

호장증분법에 의한 선체판의 초기처짐형상에 따른 최종강도에 관한 연구

고재용* · 박주신** · 박성현***

* 목포해양대학교 해양시스템공학부 부교수, ** 목포해양대학교 대학원, *** 목포해양대학교 해상운송시스템 조교수

A Study on the Ultimate Strength of a Ship's Plate According to Initial Deflection Pattern in used Arc-Length Method

Jae-Yong Ko* · Joo-Shin Park** · Sung-Hyun Park***

* Faculty of ocean system engineering, Mokpo Maritime University

** Graduate school of Mokpo Maritime University

*** Faculty of Maritime Transportation System, Mokpo Maritime University

요약 : 지금까지의 탄성설계 개념에서 진전하여 소성을 고려한 탄소성 설계 개념의 설계적용이 필요하다. 본 연구에서는 선체의 대표적인 구조물인 판을 대상으로 일반적인 하중형증분법 및 변위형증분법과 같은 비선형해석 기법과 호장증분법과 Newton-Raphson법을 병용한 증분형해법을 비교하였다. 특히, 초기처짐의 형태에 따른 해석을 통하여 초기처짐의 형상에 따른 판의 탄소성거동을 규명하였다. 압축하중을 받는 박판구조물은 초기좌굴후 거동과 2차좌굴후 거동이 구조물 전체에 미치는 영향이 매우 크며 이러한 복잡한 거동을 구하기 위해서 해석방법으로는 범용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS를 이용하였고 특히 호장증분법은 좌굴점에서의 복잡한 비선형 거동을 추정하기 위하여 적용하였다.

핵심용어 : 유한요소해석, 좌굴, 변위형증분법, 호장증분법, 소성

ABSTRACT : Develop and need design application of carbon sex design concept that consider plasticity in elastic design concept until now. To place that is representative construction of hull in this research rain deflection pattern analysis technique and grandeur increment method such as general load type increment law and displacement type increment law and Newton-Raphson method increment body law to use jointly compare .

Specially, through analysis by initial deflection pattern, examined closely carbon sex conduct of place by initial deflection pattern. Applied thin plate structure which receive compressive load used ANSYS that analysis method is mediocrity finite element analysis program to save complicated conduct that effect that conduct after initial buckling and conduct after secondary buckling get in the whole construction is very big and such and grandeur increment law presumes complicated rain fan shape conduct in bifurcation point specially.

KEY WORDS : F.E.M analysis, buckling, displacement increment method, arc-length method, plasticity

* 정희원, kojy@mmu.ac.kr 016)655-7129

** scv2434@mmu.ac.kr 019)617-9326

*** 정희원, shpark@mmu.ac.kr 016)610-7127

1. 서 론

최근 선박구조물에 박판화가 가속화 되고 있다. 이를 위하여 고장력강판의 화학적이고 물리적인 현상규명이 있어야 한다고 생각한다. 이때 고장력강판의 화학적인 현상규명으로 항복용력을 크게 높일 수 있었다. 이것은 초기좌굴 이후에 곧바로 최종강도에 도달하지 않는다는 것을 의미한다. 이처럼 구조물의 초기좌굴후에 나타나는 거동에 관한 것은 모두 물리적인 현상을 규명하는 것이었고 지금까지 이에 관한 연구는 주로 초기좌굴과 최종강도에 대한 결과였다.

그리고 결과중의 해석과정에서 발생하는 Snap-through 현상들은 기존의 연구로서는 설명할 수 없는 결과들이 나타나므로서 많은 궁금증이 아직도 남아 있다.

