피드백시스템에 대한 직접학습제어의 응용

안현식
국민대학교 전자정보통신공학부(E_mail : ahs@kookmin.ac.kr)

Application of Direct Learning Control to Feedback Systems

Hyun-Sik Ahn
School of Electrical Engineering, Kookmin University

Abstract

In this paper, a DLC method is suggested for linear feedback systems to improve the tracking performance when the task of the system is repetitive. DLC can generate the desired control input directly from the previously learned control inputs corresponding to other output trajectories. It is assumed that all outputs considered in this paper have some relations called "proportionality."

To show the validity and tracking performance of the proposed method, some simulation are performed for the tracking control of a linear system with a PI controller.

I. 서론

작업공간에서 주어진 특정작업을 반복적으로 수행하는 로봇 또는 수치제어기계 등의 정밀추적제어를 위하여 반복학습제어(Iterative Learning Control: ILC)가 제안되었다. [1]-[3] ILC는 과거에 수행되었던 특정작업에 대하여 원하는 출력궤적과 실제 출력궤적의 오차를 효과적으로 이용하기 위한 제어방법으로서 기준입력 또는 외란의 특성이 주기함수이어야 한다는 제약점이 있으나 주어진 작업의 주기가 알려진 경우에는 출력오차를 매우 작게 유지할 수 있으며 시스템의 수학적 모델링에 절대적으로 의존하지 않는다는 장점이 있다.

현재 산업용 로봇, 컴퓨터용 하드디스크, 제철산업의 압연공정, 화공 플랜트 제어 등 다양한 산업분야에서 ILC가 적용되고 있으나 초기상태의 리셋 문제와 원하는 출력파형의 작은 변화에도 반복학습과정을 처음부터 다시 시작해야한다는 문제점을 갖고 있다. [4]-[6]

따라서 최근에는 새로 주어진 원하는 출력궤적이 기존의 학습된 다른 형태의 출력궤적과 특별한 관계를 갖고 있는 경우에는 반복학습제어를 수행하지 않고도 기존의 학습과정을 통하여 얻어진 제어입력들 즉, 반복학습제어기의 출력들을 이용하여 원하는 제어입력을 직접 구할 수 있는 직접학습제어(Direct Learning Control: DLC) 방법이 제안되었다. [7]-[8]

이러한 DLC가 효과적으로 적용될 수 있는 경우를 예를 들면 다음과 같다. XY 테이블에서 원 궤적을 반복적으로 그리는 경우를 고려할 때, 동일한 시간에 다른 반경을 갖는 원을 그리는 경우와 다른 반경의 원을 동일한 시간에 그리는 두 가지 경우는 분명히 특정한 관계를 갖고 있다. 기존의 ILC에서는 각 궤적마다 새로운 학습과정을 요구하므로 많은 횟수의 반복시행을 수행하여야만 한다. 따라서 DLC에서는 출력 궤적들 사이에 특정한 관계가 있을 때 원하는 제어입력을 직접 구하는 것을 목적으로 한다.

기본적으로 ILC는 개루프제어를 목적으로 개발되었으나 폐루프제어의 제어입력 보정용 또는 기준입력 보정용으로 사용될 수 있다. 이러한 구조를 사용하면 반복시행 횟수를 크게 줄일 수 있을 뿐만 아니라 외란의 영향도 폐루프제어기의 성능에 따라 적절히 제거시킬 수 있다. [9]

본 논문에서는 우선 선형 폐루프 제어시스템을 대상으로 DLC 방법을 적용하여 반복학습과정 없이 원하는 제어입력을 직접 구할 수 있음을 수학적 해석을 통하여 보인다. 또한 수치예제에 대한 시뮬레이션 결과를 통하여 제안된 방법의 타당성 및 제어성능을 검토하기로 한다.

II. 문제의 정의 및 가정

ILC의 적용시 수학적 해석을 통하여 유도된 수렴조건하에서 출력의 수렴성은 보장되지만 학습과정에서 종종 과도한 크기의 출력오차가 발생할 수 있다. 이러한 문제점은 반복학습제어가 개루프제어로 사용될 때 특히 분명하

게 나타나며 폐루프제어에 결합시켜 사용하는 경우에는 과도기에서 출력오차의 크기를 크게 줄일 수 있다.

폐루프 제어시스템과 결합된 ILC의 기본구조는 그림 1과 같으며 여기서 피드백제어기는 폐루프 시스템의 안정화제어기로서 PI제어기를 비롯한 임의의 제어기가 사용될 수 있다. 본 논문에서는 PI 제어기를 사용한 폐루프시스템에 대하여 실제 출력이 원하는 출력과 일치되도록 하는 제어 입력을 DLC를 이용함으로써 직접적으로 구할 수 있음을 보이고자 한다.

