

## 엑셀기반의 교육용 표정 및 3차원 위치계산 프로그램 개발

### The Development of a program based on Microsoft Excel to Calculate the Orientation and 3-Dimensional Coordination for educational purpose

이영진<sup>1)</sup> · 차상현<sup>2)</sup>

Lee, Young-Jin · Cha, Sang-Hun

<sup>1)</sup> 경일대학교 건설정보공학부 부교수(yjlee@kyungil.ac.kr)

<sup>2)</sup> 국토지리정보원 측지연구담당관실(sanghunc@moct.go.kr)

#### 요 지(Abstract)

The purpose of this study is to analyze the interior orientation, relative orientation, absolute orientation, space intersection, space resection, computing the orientation parameter, 3-dimensional coordinates by using the EXCE for educational purpose.

## 1. 서 론

항공사진측량은 항공사진 촬영에서 도화에 까지 일련의 과정들이 수행되어야 하며, 이중 표정요소 결정 및 3차원 위치결정이 수행된다. 해석사진측량(analytical photogrammetry)에서는 항공사진의 기하학적 특성을 이용하여 표정요소를 구하고 사진상에 포함되어 있는 점의 3차원 위치결정을 다양한 방법들에 의해 구해지고 있다.

본 연구에서는 이러한 표정요소 결정 및 3차원 위치결정방법을 분석하고 이를 엑셀에 의해 내부, 상호, 절대표정요소, 공간전방회법, 공간후방회법을 계산함으로써 일련의 과정들을 체계화하고 이를 교육용으로 활용하는데 그 목적이 있다.

## 2. 표정 계산 프로그램

### 2.1 내부표정

내부표정(interior orientation)은 정밀좌표측정기(comparator)에 의해 관측된 상좌표(image coordinate)로 부터 사진좌표로 변환하는 작업이다. 정밀좌표측정기에 의해 사진지표의 관측좌표( $x'$ ,  $y'$ )와 이에 대응하는 사진좌표( $x$ ,  $y$ )를 이용하여 최소제곱법으로 변환식의 계수를 구하고 관측좌표를 사진좌표로 변환하게 된다(이영진, 1999 ; 엄재홍, 1996 ; 유복모, 2001).

$$\begin{aligned}x &= a_1x' + a_2y' + a_0 \\y &= b_1x' + b_2y' + b_0\end{aligned}\tag{1}$$

본 연구에서는 내부표정요소인  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ 를 산출하기 위해 식 (1)를 이용하여 방정식을 수립하고 이를 최소제곱법으로 구하였다.

그림 1은 엑셀로 구현한 내부표정요소계산시트를 나타내고, 표 1은 내부표정요소계산 결과를 나타내고 있다. 비교수치는 "Elements of photogrammetry"(Wolf 저)에 제시되어 있는 수치를 사용하였다.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	<b>Interior Orientation</b>								
2									
3									
19									
20	<b>Affine Transformation</b>								
21	Comparator coordinates				Calibrated coordinates			6-Parameter	
22								a0:	-115.26977
23	Point	x	y		X	Y		a1:	0.99969
24	Fiducial A	228.170	129.730		112.895	0.034		a2:	0.00126
25	Fiducial B	2.100	129.520		-113.006	0.005		b0:	-129.47871
26	Fiducial C	115.005	242.625		0.003	112.993		b1:	-0.00080
27	Fiducial D	115.274	16.574		-0.012	-113.000		b2:	0.99974
28									
65									
66	Calculate	206.674	123.794		91.49640	-5.88202			
77									

그림 1. 내부표정 계산시트

표 1. 내부표정요소계산 결과비교

구 분	비교수치	엑셀프로그램	차 이
$a_0$	-115.270	-115.269	-0.001
$a_1$	0.999	0.999	0.000
$a_2$	0.001	0.001	0.000
$b_0$	-129.479	-129.479	0.000
$b_1$	0.000	0.000	0.000
$b_2$	0.999	0.999	0.000

## 2.2 상호표정

상호표정은 종시차를 소거하는 표정으로 좌측사진의 회전요소( $\omega_1, \varphi_1, \kappa_1$ )와 촬영위치( $X_{L1}, Y_{L1}, Z_{L1}$ )를 고정하고 우측사진의 회전요소( $\omega_2, \varphi_2, \kappa_2$ )와 촬영위치( $X_{L2}, Y_{L2}, Z_{L2}$ )를 결정하는 과정을 말한다.