이러한 궁금증은 2차좌굴이라고 하는 물리적인 현상이 규명됨으로서 수많은 궁금증들이 해소 되었다. 여기서 2차좌굴은 압축력을 받는 고장력강판이 초기좌굴이후에 계속적으로 압축력에 대하여 면내강성을 갖고 있으면서 최종강도에 도달하기도 전에 또 다른 좌굴이 발생함으로써 면내강성이 급격하게 감소하여 최종강도에 도달하는 것을 의미한다. 그러나, 여기서 2차좌굴은 복잡한 비선형 거동을 나타내고 있으므로 기존의 하중이나 변위를 변화시켜 구조물의 거동을 구하려고 한다면 도저히 구할 수 없을 것이다. 그러므로 2차좌굴과 같은 복잡한 비선형 거동을 구할 수 있는 방법은 호장증분법(Arc-length method)이외는 없다고 판단된다. 지금까지 호장증분법에 관한 연구는 다수가 있으며 먼저 E. Riks는 Newton 방법을 통하여 호장증분법을 개발하였고, 細野는 특이값 발생하는 좌굴점에서의 문제를 호장증분법을 통하여 해결하였다. 이상과 같은 관점에서 본 논문에서는 용접이나 절단에 의해서 필연적으로 존재하게 되는 초기처짐의 파형을 달리한 해석으로 초기처짐 파형에 따른 2차좌굴과 같은 복잡한 비선형 거동을 해석하기 위하여 細野와 같은 호장증분법을 이용하여 면내압축하중을 받는 고장력강판의 초기처짐 파형에 따른 2차좌굴거동을 해석하고자 한다.

2. 수치해석이론

2.1 처짐파형

Fig.1에 나타내는 바와 같이 4변이 직선을 유지하면서 x방향에 면내압축하중을 받는 판을 대상으로 한다. 면외변형에 대해서는 단순지지되어 있다고 한다.

판의 2차좌굴을 동반한 최종강도를 해석하기 위해서 범용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS의 탄소성대변형 유한요소법을 적용하였고 사용된 유한요소는 4절점을 가진 사각형 요소를 이용하였다.

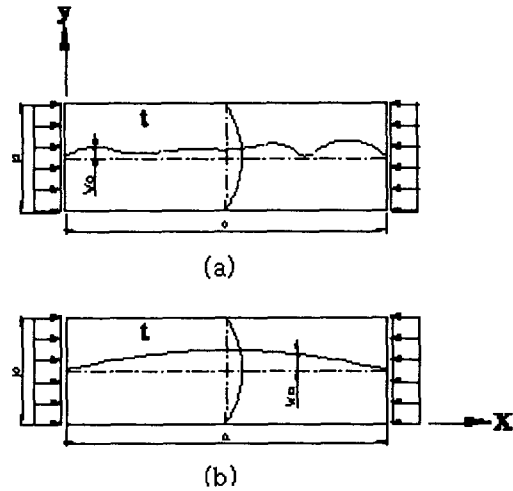


Fig.1 Two kinds of initial deflection pattern

2.2 평형방정식의 해법

면내압축하중을 받는 판이 나타내는 2차좌굴 거동은 극한점과 분기점 근방을 포함하는 복잡한 하중과 처짐경로를 거친다. 그러므로 하중과 변위를 단순히 증가시키는 통상의 하중형해석과 변위형해석에서는 평형경로를 구할 수 없는 경우가 생긴다. 따라서, 본 연구에서는 통상의 하중제어형 및 변위 제어형의 증분해석법 외에 호장증분법과 Newton-Raphson법을 병용한 증분형해법을 적용하였다.

2.3 하중형증분법 및 변위형증분법

(1) 하중형증분법

판의 증분형 평형조건식은 다음 식으로 주어진다.

$$[K]\{\Delta A\} - \Delta\sigma\{R\} = \{Q\} \quad (1)$$

증분형 해법에서는 $\Delta\sigma$ 를 변화시키면서 $\{\Delta A\}$ 를 구할 수 있다.

(2) 변위형증분법

식(1)은 다음 식으로 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A_1 \\ \Delta A_2 \end{Bmatrix} - \Delta\sigma \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

변위형증분법에서는 1개의 처짐성분 ΔA_1 를 증분적으로 변화시키면 다른 처짐성분 $\{\Delta A_2\}$ 와 응력 $\Delta\sigma$ 를 구할 수 있다. 그러므로 위 식을 다음식과 같이 변형한다.

$$[K] \begin{Bmatrix} \Delta\sigma \\ \Delta A_2 \end{Bmatrix} + \Delta A_1 \begin{Bmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서,

$$[K] = \begin{bmatrix} -R_1 & K_{12} \\ -R_2 & K_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

하중형 또는 변위형의 증분법의 경우, 다음 경우에 증분형평형조건식의 해가 특이(Singular)로 된다.