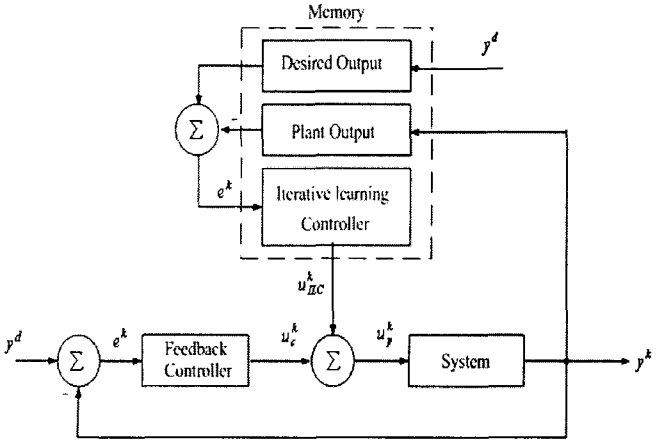

그림 1. 폐루프시스템에 대한 ILC.

DLC가 적용 가능한 출력 궤적들 사이의 특정한 관계의 정의 및 수학적 해석을 위한 가정은 각각 다음과 같다.

정의 1 : 기존의 출력궤적 벡터 $\mathbf{y}_i(t_i)\ \ t_i \in [0, T_i]$와 다른 출력궤적 벡터 $\mathbf{y}(t),\ t \in [0, T]$ 사이에 $\rho_i(t) = t_i = p_i t$ 및 $\rho_i(0) = 0$, $\rho_i(T) = T_i$ 의 관계가 성립하면, $\mathbf{y}_i(t_i)$가 $\mathbf{y}(t)$에 시간 스케일링에 의해 비례("*proportional in time scales*")한다고 정의한다.

가정 1 : 제어입력 행렬과 출력 행렬의 곱은 비특이(nonsingular)하다.

가정 2 : 기존에 학습에 사용되었던 $l(l \geq 2)$개의 출력궤적 벡터 $\mathbf{y}_i(t_i), t_i \in [0, T_i]$가 있고, 이 궤적벡터를 생성할 수 있는 제어입력 프로파일 $\mathbf{u}_i(t_i)$가 반복학습과정을 통하여 구해져서 저장되어 있다. 또한, 이미 학습에 사용되었던 $\mathbf{y}_i$ 및 $\mathbf{y}_j\ (i \neq j)$에 대하여 $p_i \neq 0$, $p_j \neq 0$ 및 $p_i \neq p_j$($i, j = 1, \cdots, N$)이 성립한다.

III. 제어입력 보정을 위한 DLC

이제 그림 1의 시스템에서 개루프시스템에 대한 동적방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + bu_p(t)) \\ y(t) &= c^T x(t) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $x(t) \in R^n$, $u_p(t)$ 및 $y(t)$는 각각 상태벡터, 제어입력 및 시스템출력이다. 피드백제어기를 PI 제어기로 사용하였을 경우 그림 1의 시스템에 대한 전체 상태방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - bK_P c^T & bK_I \\ -c^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u_{ILC} + \begin{bmatrix} bK_P \\ 1 \end{bmatrix} y_d \tag{2}$$

$$y = \begin{bmatrix} c^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}$$

위 방정식에서 K_p 및 K_I는 각각 PI 제어 이득이고, $z(t) = \begin{bmatrix} x^T & x_c^T \end{bmatrix}^T$ 및 $u(t) = u_{ILC}(t)$와 같이 정의하면 식 (2)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \bar{A}z(t) + \bar{b}u(t) + \bar{d}y_d(t) \\ y(t) &= \bar{c}^T z(t) \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 각 행렬들은 식 (2)의 각 행렬에 대응된다.

정리 1 : 폐루프시스템 (3)에 대하여 원하는 출력 $\mathbf{y}_d(t_d)$, $t_d \in [0, T_d]$가 주어졌을 때, 원하는 제어입력 $\mathbf{u}_d(t_d)$는 기존에 저장되어 있는 입력 $\mathbf{u}_i(t_i)$로부터 다음과 같이 직접 구할 수 있다.

$$u_d(t_d) = [1 \ \ 1] W^{\#} \bar{u}_l \tag{4}$$

여기서 $\mathbf{W}^{\#} = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T$, $\bar{\mathbf{u}}_l = [\mathbf{u}_1^T(t_1), \cdots, \mathbf{u}_l^T(t_l)]^T$ 및

$$W = \begin{bmatrix} p_1^{-1} & 1 \\ p_2^{-1} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ p_l^{-1} & 1 \end{bmatrix}$$

이다.

증명 : 생략.