공선조건식을 적용시 6개의 지상점을 사용한다면 결과적으로 24개의 방정식( ${}_{24}A^{23}$ )과 23개의 미지수( ${}_{23}X^1$ )가 생기게 되는데, 이를 관측치( ${}_{24}L^1$ )와 잔차( ${}_{24}V^1$ )와의 관계식으로 나타내면 식 (2)와 같다.

$${}_{24}A^{23} {}_{23}X^1 = {}_{24}L^1 + {}_{24}V^1 \quad (2)$$

그림 2의 흐름도를 보면, 좌측사진요소( $\omega_1, \varphi_1, \kappa_1, X_{L1}, Y_{L1}$ )는 '0'으로,  $Z_{L1}$ 은  $f$ 로 두고 우측사진요소( $\omega_2, \varphi_2, \kappa_2, X_{L2}, Y_{L2}, Z_{L2}$ )를 계산하게 된다. 그림 3은 엑셀로 구현한 상호표정 계산시트이고 표 2는 엑셀로 계산한 표정요소 결과를 나타내고 있다.

## 2.3 절대표정

절대표정은 가상 3차원 좌표로부터 표정기준점 좌표를 이용하여 절대좌표를 얻는 과정으로 절대표정인자( $s, \omega, \varphi, \kappa, T_X, T_Y, T_Z$ )를 최소제곱법에 의하여 산정할 수 있다.