- (Case A) $Def[K] = 0, Def[K] \neq 0$ 의 경우
이 경우는 하중형증분법의 극한점 및 변곡점을 나타낸다.
- (Case B) $Def[K] \neq 0, Def[K] = 0$
이 경우는 변위형증분법의 극한점 및 변곡점을 나타낸다.
- (Case C) $Def[K] = 0, Def[K] = 0$

이 경우는 변위형증분법 및 하중형증분법에서 분기점(Bifurcation Point)을 나타낸다.

(3) 호장증분법(Arc-length method)

전술의 (Case A)에서는 하중형증분법이 (Case B)에서는 변위형증분법이 극한점을 나타내어 이 근방에서 평형경로를 구하는 것이 어렵다. 그러므로 본 연구의 해석에서는 호장증분법을 사용하였다.

호장증분법에서는 증분과라매타로서 하중-치짐곡선의 호장을 증분시킨다. 그러므로 Fig.2에 나타낸 바와 같이 각 증분 단계의 반복,수렴의 제 1단계에서는 전 단계의 결과와 같은 방향으로 하중증분 및 치짐증분을 가정한다. 이후의 반복,수렴과정에서는 수렴계산의 전단계의 호장방향과 직각방향으로 해를 탐색한다. 이 같은 수렴계산을 불평형력(Q)가 충분히 적을 때까지 반복한다. 본 계산에 의하면 극한점에서도 연속적인 경로에 있는 한 수렴조작이 가능하다. 구체적인 계산법을 다음과 같이 나타낸다.

증분단계 수를 아래첨자 i 로 또 각 증분 단계에 의한 수렴계산 단계 i 를 해석한 경우를 생각한다. 증분해의 계산법은 다음 두 단계로 나눈다.

2.4. 호장증분과정

단계 $i-1$ 에 있어서 식(5)는

$$[k] \{\Delta A\} = \Delta\sigma\{R\} + \{Q\} \quad (5)$$

$$[K(A_{i-1})]\{\Delta A_i^0\} - \Delta\sigma_i^0\{Q(A_{i-1})\} = \{Q_{i-1}\} \quad (6)$$

또, 호장방정식은 다음 식으로 주어진다.

$$\|\Delta A\|^2 + (\Delta\sigma_i^0)^2 = r_i^2 \quad (7)$$

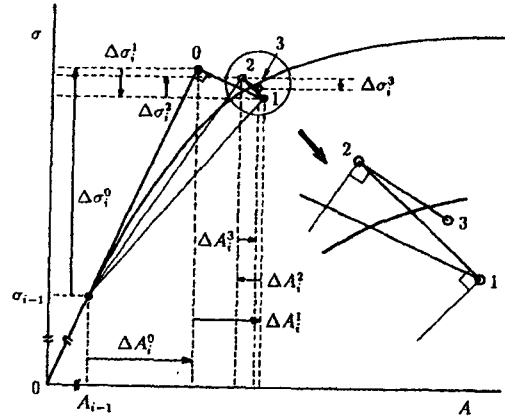


Fig.2 Arc-length approach with full newton-raphson method

여기서, r_i 는 단계 i 의 호장증분을 나타낸다. 또, 단계 i 의 제1호장증분 $\{\Delta A_i^0, \Delta\sigma_i^0\}$ 이 전 단계의 증분단계와 같은 방향으로 생기므로 식(7)를 선형화하면

$$\{\phi_{i-1}\}^T \{\Delta A_i^0\} + \mu_{i-1} \Delta\sigma_i^0 = r_i^2 \quad (8)$$

여기서,

$$\{\phi_{i-1}\} = \frac{r_i}{r_{i-1}} \sum_{m=0}^i \Delta A_{i-1}^m,$$

$$\mu_{i-1} = \frac{r_i}{r_{i-1}} \sum_{m=0}^i \Delta\sigma_{i-1}^m$$

식(6)과 식(8)를 연립시킨 다음 식을 구하면 $\{\Delta A_i^0\}$ 와 $\Delta\sigma_i^0$ 을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K(A_{i-1}) & -R(A_{i-1}) \\ \phi_{i-1}^T & u_{i-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A_i^0 \\ \Delta\sigma_i^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{i-1} \\ r_i^0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

