDBC 제어량을 얻기 위해 사용되는 관련다항식의 차수를 증가시켜서 자유도를 주는 방법에는 지수함수를 이용한 방법이 있지만 본 연구에서는 제어분야에서 잘 알려져 있는 표준형의 2차 지연요소

$$G(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} \quad (1)$$

를 평활요소로 사용한다<sup>[3],[5],[6]</sup>.

2. 문제의 설정

그림 1의 제어시스템 블록도에서 최적유한정정제어기를 설계하기 위해 상태 귀환 루프중에  $D_F(z)$ 을 도입하고,  $W_{rs}(z)$ 는 직렬 보상기로 확대계  $G(s) = G_f(s)G'(s)$ 에 대한 스텝상 목표치  $r$ 로 한 1형의 디지털 최적유한정정서보계 형태를 만든다.

디지털 제어입력  $\bar{u}_i$ 는 최적의 의미를 갖고 있는데,  $Q, R$ 을 정정대칭인  $(N+1) \times (N+1)$  하중행렬로 한 경우, 편차와 조작량에 관한 최소화할 2차 평가함수는

$$P = \frac{1}{2} (e^T Q e + u_k^T R u_k) \quad (2)$$

로 둘 수 있고, 이식을 최소화하는 조작량에 해당된다.

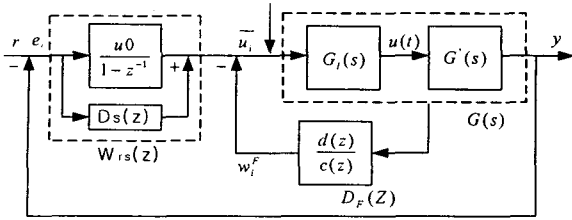


그림 1. Multirate CDBC 제어기 블록도

이에따라 구한  $\bar{u}_i$ 에 대해  $y = G\bar{u}_i$ 가 출력이 되며 따라서 이를 페루프의 규범응답으로 하고, 이 최적  $\bar{u}_i$ 값이 나오도록 귀환 및 forward path 상에 각각 있는 귀환 보상기  $D_F(z)$ 와 적분기 보상기  $W_{rs}(z)$ 를 구한다.

III. Multirate 연속유한정정제어기 (CDBC)의 설계

1. 최적유한정정조작량의 도출

그림 2에서 임의의 정수  $m=2$  두었을 경우 다중 샘플링  $\theta' = \theta/m$  로 나타낼 수 있다. 여기서  $D(z)$ 의 입력 신호  $e$ 와 출력 신호  $W$ 는 식(3)과 같이 결정되며,  $D(z)$ 는 식(4)와 같이 된다.

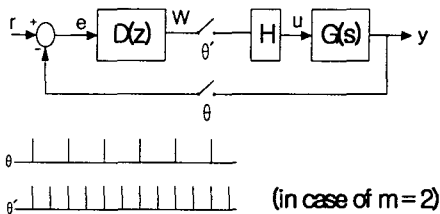


그림 4. Multirate Sampling의 블록도

$$e = \{1, 1, (1-y_2), (1-y_2), (1-y_4), (1-y_4), 0, 0\}$$

$$W = \{u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, \dots\} \quad (3)$$

$$D(z) = \frac{z(u)}{z(e)} = \frac{u_0 + u_1 z^{-1} + u_2 z^{-2} + u_3 z^{-3} + u_4 z^{-4}}{1 + z^{-1} + (1-y_2)z^{-2} + (1-y_2)z^{-3}} * \frac{+ u_5 z^{-5} + u_6 z^{-6} / (1-z^{-1})}{+ (1-y_4)z^{-4} + (1-y_4)z^{-5}} \quad (4)$$

그림 3은  $n=3, m=2$  일 때 2개의 멀티 샘플링의 출력을 나타낸다.