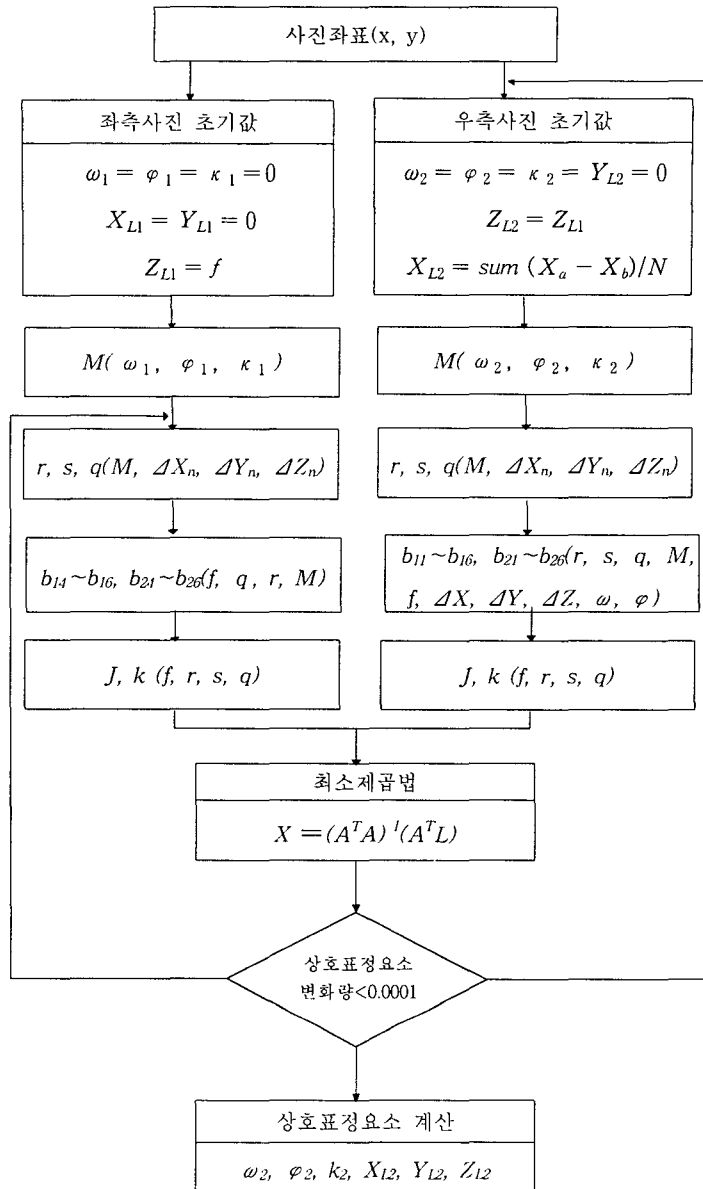


그림 2. 상호표정 흐름도

	A	B	C	D	E	F	G
75	<b>Relative Orientation</b>						
76	Left photo coordinates			Right photo coordinates		focal length	
77	Point	x, mm	y, mm	x, mm	y, mm	152.1130	
78	a	-4.8700	1.9920	-97.8780	-2.9100		
79	b	89.2960	2.7060	-1.4850	-1.8360		
80	c	0.2560	84.1380	-80.9080	78.9900		
81	d	90.3280	83.8640	-1.5680	79.4820		
82	e	-4.8730	-86.8150	-100.0640	-85.7330		
83	f	88.5910	-85.2690	-0.9730	-94.3120		
96	focal length	152.113					
97	omega2	-0.02890					
98	phi2	-0.37819					
99	kappa2	0.01271					
100	Y12	20.14003					
101	Z12	166.24444					
102							
107	initial		iteration				
108							
109	Object space coordinate						
110		X	Y	Z			
111	a	-12.957	3.885	-356.837			
112	b	281.734	9.216	-328.901			
113	c	0.374	192.349	-64.382			
114	d	295.570	295.761	-385.365			
115	e	-17.449	-299.175	-374.037			
116	f	171.299	-145.363	-56.368			
117							

그림 3. 상호표정 계산시트

표 2. 상호표정계산 결과비교

구 분	비교수치	엑셀프로그램	차 이
$\omega$ (degree)	2.4099	2.4102	-0.0003
$\varphi$ (degree)	0.5516	0.5520	-0.0004
$\kappa$ (degree)	-0.2067	-0.2063	-0.0004
$X_{L2}$ (meter)	91.97	91.94	0.03
$Y_{L2}$ (meter)	-1.73	-1.70	-0.03
$Z_{L2}$ (meter)	148.30	148.38	-0.08

3차원등각변환은 3차원의 좌표체계( $x, y, z$ )를 다른 3차원 좌표체계( $X, Y, Z$ )로의 변환을 말하며, 회전과 축척변화 및 원점이동의 2단계를 거친다. 먼저, 회전행렬에 의해  $x, y, z$  는  $x', y', z'$ 로 되고 여기에 축척을 곱하고 나서 원점이동량 ( $T_x, T_y, T_z$ )을 더한다(Wolf, 2000).

이를 식으로 나타내면 식 (3)과 같으며 이를 선형화하여 사용할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 X &= sx' + T_x = s(m_{11}x + m_{21}y + m_{31}z) + T_x \\
 Y &= sy' + T_y = s(m_{12}x + m_{22}y + m_{32}z) + T_y \\
 Z &= sz' + T_z = s(m_{13}x + m_{23}y + m_{33}z) + T_z
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

본연구에서는 3차원 등각변환식인 식 (3)을 선형화 하였고 상호표정에 의해 계산되어진 모델좌표와 지상기준점 좌표는 3개씩 사용하여 계산하였다. 미지수인 절대표정인자를 계산하기 위해 초기값으로는  $\omega, \varphi$  는 '0'으로,  $\kappa$  는 모델점간의 방위각과 지상기준점간의 방위각 차이값,  $s$  는 모델점간의 거리와 지상기준점간의 거리비율로 선정하고 절대표정인자를 계산하기 위해 초기값을 선정한 후 반복계산하였다.

그림 4는 절대표정 계산시트이고 계산 비교결과는 표 3과 같다.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2				Absolute Orientation				
3								
4		Model II coordinates(arbitrary)			Model I coordinates(control)			
5		X2, mm	Y2, mm	Z2, mm	X1, mm	Y1, mm	Z1, mm	
6	known Point							
7	1	0.2590	83.5137	1.1386	8278.862	10482.888	59.741	
8	2	4.6276	-88.0730	1.3111	8268.983	8922.635	69.789	
9	3	88.3163	-85.9846	1.2325	9580.264	8927.325	66.109	
10	unknown Point							
11	A	-4.435	1.973	1.089				
12	B	88.097	2.709	0.398				
13	C	89.287	82.967	1.788				
32								
33								
34	initial val							
35	s		3.3025					
36	w		-0.0172	-0.9835°				
37	phi		-0.0154	-0.8849°				
38	k		0.0142	0.8159°				
48	Tx		9281.199					
49	Ty		10207.007					
50	Tz		60.760					
51								
52								
53				Initial val		Iteration		
54								