2.5 반복 · 수렴과정

반복 · 수렴과정의 제 n 단계의 강성방정식은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & [K(A_{i-1}) + \sum_{m=0}^{n-1} A_i^m] \{\Delta A_i^n\} \\ & - \Delta\sigma_i^n \{R(A_{i-1}) + \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m\} = \{Q_i^{n-1}\} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, $\{Q_i^{n-1}\}$ 는 식(5)에서 구해진 불평형력이다.

호장 r_i 를 일정하게 하는 조건은 다음 식으로 주어진다.

$$\left\| \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m + \Delta A_i^n \right\|^2 + \left(\sum_{m=0}^{n-1} \Delta \sigma_i^m + \Delta \sigma_i^n \right)^2 = r^2 \quad (11)$$

윗 식을 선형화하면

$$\left(\sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m \right)^T \{ \Delta A_i^n \} + \sum_{m=0}^{n-1} \Delta \sigma_i^m \Delta \sigma_i^n = 0 \quad (12)$$

식(10과 식(12)를 연립시켜 다음 식을 구하면 증분량 $\{ \Delta A_i^n \}$ 와 $\Delta \sigma_i^n$ 를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K(A_{i-1} + \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m) - R(A_{i-1} + \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m) \\ \sum_{m=0}^{n-1} \Delta A_i^m{}^T & \sum_{m=0}^{n-1} \Delta \sigma_i^m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A_i^n \\ \Delta \sigma_i^n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_i^{n-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

이상의 계산을 불평형력 $\{ Q_i \}$ 이 충분히 작을 때까지 반복한다.

2.6 해석 모델링

본 연구에서는 비선형 유한요소법(ANSYS)을 적용하여 2차 좌굴현상을 대표하는 치수로서 종횡비가 3.5, 3.6, 4.4의 판에 대하여 해석을 하였다. 초기처짐 형태를 두가지로 나누어서 사용하였고 사용된 재료의 물성치는 판 폭(b)=1,000 mm, 판 두께(t)=10 mm, 탄성계수(E)= 21,000 kgf/mm², 포아송비(ν)=0.3, 항복강도(σ_y)=36 kgf/mm², 최대 초기처짐(W_0)=1.0 mm, 세장비(β)=4.14 이다. 실제의 구조물은 용접이나 절단에 의해 이상적인 완전한 평판이 아니다. 용접에 의해 조립된 구조물의 패널에 생기고 있는 초기처짐파형은 일반적으로 복잡한 파형이다. 본 논문에서는 일반적인 sin 파형과 실제 선박에서 측정한 말모양의 파형 두가지를 적용하였다.

3. 수치해석 및 고찰

3.1 탄성대변형 유한요소해석

Fig.3에서는 종횡비 3.6인 부재의 응력과 변형률을 나타내는 그래프로서 두가지 초기처짐의 형태에 따른 탄성대변형 해석을 나타내고 있다. 2차좌굴 발생 후, 하중이 극대치를 나타낸 후에 극소치를 나타낼 때 까지의 불안정 평형경로에서는 응력도 변형률도 감소하고 있다. 실제 구조물에서의 부하상대에서는 응력도 변형률도 함께 감소하는 부하상태는 발생하지 않는다. 즉, 응력 또는 변형률의 어느 것인가 증가를 계속하는 부하상태로 된다. 이 경우에는 불안정 평형경로는 생

기지 않고 극대점으로부터 별도의 안정평형경로로 동적인 Snap-through현상이 발생할 것으로 예상된다. 이것에 관해서는 다음에 고찰한다. Fig.3으로 부터 알수 있는 바와 같이 초기처짐이 ㉠형태로 되어 있는 경우는 초기좌굴발생 후 저하한 면내강성이 2차좌굴이 생겨 처짐모드가 변화한 후 더욱 변화하고 있음을 알 수 있다. 여기서 주목해야할 것은 종횡비 3.6의 경우에는 더욱 더 하중을 증가시키면 2차좌굴로 3반파로부터 5반파로 된 후 또다시 7반파로 변화하는 Snap-through가 발생한다. 더욱 더 증가하면 7반파로부터 9반파로의 Snap-through현상이 또다시 발생한다.

