

웨이브렛 변환쌍을 이용한 임펄스 노이즈의 위치 검출에 관한 연구

배 상 범*, 류 지 구**, 김 남 호*

* 부경대학교 공과대학 제어계측공학과, ** 부경대학교 공과대학 전자공학과

A Study on Detecting Position of Impulse Noise using Wavelet Transform Pair

Sang-Bum Bae*, Ji-Goo Ryu**, Nam-Ho Kim*

* Dept. of Control and Instrumentation Eng., Pukyong National Univ.

** Dept. of Electronics Eng., Pukyong National Univ.

Abstract

A wavelet transform which is presented as a new technique of signal processing field decompose input signals into subsignals for expressing them in different resolutions and into detail signals for expressing the remaining signals. And the signals obtained from the progress include the information about input signals at the same time and scale. And when two wavelet bases are designed to form Hilbert transform pair, wavelet pair show superior performance than the existing DWT in data detection of pulse type. Therefore in this paper, we detected position of impulse noise by using two dyadic wavelet bases which are designed by truncated coefficient vector.

I. 서 론

신호처리 분야의 새로운 기법으로 제시된 웨이브렛 변환은 시간 및 주파수 국부성을 가지므로, 통계적 특성을 모르거나 시간적으로 예측하기 힘든 신호를 해석하는데 용이할 뿐만 아니라 다중 해상도 해석이 가능하므로 최근 여러 분야에 응용되고 있다. 그리고, 두 개의 웨이브렛 기저가 근사 힐버트 변환쌍을 형성하도록 설계될 때, 이러한 웨이브렛 변환쌍은 데이터의 특징 검출에서 기존의 DWT(discrete wavelet transform)에 비해 우수한 성능을 나타낸다. 따라서, 본 논문에서는 두 개의 필터가 근사 힐버트 변환 관계를 형성하도록 절단된 계수 벡터를 갖는 플랫폼 딜레이 필터를 사용한 웨이브렛 기저를 설계하여, 랜덤하게 발생하는 임펄스 노이즈의 위치를 검출하였다.

II. 힐버트 변환쌍

본 논문에서는 완전히 복원할 수 있는 CQF(conjugate quadrature filter)를 사용하며, $h_0(n)$ 과 $h_1(n)$ 이 CQF 쌍이 되도록 다음의 식 (1), 식 (2)와 같이 정의한다[1].

$$\sum_n h_0(n)h_0(n+2k) = \delta(k) = \begin{cases} 1, & k=0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$h_1(n) = (-1)^n h_0(L-n) \quad (2)$$

여기서, L 은 홀수의 정수를 나타내며, 자기 상관함수의 형태는 식 (3)과 같다. 그리고, 필터 $g_0(n)$ 과 $g_1(n)$ 은 동일한 방법에 의한, 또 다른 CQF 쌍을 나타내며, 식 (4)를 만족할 경우 CQF 조건이 만족된다.

$$p_h(n) = \sum_k h_0(k)h_0(k-n) \quad (3)$$

$$p_h(2n) = p_g(2n) = \delta(n) \quad (4)$$

그리고, dilation과 웨이브렛 방정식은 다음의 식 (5), 식 (6)과 같으며, ϕ_g 와 ϕ_h 는 동일한 방법으로 나타낸다.

$$\phi_h(t) = \sqrt{2} \sum_n h_0(n) \phi_h(2t-n) \quad (5)$$

$$\phi_h(t) = \sqrt{2} \sum_n h_1(n) \phi_h(2t-n) \quad (6)$$

이때, 설계되어진 ψ_h 와 ψ_g 가 식 (7)을 만족할 경우 두 웨이브렛 기저는 힐버트 변환 관계에 있으며, 이러한 관계를 유도하기 위해 다음의 식 (8)을 가정한다. 여기서, $\Psi(\omega)$ 는 $\psi(t)$ 의 푸리에 변환을 의미한다.