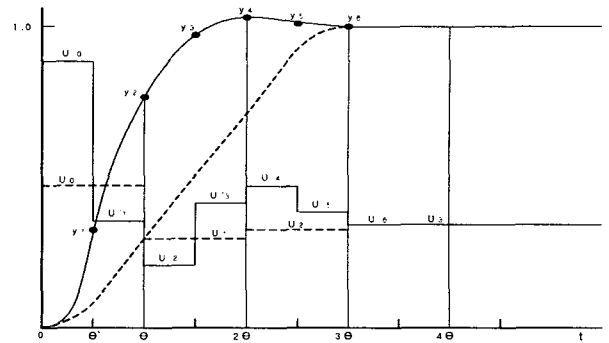


그림 5. Multirate의 출력응답

제어단수를  $n$ , 지수함수형 지연요소를 2차로 하고, 추가자유도를  $k$ 로 하여,  $N = n + 2 + k (k \geq 0)$ ,  $u_i (i=0 \sim N-1)$ 의 조작량으로 출력응답  $y_i (i \geq 1)$ 이,  $N$ 단 이후 스텝상 목표치에 유한정정된다는 것은  $y_i = 1.0 (i \geq N)$ ,  $u_{N+a} = u_N (a \geq 1)$ 가 된다는 의미이다.

따라서 이 조건을 사용하여  $y_i (i = N - N + n + 2)$ 에 관해 식을 세우면

$$i = J_k u_k = J_k [u_0 \ u_1 \ \dots \ u_N]^T = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T \quad (5)$$

단,

$$J_k = \begin{bmatrix} g_N & g_{N-1} & \dots & g_{n+3} & g_{n+2} & \dots & g_1 & 0 \\ g_{N+1} & g_N & \dots & g_{n+4} & g_{n+3} & \dots & g_2 & h_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ g_{N+n+2} & g_{N+n+1} & \dots & g_{2n+5} & g_{2n+4} & \dots & g_{n+3} & h_{n+2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서  $g_i$ 는 임펄스열이다. 한편, 최단시간유한정정제어 ( $k=0$ )의 경우 (5)과  $(n+3) \times (n+3)$  행렬 (6)로부터

$$u_0 = J_0^{-1} i = [u_0 \ u_1 \ \dots \ u_{n+2}]^T \quad (7)$$

여기서  $k \geq 1$ 의 경우는 (5)로부터  $\text{rank } J_k \neq n+3$  이어서  $u_k$ 는 유일하게 결정되지 않기 때문에, (6)식으로부터

$i - J_k u_k = 0$ 의 구속조건을 사용하여 Lagrange 미정계수법을 이용하여 해를 구한다. 물론 (2)식의 평가함수를 최소화하도록 구해야 하고, 구한 값은

$$u_k = M^{-1} [G^T Q_i r - J_k^T [J_k M^{-1} J_k^T]^{-1} [J_k M^{-1} G^T Q_i r - i]] = [u_0 \ u_1 \ \dots \ u_N]^T \quad (8)$$

단,  $M = [R + G^T Q G]$ ,  $i_r = [1 \ \dots \ 1]^T$

2. CDBC 서보계의 설계

그림 1에서 적분보상기  $D_r(z)$ 와 보조 컨트롤러  $D_s(z)$ 을  $D_{rs}(z)$ 로 정의한다. 여기서  $D_r(z)$ 의 출력 신호를 식 (3)을 이용하여 나타내면 식(9)와 같이 된다.

$$W_r = \{ u_0, 2u_0, u_0(3-y_2), u_0(4-2y_2), u_0(5-2y_2-y_4), u_0(6-2y_2-2y_4) \} \quad (9)$$

여기서  $D_s(z)$ 의 출력 신호  $W_s$ 는  $D_r(z)$ 의 첫 샘플링 기간만 관여를 한다. 이때  $W_s$ 는 식(10)과 같이 나타낸다.

$$W_s = \{ 0, u_1, -2u_0, 0 \} \quad (10)$$

두 연속 신호의 보상기  $D_{rs}(z)$ 의 출력은  $W = W_r + W_s$ 와 같이 되며 이때의  $W$ 는 식(11)과 같다.

$$W = \{ u_0, u_1, u_0(3-y_2), u_0(4-2y_2), u_0(5-2y_2-y_4), u_0(6-2y_2-2y_4) \} \quad (11)$$

$D_{rs}(z)$ 의 출력은  $D_s(z)$ 에 의해 다시 쓰여지며 그 식은 (12)와 같이 나타낸다.

$$D_{rs}(z) = \frac{z(u)}{z(e)} = \frac{u_0 + u_1 z^{-1} + u_0(3-y_2)z^{-2} + u_0(4-2y_2)z^{-3} + u_0(5-2y_2-y_4)z^{-4} + u_0(6-2y_2-2y_4)z^{-5}/(1-z^{-1})}{1 + z^{-1} + (1-y_2)z^{-2} + (1-y_2)z^{-3} + (1-y_4)z^{-4} + (1-y_4)z^{-5}} \quad (12)$$