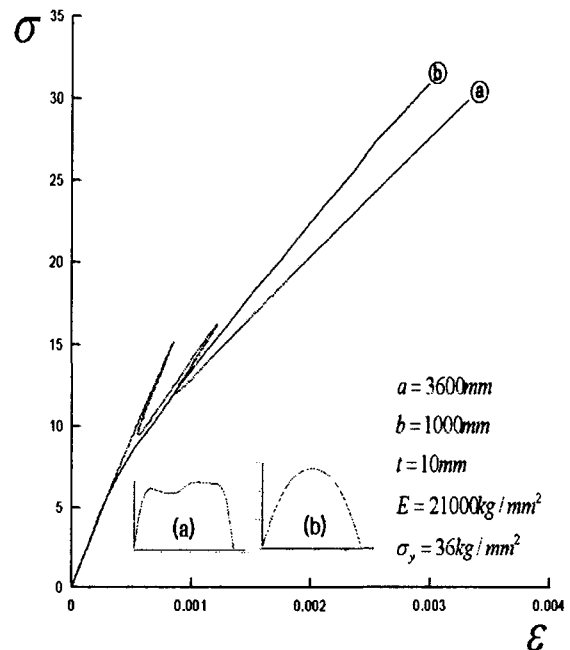


Fig.3 A comparison stress with strain according to initial deflection pattern under thrust (a/b=3.6)

이러한 2차좌굴이 발생하면 면내강성이 저하하게 되어 선체 구조물의 전체강성이 저하하여 황천 항해시 선박이 붕괴되는 하나의 원인이 된다. 그러나, 초기처짐이 ㉠형태로 되어 있는 경우는 Snap-through와 같은 2차좌굴이 발생하지 않음을 알 수 있다. 일반적으로 선체판은 ㉠형태로 초기처짐이 발생하므로 실제 선체판에서는 초기좌굴 이후에 2차좌굴이 발생함을 알 수 있다.

3.2. 탄소성대변형 유한요소해석

네변 단순지지로 지지되어 있고 종횡비가 3.5, 3.6, 4.4인 판을 대상으로 하여 두가지 초기처짐을 적용하여 탄소성대변형 유한요소해석을 수행하였다. 본 해석에서는 최대초기처짐량을 판두께의 10%로 하여 해석하였다. 사용된 모델링 방법은 전체를 모델링에 사용하였고 항복강도는 현재 선박에 주로 사

용되는 고장력강인 HT36의 재료의 물성치를 적용하였다. 종횡비 3.5의 해석결과를 Fig.4에 나타내고 있다. 그래프는 응력과 변형을 관계를 나타내고 있으며 초기처짐형상을 달리한 해석이다. 일반적인 sin 파형 초기처짐이 존재하는 판의 해석은 ①에 나타내고 있으며 야윈 말모양형 초기처짐형상을 갖고 있는 판의 해석은 ②에 나타내고 있다.

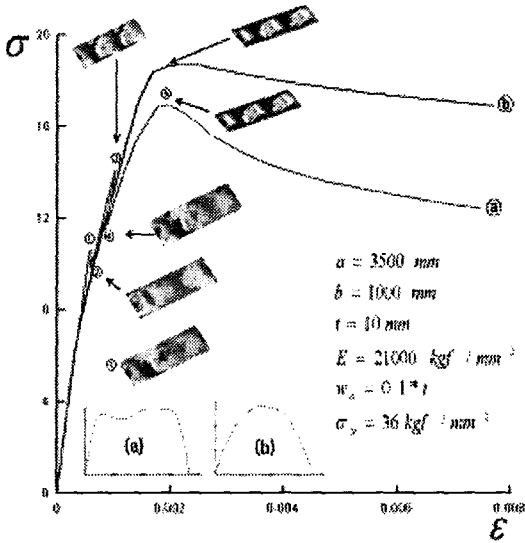


Fig.4 A comparison stress with strain according to initial deflection pattern under thrust (a/b=3.5)