$$\Psi_g(\omega) = \begin{cases} -j\Psi_h(\omega), & \omega > 0 \\ j\Psi_h(\omega), & \omega < 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$G_0(\omega) = H_0(\omega)e^{-j\theta(\omega)} \quad (8)$$

CQF 조건을 만족하는 각각의 필터와 스케일링, 그리고 웨이브렛 함수로부터 다음의 식 (9)를 얻을 수 있으며, 식 (7)과 식 (9)로부터 식 (10)의 조건을 정의할 수 있다.

$$\Psi_g(\omega) = \Psi_h(\omega)e^{j[\theta(\omega/2 - \pi) - \sum_{k=2}^{\infty} \theta(\omega/2^k)]} \quad (9)$$

$$\theta(\omega/2 - \pi) - \sum_{k=2}^{\infty} \theta(\omega/2^k) = \begin{cases} -\pi/2, & \omega > 0 \\ \pi/2, & \omega < 0 \end{cases} \quad (10)$$

식 (10)의 조건은 $\theta(\omega) = \omega/2$ 을 선택하는 것에 의해 만족된다. 따라서, $H_0(\omega)$ 와 $G_0(\omega)$ 가 식 (11)을 만족하는 저역통과 CQF 필터라면, 상응하는 웨이브렛은 식 (12)와 같이 힐버트 변환쌍을 형성한다.

$$G_0(\omega) = H_0(\omega)e^{-j\frac{\omega}{2}} \quad \text{for } |\omega| < \pi \quad (11)$$

$$\psi_g(t) = H\{\psi_h(t)\} \quad (12)$$

그리고, 등가적으로 디지털 필터 $g_0(n)$ 은 $h_0(n)$ 이 half-sample 지연된 것이다.

$$g_0(n) = h_0(n-1/2) \quad (13)$$

III. 플레트 딜레이 올패스 필터

본 논문의 접근법은 힐버트 변환 관계를 형성하기 위해 올패스 필터의 설계 과정을 포함하며, 다음의 식 (14)는 τ -sample의 지연을 갖는 올패스 필터를 나타낸다[2].

$$A(z) = \frac{z^{-N}D(1/z)}{D(z)} \quad (14)$$

$$D(z) = 1 + \sum_{n=1}^N d(n)z^{-n} \quad (15)$$

식 (15)의 계수 벡터 $d(n)$ 은 다음의 식 (16)과 같으며, $(x)_n$ 은 rising factorial을 나타낸다.

$$d(n) = (-1)^n \binom{N}{n} \frac{(\tau-N)_n}{(\tau+1)_n} \quad (16)$$

그러나, 일반적으로 올패스 필터의 계수값은 index n 과 함께 급속히 감소하며, zero에 근접한 계수값은 필터의 특성에 큰 영향을 미치지 않으므로, 식 (16)은 다음의 식 (17)로 나타낼 수 있다. 여기서, $n = 1, 2, \dots, N$ 이며, $M \geq N$ 인 차수 M 을 선택하여 필터의 특성을 가변할 수 있다.

$$d(n) = (-1)^n \binom{M}{n} \frac{(\tau-N)_n}{(\tau+1)_n} \quad (17)$$

IV. 웨이브렛 쌍에 의한 노이즈 위치 검출

본 논문에서는 힐버트 변환쌍을 형성하는 두 개의 웨이브렛 기저를 생성하기 위해 orthogonal 접근법을 사용하였으며, 두 개의 저역통과 스케일링 필터가 전달함수의 형태에서 다음의 식 (18)과 같이 τ -sample의 지연을 갖는 올패스 필터를 포함하도록 설계한다.

$$G_0(z) = H_0(z) \frac{z^{-N}D(1/z)}{D(z)} \quad (18)$$

식 (18)로부터 $G_0(z)$ 는 $H_0(z)$ 와 올패스 필터로 구성되어 있음을 확인 할 수 있으며, 각각의 전달함수를 다음의 두 식과 같이 둘 수 있다.