반면  $D_r(z)$ 의 입력되었던 출력신호의 값은 식(13)과 같고

$$y = \{ 0, 0, y_2, y_2, y_4, y_4, 1, 1 \} \quad (13)$$

$D_r(z)$ 의 출력되었던 연속신호  $V$ 가 (14)와 같이 정의 된다.

$$V_i = W_i - u_i, (i=0, \dots, N; V_0=0)$$

$$V = \{ 0, 0, u_0(3-y_2) - u_2, u_0(4-2y_2) - u_3, u_0(5-2y_2-y_4) - u_4, u_0(6-2y_2-2y_4) - u_5, u_0(6-2y_2-2y_4) - u_6, \dots \} \quad (14)$$

식(14)에 의해 디지털 제어값  $D_f(z)$ 가 결정되며 식(15)와 같다

$$D_f(z) = \frac{V_2 z^{-2} + V_3 z^{-3} + V_4 z^{-4} + V_5 z^{-5} + V_6 z^{-6} / (1-z^{-1})}{y_2 z^{-2} + y_2 z^{-3} + y_4 z^{-4} + y_4 z^{-5} + z^{-6} / (1-z^{-1})} = \frac{\{ u_0(3-y_2) - u_2 \} z^{-2} + \{ u_0(1-y_2) - u_2 - u_3 \} z^{-3} + \{ u_0(1-y_4) + u_3 - u_4 \} z^{-4} + \{ u_0(1-y_4) + u_4 - u_5 \} z^{-5} + \{ u_5 - u_6 \} z^{-6}}{(y_4 - y_2) z^{-4} + (1-y_4) z^{-6}} \quad (15)$$

IV. 시뮬레이션 및 고찰

평활요소를 포함한 확대계  $G(s)$ 의 전달함수는

$$G(s) = \frac{1}{(s^2 + 2.4s + 1)(1 + 3.5s)(1 + 8s)} \quad (16)$$

이고, 그림 4, 5는 (16)식의 확대계를 이용한 Matlab 시뮬레이션 결과를 보여주고 있으며, 그림 6은 기본 샘플링과 다중 샘플링의 출력을 비교하고 있다. 여기서 그림 4는 Multirate sampling을 사용하지 않았을 때의 출력이며, 그림 5는 기본 2.5초 샘플링 사이에 1.25초의 Multirate sampling을 가하여 다중샘플링 6단이후에 정정됨을 보여 주고 있으며 디지털 입력을 2차 평활요소를 거쳐 아날로그와 같은 제어입력을 표시하고 있다. 여기서 최적  $u_k$ 는 Lagrange 미정계수법을 이용하여 구하며, 이때의  $u_k$ 는 식 (17)과 같다.

$$u_k = \{ 19.1936, -0.3635, -6.2795, -3.5511, 4.8822, 0.6718, 1 \} \quad (17)$$

이  $u_k$ 에 대응하는 출력  $y$ 는 임펄스와  $u_k$ 의 합으로 얻어진다. 이때의 출력  $y$ 의 값을 식 (18)에 나타내었다.

$$y = \{ 0, 0.0364, 0.2955, 0.6748, 0.9294, 0.9974, 1 \} \quad (18)$$

$D_s(z)$ 와  $D_r(z)$ 의 합으로 나타내어지는  $D_{rs}(z)$ 는 (12)식에서 확인하였으며 이때의 출력값은 식(19)와 같다

$$D_{rs}(z) = \frac{19.1936 - 19.5571z^{-1} + 52.2731z^{-2}}{1 - 0.2955z^{-2}} + \frac{13.5224z^{-3} + 1.3550z^{-4} + 1.3550z^{-5}}{-0.6339z^{-4} - 0.0706z^{-6}} \quad (19)$$

또한 피드백 상의 보상기  $D_f(z)$ 는 (15)식에 의해 다음과 같이 얻는다.

$$D_f(z) = \frac{196.9373 + 36.5319z^{-1}}{1 + 2.1455z^{-2}} * \frac{-23.9561z^{-2} - 18.8355z^{-3} - 1.1108z^{-4}}{0.2389z^{-4}} \quad (15)$$