IV. 시뮬레이션 결과

본 절에서는 위에서 제안된 DLC 방법을 그림 1과 같은 선형 피드백시스템의 궤적 추적제어에 적용하고 그 성능을 검토한다. 개루프시스템에 대한 전달함수는 식 (5)와 같고 PI 제어기 이득은 $K_P = K_I = 5$로 설정하였다.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U_P(s)} = \frac{s}{s^2 + 3s + 2} \tag{5}$$

이 경우에 ILC의 출력으로부터 시스템 출력까지의 전달함수에서 상대차수는 1이므로, 1차 미분을 사용한 ILC 알고리즘을 사용함으로써 출력오차를 0으로 수렴시킬 수 있음을 알 수 있다.

이 시스템의 작업은 반복적인 특성을 갖고 있고, 원하는 출력 궤적은 한 주기(2[s])에서 다음과 같다고 가정한다.

$$y_d = [1 - \cos(\omega t_d)], \quad t_d \in [0, 0.5] \tag{6}$$

여기서 $\omega = \pi / 2$이고, 한 주기에서 500개의 데이터를 얻기 위하여 샘플링 주기는 0.004[s]로 하였다. 기존의 학습에 사용되었던 출력 궤적 $y_{d,1}$ 과 $y_{d,2}$는 다음과 같이 주어졌으며 이에 대응되는 제어입력들은 ILC를 이용하여 구해진 후 메모리에 저장되어 있다고 가정한다.

$$y_{d,1} = [1 - \cos(\pi t_1)], \quad t_1 \in [0, 1]$$
$$y_{d,2} = [1 - \cos(0.25\pi t_2)], \quad t_2 \in [0, 4] \tag{7}$$

한 주기내에서 데이터의 개수를 일치시키기 위하여 $y_{d,1}$ 과 $y_{d,2}$에 대해서 샘플링 주기를 각각 0.002[s] 및 0.008[s]로 선정하였다. 또한 이 경우에 출력 궤적들은 서로 *proportional* 함을 알 수 있으며 $t_1 = 0.5 t_d$ 및 $t_2 = 2 t_d$이다. 따라서 원하는 입력은 식 (4)에 의해 다음과 같이 결정된다.

$$u_d = 1/3(u_1(t_1) + 2u_2(t_2)) \tag{8}$$

여기서 제어입력 u_1 및 u_2는 각각 $y_{d,1}$ 과 $y_{d,2}$에 대응되는 제어입력들이다. 그림 2 및 그림 3은 실제 출력 궤적 y_1 과 y_2가 각각 원하는 출력 궤적에 수렴되는 것을 보여주고 있다. 그림 4에서는 본 논문에서 제안한 DLC를 적용시킴으로써 반복과정 없이 실제 출력이 원하는 출력 궤적을 전 궤적에 걸쳐서 작은 오차 이내로 수렴됨을 볼 수 있다.

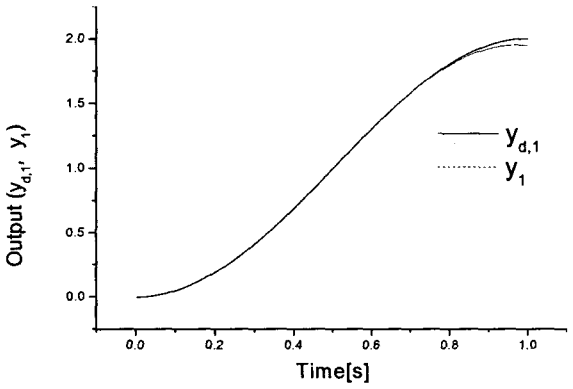

그림 2. ILC에 의한 출력 궤적 y_1의 수렴.

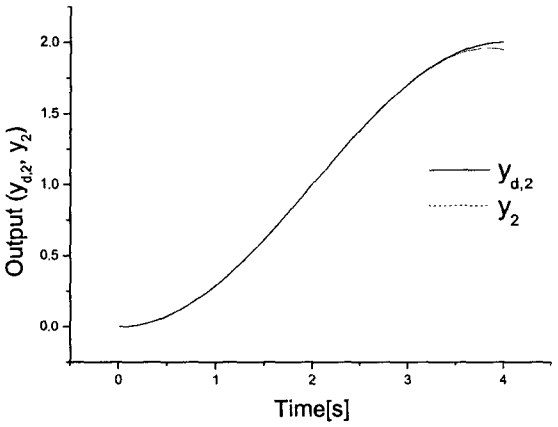

그림 3. ILC에 의한 출력 궤적 y_2의 수렴.

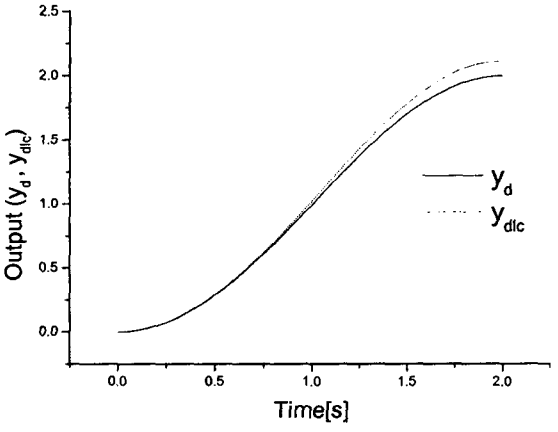

그림 4. y_d 및 y_{dlc}의 파형.