$$H_0(z) = F(z)D(z) \quad (19)$$

$$G_0(z) = F(z)z^{-N}D(1/z) \quad (20)$$

따라서, 저역통과 스케일링 필터가 다음의 식 (21), 식 (22)와 같은 orthonormal 웨이브렛 쌍을 구하며, 여기서 $d(n)$ 은 half-sample 지연을 갖도록 선택된다.

$$h_0(n) = f(n) * d(n) \quad (21)$$

$$g_0(n) = f(n) * d(N-n) \quad (22)$$

만약, 올패스 시스템 $A(z)$ 가 식 (23)과 같은 근사 half-sample 지연이라면, 그때 식 (11)은 식 (24)로 된다.

$$A(\omega) \approx e^{-j\frac{\omega}{2}} \quad \text{around } \omega = 0 \quad (23)$$

$$G_0(\omega) \approx H_0(\omega)e^{-j\frac{\omega}{2}} \quad \text{around } \omega = 0 \quad (24)$$

이것은 식 (17)에서 $\tau = 1/2$ 을 대입한 올패스 필터를 선택하여 구한다.

그리고, 식 (19)와 식 (20)은 파라미터 K 를 포함하도록 다음의 식들과 같이 나타낼 수 있다.

$$F(z) = Q(z)(1 + z^{-1})^K \quad (25)$$

$$H_0(z) = Q(z)(1 + z^{-1})^K D(z) \quad (26)$$

$$G_0(z) = Q(z)(1 + z^{-1})^K z^{-N} D(1/z) \quad (27)$$

식 (3)의 전달함수 형태는 다음의 식 (28)과 같으며, $P_g(z)$ 는 동일한 방법에 의해 나타낼 수 있다. 따라서, $P_h(z)$ 또는 $P_g(z)$ 로부터 동일하게 식 (29)를 유도할 수 있다.

$$P_h(z) = H_0(z)H_0(1/z) \quad (28)$$

$$P(z) = Q(z)Q(1/z) \cdot (z+2+z^{-1})^K D(z)D(1/z) \quad (29)$$

위의 식 (29)에서 $P(z) = P_h(z) = P_g(z)$ 이며, $(z+2+z^{-1})^K D(z)D(1/z)$ 은 앞의 과정들로부터 파라미터 K, M, N 을 사용하여 얻을 수 있다. 그리고, $R(z)$ 를 식 (30)과 같이 두었을 때, $r(n) = r(-n)$ 이고, $P(z)$ 가 halfband의 조건을 만족하는 최소 길이의 $r(n)$ 을 구한 뒤, $h_0(n)$ 과 $g_0(n)$ 이 CQF의 조건을 만족하도록 최소차수 $Q(z)$ 를 spectral factorization을 통해 구한다.

$$R(z) = Q(z)Q(1/z) \quad (30)$$

위의 과정으로부터 설계된 웨이브렛 변환쌍에 의해 입력된 데이터는 각기 다른 웨이브렛 계수를 생성한다. 그리고, 두 계수 벡터들은 근사적으로 half-sample 지연 관계를 형성하며, 이러한 관계로부터 입력 데이터의 edge 성분과 임펄스 노이즈를 분리할 수 있다.

V. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서 설계된 웨이브렛 쌍에 의한 임펄스 노이즈 검출 성능을 객관적으로 판단하기 위해, 테스트 신호로서 HeaviSine과 Bumps를 사용하였다. 그리고, 테스트 신호의 길이는 2048 sample이며, 각기 다른 크기와 부호, 지속시간을 갖는 노이즈를 원신호에 중첩하여 시뮬레이션하였다. 그림 1은 테스트 신호에 인가된 임펄스 노이즈를 나타내고 있으며, 그림 2와 그림 3은 각각의 테스트 신호에 대한 시뮬레이션 결과이다. 각각의 그림에서 그림 (a)는 원신호이며, 그림 (b)는 원신호에 임펄스 노이즈가 중첩된 noisy 신호이다. 그리고, 그림 (c)의 method 1은 B-wavelet에 의한 검출결과이며, 그림 (d)의 method 2는 본 논문에 의해 설계된 웨이브렛 쌍에 의한 검출결과를 나타내고 있다.