②의 거동을 살펴보면 초기좌굴 이후에도 고유모드인 3모드를 계속적으로 유지하면서 최종강도를 맞이하고 그 이후에도 3모드를 유지하고 있음을 알 수 있다. 그러나, ①의 거동에서는 초기좌굴 이후에 3모드의 처짐모드에서 Snap-through가 발생하면서 3→4→5모드로 변하게 된다. 판에서 2차좌굴의 발생은 면내강성의 감소로 나타내게 되며 이에 따라서 2차좌굴이 발생하지 않는 ②거동에 비해서 ①의 거동에서는 최종강도가 낮게 평가됨을 알 수 있다.

Fig.5는 종횡비가 3.6이며 초기처짐에 따른 판의 탄소성 거동을 나타내고 있다. 그래프는 응력과 변형을 관계이며 항복응력과 항복변형률로 각각 무차원하여 나타내고 있다. ①, ②는 (a)의 초기처짐형상을 적용하였으며 ①은 호장중분법을 적용한 해석결과이고 ②는 변위중분법을 적용한 결과이다. 호장중분법을 사용하면 변위중분법에서 추적하지 못한 거동을 추적할 수가 있으며 최종강도까지는 같은 거동을 보이나 최종강도 이후의 거동에 있어서는 호장중분법의 해석결과에서 더 급격한 면내강성변화를 보이고 있다. 이는 변위중분법에서는 해를 추적하는데 있어서 변위가 (-)되는 구간의 추적을 못하기 때문에 Snap-through현상이 발생하면서 천이를 하게 된다. 이때 이 경로는 정확한 경로라고 보기 힘들며 이러한 오차의 누적으로 인하여 최종강도 이후의 거동 평가에 있어서 호장중분법의 결과와 약간 다른 평가를 하고 있다. 최종강도

의 평가에 있어서도 초기처짐에 따라서 상이한 거동을 보이고 있으며 일반적인 sin파형의 초기처짐을 갖는 판에서는 변위중분법과 호장중분법에서는 Snap-through현상이 발생하지 않는다. 처짐모드에 있어서는 sin파형(b)인 ③, ④에서는 초기좌굴이후에 (a)파형을 가진 ①, ②에서는 첫 번째 Snap-through에서는 1모드에서 3모드로 변하고 두 번째 Snap-through에서는 3모드에서 5모드로 변화하여 최종강도 이후의 거동도 5모드가 됨을 알 수 있다. Snap-through가 발생하면서 판의 고유처짐모드는 사라지고 이에 따라 면내강성도 감소하면서 최종강도에서는 sin 파형의 거동과 아주 대조적으로 낮게 평가하고 있음을 알 수 있다.

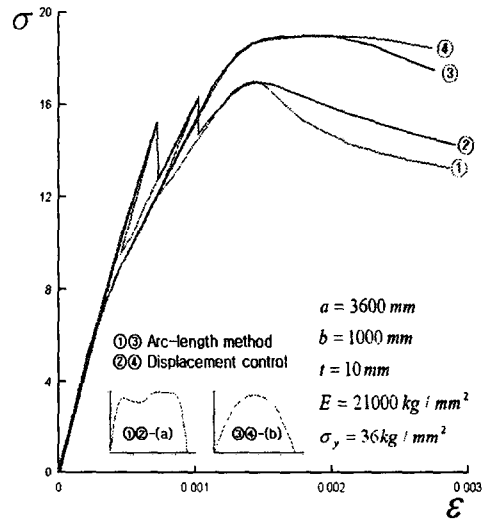


Fig.5 A comparison average stress with average strain according to initial deflection pattern under thrust (a/b=3.6)