그림 4. 절대표정 계산시트

표 3. 절대표정계산 결과비교

구 분	비교수치	엑셀프로그램	차 이
$T_x(m)$	9281.199	9281.199	0.000
$T_y(m)$	10207.007	10207.007	0.000
$T_z(m)$	60.760	60.760	0.000
s	3.3031	3.3025	0.0006
$\omega$ (deg)	-0.9835	-0.9835	0.0000
$\varphi$ (deg)	-0.8849	-0.8849	0.0000
$\kappa$ (deg)	0.8159	0.8159	0.0000

## 2.4 공간후방교회법모듈

공간후방교회법(space resection)은 외부표정요소( $\omega, \varphi, \kappa, X_L, Y_L, Z_L$ )의 6개 요소를 결정하는 방법으로  $X, Y, Z$ 를 알고 있는 지상기준점이 최소 3점이 필요하다. 4점의 지상기준점을 알고 있으면 공선조건식을 선형화하여 최소제곱법(least square)에 의해 외부표정요소를 구할 수 있다(Wolf, 2000).

본연구에서는 엑셀로 공간후방교회법을 이용하여 외부표정요소를 산정하기 위해 그림 6과 같이 먼저  $\omega, \varphi, \kappa, X_L, Y_L, Z_L$ 의 초기값을 먼저 산정하고, 공선조건식에 의해  $d\omega, d\varphi, d\kappa, dX_L, dY_L, dZ_L$ 를 구한 다음 반복계산을 실시하였다. 그림 5의 공간후방교회법 계산시트를 이용하여 표4와 같은 결과를 얻었다.

Space Resection by collinearity						
Photo coordinates			Ground control coordinates			
point	x, mm	y, mm	X, m	Y, m	Z, m	f, mm
A	96.42100	-83.97700	1268.16200	1455.02700	22.80600	152.91600
B	100.91600	92.58200	732.16100	545.34400	22.29000	
C	-88.32300	-89.18100	1454.53300	731.86800	22.84300	
D	78.81200	98.12500	545.24500	1268.23200	22.33800	

Space resection by collinearity						
Iteration						
X <sub>L</sub> (m)	1027.86115	1027.86115	1027.86115			
Y <sub>L</sub> (m)	1044.10348	1044.10348	1044.10348			
Z <sub>L</sub> (m)	648.19270	648.19270	648.19270			
omega, rad	-0.00716	-0.00716	-0.00716	omega, deg		-0.41018
phi, rad	0.02113	0.02113	0.02113	phi, deg		1.21076
kappa, rad	1.79420	1.79420	1.79420	kappa, deg		102.80001

그림 5. 공간후방교회법 계산시트

표 4. 공간후방교회법계산 결과비교

구 분	비교수치	엑셀프로그램	차 이
$\omega$ (deg)	-0.4109	-0.4102	-0.0007
$\varphi$ (deg)	1.2101	1.2108	-0.0007
$\kappa$ (deg)	102.8003	102.8000	0.0003
$X_L$ (m)	1027.86	1027.86	0.00
$Y_L$ (m)	1044.11	1044.11	0.00
$Z_L$ (m)	648.20	648.20	0.00