결과로부터, method 1은 부분적으로 임펄스 노이즈의 위치를 검출하지 못하였으나, method 2는 임펄스 노이즈와 신호의 edge 성분을 우수하게 분리·검출하고 있다.

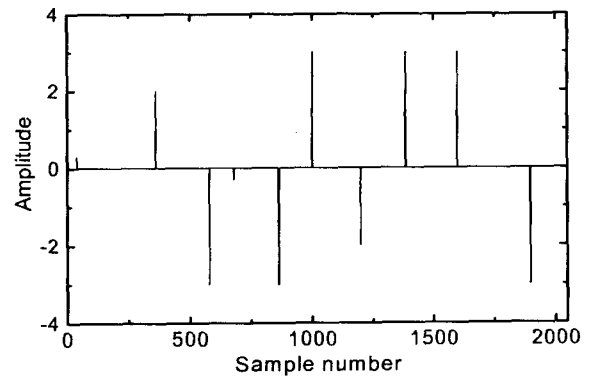


Fig. 1. Input noise.

VI. 결론

본 논문에서는 임펄스 노이즈의 위치를 검출하기 위해 힐버트 변환쌍을 형성하는 두 개의 웨이브렛 쌍을 사용하였다. 시뮬레이션 결과, 임계치에 의한 기존의 방법은 웨이브렛 계수에서 임계치를 초과한 index의 노이즈를 신호의 edge 성분과 분리·검출하도록 하였으므로, 상대적으로 낮은 크기를 갖는 임펄스성 노이즈의 위치를 검출하지 못하였다. 그러나, 본 논문에서 제안한 방법은 두 개의 웨이브렛 쌍이 힐버트 변환 관계를 형성하고 있으므로, 이러한 관계를 이용하여 신호와 임펄스 노이즈를 우수하게 분리·검출하였다.

본 논문에서 제안된 방법은 기존의 방법들에 비해 알고리즘이 간단하고 우수한 검출 성능을 나타내어, 신호처리의 여러 응용분야에 적용되리라 사료된다.