만약 ILC 과정에서 오차 허용한계를 현재보다 더욱 작게 하면 그림 4에서의 출력오차의 크기는 현저히 줄어든다. 또는 그림 4를 얻을 때 사용한 제어입력을 초기 입력으로 하여 다시 ILC를 적용하여도 적은 횟수의 반복시행만으로 충분히 작은 출력오차를 얻을 수 있다.

또한 그림 2 - 그림 4의 결과를 얻기 위해 사용된 제어입력들을 동시에 나타내면 그림 5와 같다. 서로 다른 시간 스케일링을 갖는 제어입력들을 t_d의 스케일로 그린 것으로서 식 (8)을 쉽게 이용하기 위해서는 각 입력의 데이터 갯수가 동일해야 함을 알 수 있다. 이 데이터 개수가 증가할수록 실제 출력이 더욱 정밀하게 원하는 출력을 추적하게 된다.

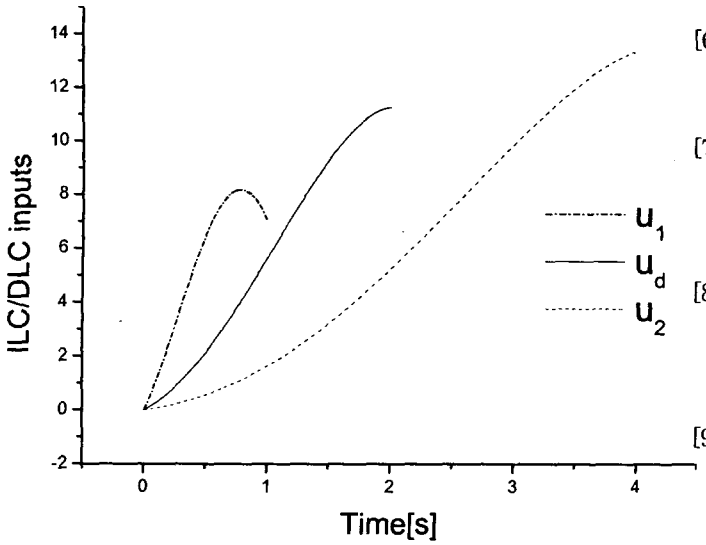

그림 5. ILC에 의한 제어입력에 의한 DLC 입력 생성.

V. 결 론

본 논문에서는 페루프시스템에 대하여 원하는 출력이 주어졌을 때 그 형태가 기존의 학습된 궤적들과 'proportional'한 특정한 관계를 갖는 경우 직접적으로 제어입력을 구할 수 있는 DLC 방법을 제안하였다. 원하는 제어입력을 구하는 과정을 상세히 제시하였고, 시뮬레이션을 통하여 PI 제어 시스템에 대한 DLC 적용의 타당성 및 제어성능을 검토하였다.

참고문헌

[1] J. J. Craig, "Adaptive control of manipulators through repeated trials," *Proc. of ACC*, San Diego, CA, pp. 1566-1572, 1984.

[2] S.-R. Oh, Z. Bien and I.-H. Suh, "An iterative learning control method with application for the robot manipulator," *IEEE J. Robotics Automat.*, vol. 4, pp. 508-514, 1988.

[3] P. Bondi, G. Casalino and L. Gambardella, "On the iterative learning control theory for robotic amnipulators," *IEEE J. Robotics Automat.*, vol. 4, pp. 14-22, 1988.

[4] S. S. Garimella and K. C. Srinivasan, "Application of iterative learning control to coil-to-coil control in rolling," *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.*, vol. 6, pp. 281-293, 1998.

[5] K. S. Lee, S. H. Bang, and K. S. Chang, "Feedback-assisted iterative learning control with a quadratic criterion for time-varying linear systems," *J. Process Control*, vol. 4, no.2, pp. 77-89, 1994.

[6] Z. Bien and J.-X. Xu, *Iterative learning control Analysis, Design, Integration and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998.

[7] J.-X Xu, "Direct learning of control efforts for trajectories with different time scales," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 43, pp. 1027-1030, 1998.

[8] J-X. Xu and T. Zhu, "Dual-scale direct learning control of trajectory tracking for a class of nonlinear uncertain systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 44, pp. 1884-1888, 1999.

[9] T.-J. Jang, C.-H. Choi, and H.-S. Ahn, "Iterative learning control in feedback systems," *Automatica*, vol. 31, no. 2, pp. 243-248.