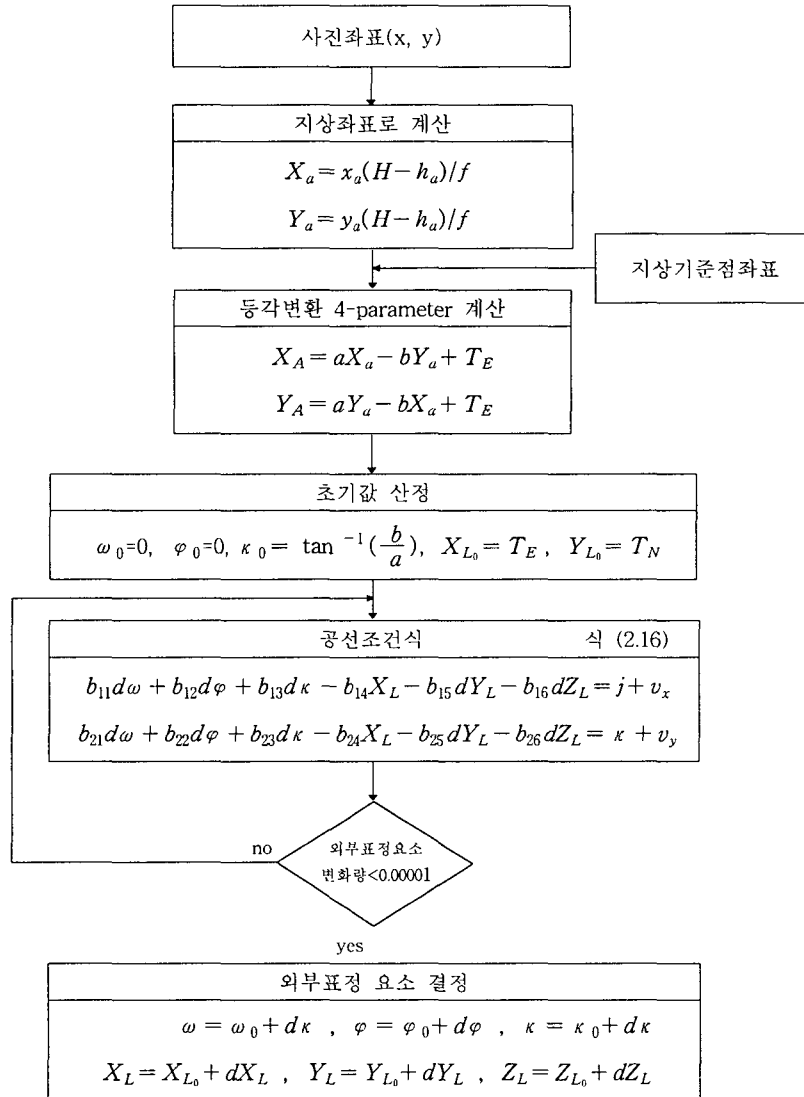


그림 6. 공간후방교회법 흐름도

### 3. 좌표계산 프로그램

2.4절에서 살펴본 공간후방교회법에 의한 외부표정요소 산정은 지상점의 좌표계산에 사용되어 지는데 이때 공간전방교회법을 이용할 수 있다.

공간전방교회법(space intersection)은 측정점의  $X, Y, Z$  값을 산정하기 위한 사진측량의 과정을 말하며 지상점의 좌표를 공간전방교회법으로 계산하기 위해서는 선형화된 공선조건식을 사용한다(Altan, 2000).

본 연구에서는 중복사진(stereopair)을 이용하여 지상점의 좌표를 산정하기 위해 선형화된 공선조건식을 사용하였다.

그림 7은 외부표정요소를 이용한 공간전방교회법의 흐름을 보여주는데, 외부표정요소와 사진좌표, 초점거리에 의해 4개의 선형화된 공선조건식이 유도되고 지상점의 좌표에 대한 초기값을 산정한 후  $dX, dY, dZ$ 에 대해 반복계산을 실시하여 지상점의 좌표를 산정하였다.

그림 8은 엑셀로 구현한 시트를 나타내고 있고 본 계산에 사용된 자료는 상호표정에 의해 계산된 표정요소를 사용하였다. 본 프로그램과 실제값의 비교결과는 표 8과 같다.

