

TSK 퍼지시스템을 이용한 트럭-트레일러의 후진 제어

Backing up Control of a Truck-Trailer using TSK Fuzzy System

김종화 · 이원창 · 강근택
부경대학교 대학원 전자공학과

Zonghua Jin · Wonchang Lee · Geuntaek Kang
Department of Electronic Engineering, Graduate School, Pukyong National University
E-mail : jinzh@hanmail.net

Abstract

This paper presents a fuzzy control scheme for backing up control of Truck-Trailer, which is nonlinear and unstable by using TSK(Takagi-Sugeno-kang) fuzzy system. The nonlinear system of Truck-Trailer was expressed by using TSK fuzzy model, and the TSK fuzzy controller was designed from TSK fuzzy model. The usefulness of the proposed algorithm for backing up truck-trailer is certificated by the computer simulations.

Key Words : TSK fuzzy system, Truck-trailer system, Nonlinear system.

I. 서론

트럭-트레일러 시스템은 규모가 크고 복잡하며 동력학이 비선형이고 불확실한 요소를 내포하여, 시스템을 정확히 모델링하고 제어하기가 대단히 어렵다. 트럭-트레일러 후진 제어에 있어서, 아주 숙련된 운전자 일지라도 실제 운전에서 매우 어려운 것이다. 실제로 후진 운행이 원하는 위치에 도달하기 위해서 운전자는 앞으로 전진, 뒤로 후진 등 운동을 여러차례 반복하며, 최종적으로 후진 운행이 원하는 위치에 도달할 수 있다. 더욱 어려운 것은 후진만 허용하고 전진을 허용하지 않고 원하는 위치에 도달하는 것이다. 트럭-트레일러의 후진 제어에 있어서 자동조타에 대한 연구는 오래 전부터 행해져 왔으며, 근래에는 적응제어, 퍼지제어, 뉴럴제어, 강인제어 등 광범한 연구가 되고있다 [1-3]. 그러나 대부분의 연구가 자동조타 시스템 내부의 비선형 요소의 영향을 고려하지 않았거나 비선형 요소를 등가 선형화하여 해석하였다. 또 조타 시스템의 비선형 모델에 근거한 퍼지제어기 설계는 아직 이뤄지지 않고 있다. 트럭-트레일러의 후진 속도가 빠를 경우 비선형 요소를 무시하는 데는 무리가 따른다. 이와 같은 문제를 해결하기 위해 본 논문에서는 TSK 퍼지시스템을 이용하여

트럭-트레일러 동력학의 비선형 요소를 TSK 퍼지 모델로 표현하고 그 모델로부터 TSK 퍼지제어기를 설계하였다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 후진만 허용하는 경우 자동조타 시스템에 의해 트럭-트레일러가 임의의 초기 위치로부터 원하는 위치에 잘 도달함을 보여주고, 제안한 후진 제어시스템의 실효성을 검증한다.

본 논문에서는 5개의 주요 부분으로 구성 되었다. 2장에서는 TSK 퍼지 제어시스템에 대해 설명하고, 3장에서는 트럭-트레일러 시스템과 제어기에 대해 설명하고, 4장에서는 시뮬레이션 결과를 보여 준다. 5장에서는 결론을 맺는다.

II. TSK 퍼지 제어시스템

본 논문에서 제안하는 TSK 퍼지 제어시스템은 TSK 퍼지모델에 근거하고 페루프 시스템의 안정성을 보장할 수 있다. TSK 퍼지모델은 결론부가 상수항을 포함한 선형 입출력 방정식이므로 현대 제어 이론의 설계 기법을 퍼지제어기의 설계에 그대로 응용할 수 있고, 설계된 TSK 퍼지제어기는 선형 상태회환 제어기이다. TSK 퍼지제어기는 TSK 퍼지모델과 같은 수의 규칙을 가지며 그 전체부 또한 같다. 그림 1에서는 TSK 퍼지 제어시

시스템 구성도를 보여준다.

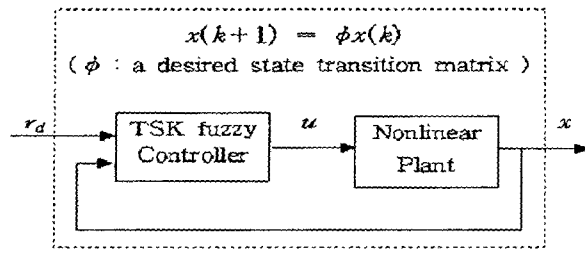


Fig. 1. The Structure of TSK fuzzy control system

2.1 TSK 퍼지 모델

일반적인 TSK 퍼지 입출력 모델의 i 번째 규칙은 다음과 같다.