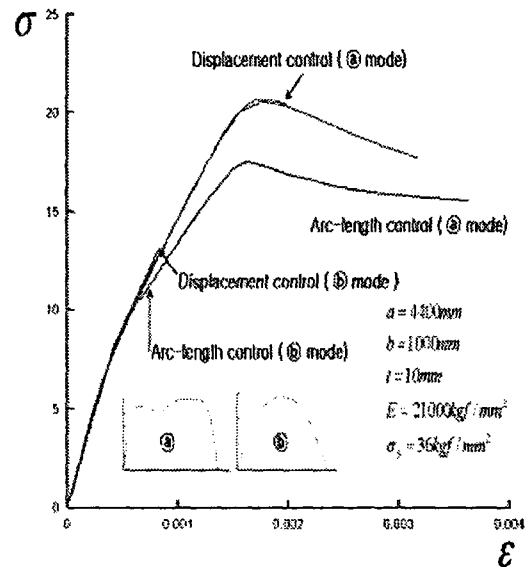


Fig.6 A comparison stress with strain according to initial deflection pattern under thrust (a/b=4.4)

Fig.6은 종횡비가 4.4인 판의 거동을 나타내고 있다. 해석방법은 변위증분법과 호장증분법을 사용하고 있으며 ㉔형의 초기처짐을 가진 판의 거동은 Snap-through현상을 동반하면서 2차좌굴을 보인데 반해서 ㉕형의 초기처짐에서는 Snap-through현상이 발생하지 않는다. 변위형증분법의 해석조건의 한계로 인하여 변위가 (-)되는 지점부터는 해를 찾아가지 못함을 알 수가 있으며 2차좌굴이 발생하면서 판의 전체적인 거동에 있어서 Snap-through현상을 보이게 된다. 따라서, ㉕형의 거동보다 낮은 최종강도를 나타내게 됨을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 네변 단순지지되어 있고 면내압축하중을 받는 판에 대하여 초기처짐형상과 해석방법을 변화시키면서 탄성대변형, 탄소성대변형 해석을 수행하여 초기처짐이 판의 거동에 미치는 영향과 비선형좌굴해석 문제에 있어서 일반적인 변위증분법과 호장증분법을 비교함으로써 신뢰할수 있는 결과값의 도출과 함께 판의 실제적인 거동을 규명하였다.

- 1) 판에 2차좌굴이 발생하게 되면 처짐모드의 변화와 함께 면내강성이 급격히 감소하여 전체적인 구조강성에 영향을 미치게 된다.
- 2) 용접이나 절단에 의해서 발생되는 초기결함에 따른 판의 거동이 많은 차이가 발생하며 이상적인 sin파형의 초기처짐의 해석에서는 Snap-through와 같은 2차좌굴이 발생하지 않는다.
- 3) 실제적인 선체판의 초기처짐을 나타내는 야원 말모양의 초기처짐모드에서는 Snap-through와 같은 2차좌굴이 발생하여 이상적인 초기처짐파형의 sin파형의 최종강도보다 최종강도를 아주 높게 평가한다.
- 4) 호장증분법의 해석적용은 일반적인 변위증분법, 하중증분법에서 찾지 못하는 해를 구할 수가 있으며 복잡한 거동을 보이는 비선형문제에 있어서 아주 유용하게 적용할 수가 있다.

후기

이 연구는 한국과학재단의 첨단조선공학연구센터의 지원으로 수행되었다.

참고문헌

- [1] 백점기, 선체구조의 좌굴, 최종강도에 관한 연구동향, 한국전산구조공학회지, 제 10권, 제2, 1997.6
- [2] ANSYS User,s manual (5.7 version)
- [3] Yao, T. and Nikolov, P.I., Stiffness of Plates after Buckling, 關西造船協會誌, 第 215號, pp.137-146, 1991.
- [4] Yao, T., Nikolov, P.I. and Miyagawa, Y., Influence of

Welding Imperfections on Stiffness of Rectangular Plate Under Thrust, Mechanical Effects of Welding IUTAM Symp., (Eds.) Karlsson, L., Limdgren, L.-E. and Jonsson, M., Springer Verlag, pp.261-268, 1992.

[5] Nakamura, T. and Uetani, K. : "Secondary Buckling and Post-Secondary Buckling Behaviour of Rectangular Plates", Int. J. Mech. SCI., Vol.21, pp.265~286, 1978.