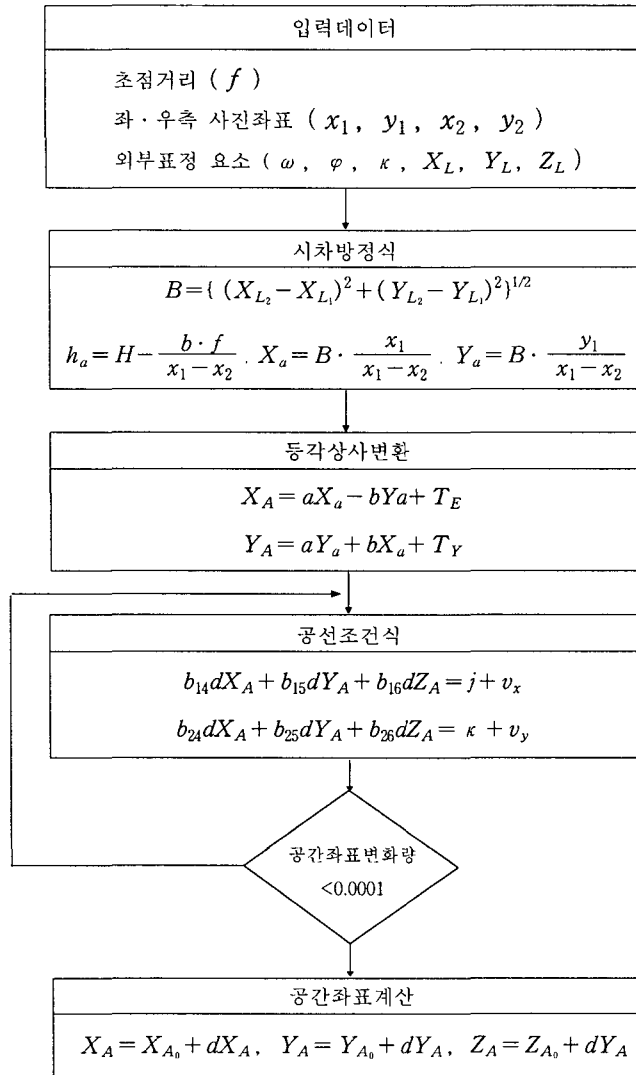


그림 7. 공간전방교회법 흐름도

	A	B	C	D	E
1	<b>Space Intersection By Collinearity</b>				
2					
3					
4	<b>KEY</b>				
5	User Input				
6	Result				
7					
8		Photo1	Photo2	Focal length	
9	x	0.25600	-90.90800	152.11300	
10	y	84.13900	79.98000		
11					
12	Parameter	Photo1	Photo2		
13	w	0.00000*	2.40990*		
14	phi	0.00000*	0.55160*		
15	kappa	0.00000*	-0.23670*		
16	XL	0.00000	91.97400		
17	YL	0.00000	-1.73460		
18	ZL	152.11300	148.30150		
29					
30	Initial		Iteration		
31					
34					
35		X	Y	Z	
36	Initial coordinate	0.25423	83.52351	1.11568	
37	Iteration	0.25423	83.52351	1.11568	
83					

그림 8. 공간전방교회법 계산시트

표 5. 공간전방교회법계산 결과비교

구분		비교수치	엑셀프로그램	차이
1	X	-4.84	-4.84	0.00
	Y	1.97	1.96	0.01
	Z	1.09	1.08	0.01
2	X	89.10	89.02	0.08
	Y	2.70	2.70	0.00
	Z	0.34	0.39	-0.05
3	X	0.25	0.26	-0.01
	Y	83.52	83.51	0.01
	Z	1.12	1.14	-0.02

#### 4. 결 론

항공사진측량의 중요한 과정인 내부, 상호, 절대표정 및 공간후방교회법, 공간전방교회법을 분석하였다. 이러한 과정을 엑셀에 의해 구현해보고 그 과정을 체계화하여 아래와 같은 결론을 얻었다.

1. 내부, 상호, 절대표정요소 및 공간후방교회법에 의한 외부표정요소결정 과정을 엑셀프로그래밍으로 구현하여 그 값을 계산할 수 있었다.
2. 공간전방교회법에 의한 3차원 위치결정과정을 엑셀프로그래밍으로 구현하여 사진상에 포함되어 있는 특징점들에 대한 3차원 위치를 계산할 수 있었다.
3. 앞으로 표정요소 및 3차원 위치결정을 위한 자동화 기법들의 연구가 필요하다.

#### 참고문헌

이영진(1999), 기준점 측량(I)·(II), 경일대학교 공과대학 측지공학과, pp. 238~240.  
 염재홍(1996), 영상정합기법을 활용한 사진측량의 자동화에 관한 연구, 연세대학교 박사학위논문, pp. 89~92.  
 유복모(2001), 현대 디지털 사진측량학, 문운당, pp. 200~202.  
 Altan, M. O.(2000), Photogrammetry, Istanbul Teknik University, pp.7~8.  
 Wolf, P. R.(2000), Element of Photogrammetry(3rd ed.), McGraw-Hill, Chap. 11.