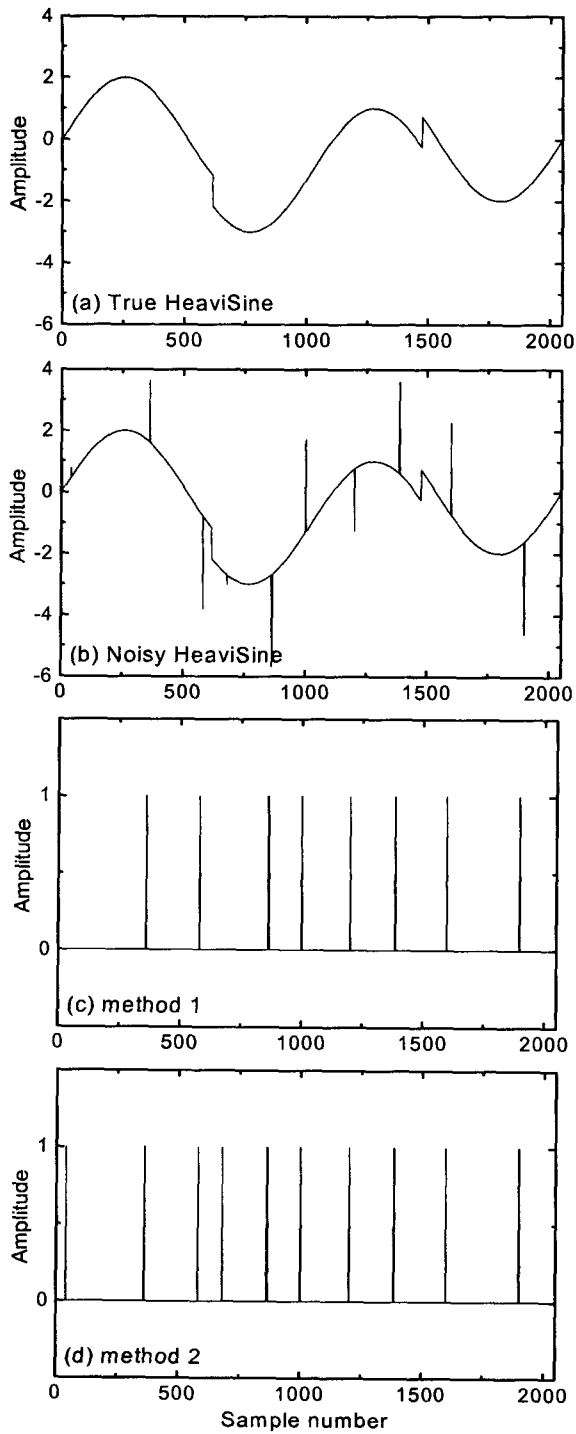


Fig. 2. HeaviSine signal.

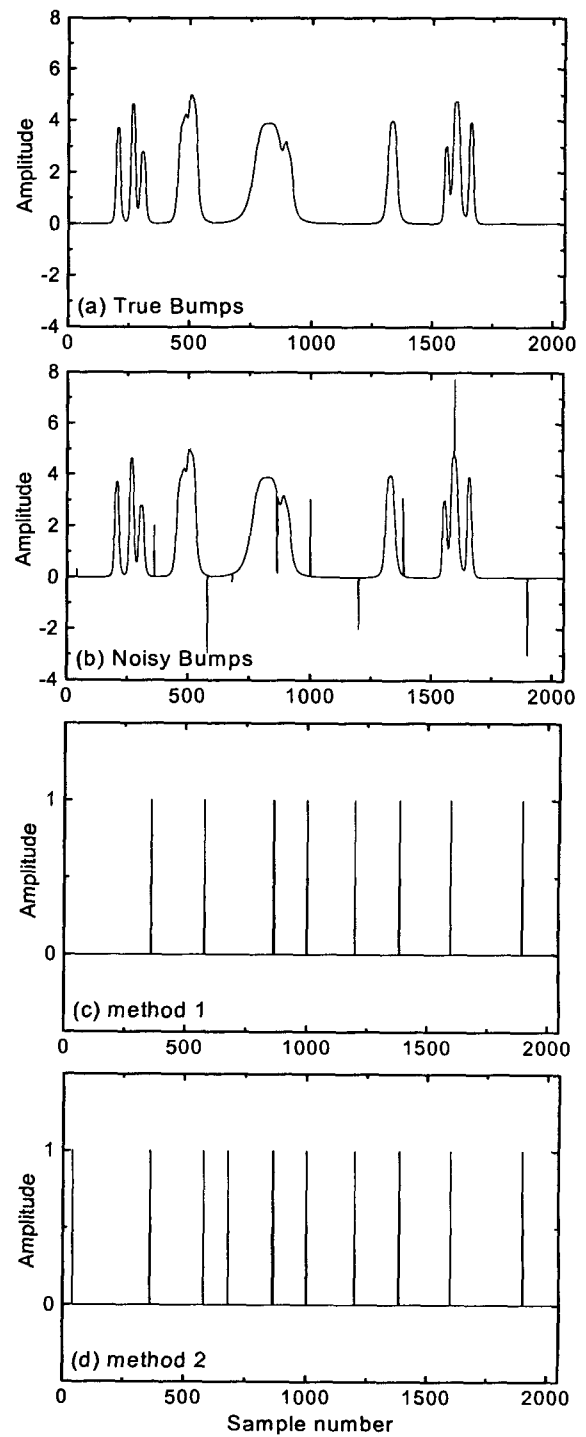


Fig. 3. Bumps signal.

참고문헌

[1] M. J. T. Smith and T. P. Barnwell, III, "Exact reconstruction for tree-structured subband coders", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-34, pp. 431-441, June 1986.

[2] J. P. Thiran, "Recursive digital filters with maximally flat group delay", *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-18, pp. 659-664, Nov. 1971.
 [3] N. G. Kingsbury, "Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals", *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, vol. 10, no. 3, pp. 234-253, May. 2001.