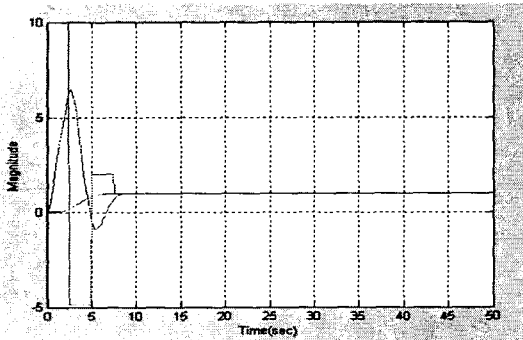


그림 4. 기본 샘플링의 입력 및 출력

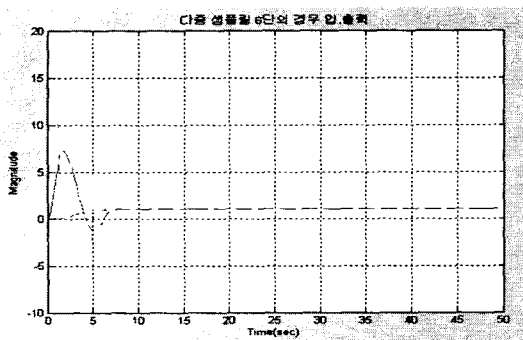


그림 5. 다중 샘플링 6단의 출력

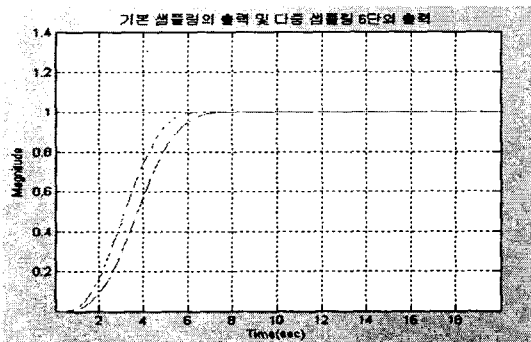


그림 8. 기본 샘플링과 다중 샘플링

#### IV. 결론

제어대상 샘플링에 따른 조작량에 대해 기본 샘플링과 다중 샘플링을 가하고 플랜트의 입력단에 전치한 평활요소를 2차 지연요소로 하는 Multirate sampling을 사

용한 연속계 최적유한정정서보계의 설계법에 관한 연구를 하였다. 디지털 유한정정제어에 비해 Multirate sampling 및 지연평활요소의 결과가 급격한 곡선의 변화가 없는 양호한 연속조작량을 얻는 것을 보였으며, 기본 샘플링의 출력에 비해 다중 샘플링을 두어 출력의 응답 속도가 빨라짐을 Matlab시뮬링크를 사용하여 확인했다.

본 논문은 종래의 디지털 제어장치의 설계법을 이용하고 Multirate sampling을 이용함으로써 불필요한 시간 낭비를 줄임과 동시 출력의 빠른 응답이 나오는 장점이 있음을 알았다.

#### 참고 문헌

- [1] 黒澤, "ユニティニュアスデッドビートロール", 電氣學會論文誌D 111-4, pp.289-295, 1991.
- [2] 連山・新・北森, "連続時間における有限整定サーボ系の設計, 計測自動制御學會論文集", Vol.28-10, 1208, 1992
- [3] 村田・原田, "ユニティニュアス 最適有限整定制御系の一設計法" 電氣學會論文誌C 117-8, pp.1107-1112, 1997.
- [4] 曾根・村田, "最適有限整定サーボ系・レギュレークの設計法," 電氣學會論文誌C 117-2, pp.117-127, 1997.
- [5] E. Nobuyama et.al. "Design of Continuous Deadbeat Tracking Systems," T-SICE, Vol.28, No.10, pp.1201-1208, 1992.
- [6] 村田・相良・和田, "直列・フィードバック補償による有限整定応答制御装置の設計", 20-10, pp.873-879, 1984.
- [7] 村田・相良, "状態フィードバックによる最適有限整定制御系の設計," 電氣學會論文誌C 109-6, pp.432-438, 1996.
- [8] 大林・若宮・村田, "2次지연れ平滑要素を用いたコンティニュアス最適有限整定制御系の設計," 118-, pp.5765-772, 1998.
- [9] Murata. Design of optimal deadbeat control system using state feedback. Denki Gakkai Ronbunshi, Vol.109 -C, 432, 1998
- [10] Urikura. Deadbeat control with regard to continuous-time response. Shisutemu Joho Gakkai Ronbunshi, Vol. 35, 229, 1992.
- [11] Miyahara et al. Digital deadbeat control of motor. Nat. Conf. I.E.E., Japan, No. 601, 1981.