$$M^i: \text{if } z_1 \text{ is } F_1^i, \dots, z_l \text{ is } F_l^i \\ \text{then } y^i(k+1) = a_0^i + a_1^i y(k) + a_2^i y(k-1) + \dots + a_n^i y(k-n+1) + b_1^i u(k) + b_2^i u(k-1) + \dots + b_m^i u(k-m+1) \quad (1)$$

여기서, $x_1(k) = y(k)$, $x_2(k) = y(k-1)$, ..., $x_n(k) = y(k-n+1)$, $d_1^i(k) = a_0^i + b_2^i u(k-1) + \dots + b_m^i u(k-m+1)$ 라 하면, 수식 (1)은 다음과 같은 상태변수 모델 형태로 쓸 수 있다.

$$M^i: \text{if } z_1 \text{ is } F_1^i, \dots, z_l \text{ is } F_l^i \\ \text{then } x^i(k+1) = A^i x(k) + b^i u(k) + d^i(k) \\ y(k+1) = c x(k+1) \quad (2)$$

$$\text{여기서, } A^i = \begin{bmatrix} a_1^i & a_2^i & a_3^i & \dots & a_n^i \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad b^i = \begin{bmatrix} b_1^i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$d^i(k) = [d_1^i(k) \ 0 \ \dots \ 0]^T, \quad c = [1 \ 0 \ \dots \ 0].$$

2.2 TSK 퍼지제어기

TSK 퍼지 상태변수 모델 i 번째 규칙 M^i 로부터 설계되는 퍼지제어기는 다음과 같다.

$$C^i: \text{if } z_1(k) \text{ is } F_1^i, z_2(k) \text{ is } F_2^i, \dots, z_l(k) \text{ is } F_l^i \\ \text{then } u^i(k) = -g^i x(k) + g_0^i(k) \quad (3)$$

여기서, $g^i = (g_1^i \ g_2^i \ \dots \ g_n^i)$ 는 $(1 \times n)$ 벡터이며, $g_0^i(k)$ 는 스칼라이고, 규칙 C^i 의 전제부는 규칙 M^i 의 전제부와 동일하다. g^i 와 g_0^i 는 다음 식들로부터 구해진다.

$$\phi = A^i - b^i g^i \quad (4)$$

$$g_0^i(k) = -\frac{d_1^i(k)}{b_1^i} \quad (5)$$

여기서, ϕ 는 원하는 상태전이 행렬이고, 제어입력 $u(k)$ 는 다음식에 의해 구해진다.

$$u(k) = \frac{\sum_{i=1}^r w^i(z) b_1^i u^i(k)}{\sum_{i=1}^r w^i(z) b_1^i} \quad (6)$$

원하는 상태전이 행렬이 다음과 같다고 하자.

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \dots & \phi_n \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

그러면 식(4)를 만족하는 g^i 는 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$g_j^i = -(a_j^i - \phi_j) / b_1^i \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

III. Truck-Trailer 시스템과 제어기

3.1 Truck-Trailer의 시스템

본 논문에서 사용한 트럭-트레일러 모델은 Ichihashi 모델이다[1]. 그림 2에서는 트럭-트레일러 모델과 그 좌표 시스템을 보여준다.

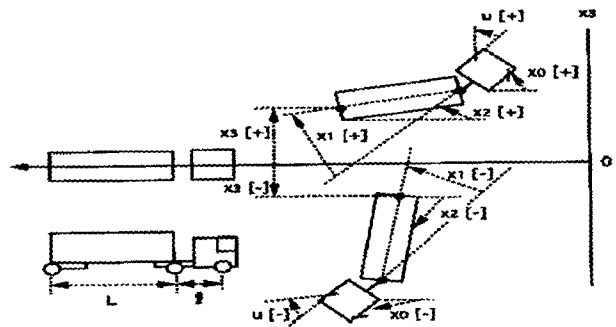


Fig. 2. Truck-trailer model and its coordinate system.

트럭-트레일러 시스템의 Ichihashi 모델은 다음과 같다.

$$x_0(k+1) = x_0(k) + v \cdot t / l \cdot \tan[u(k)] \quad (7)$$

$$x_1(k) = x_0(k) - x_2(k) \quad (8)$$

$$x_2(k+1) = x_2(k) + v \cdot t / L \cdot \sin[x_1(k)] \quad (9)$$

$$x_3(k+1) = x_3(k) + v \cdot t \cdot \cos[x_1(k)] \cdot \sin \left[\frac{(x_2(k+1) + x_2(k))}{2} \right] \quad (10)$$

여기서, $x_0(k)$: 트럭의 각도, $x_1(k)$: 트럭과 트레일러 사이 각도 차, $x_2(k)$: 트레일러의 각도, $x_3(k)$: 트레일러 뒤끝과 수평선사이 거리, $u(k)$: 조타 각도이다. $l=2.8[m]$ 는 트럭의 길이이고, $L=5.5[m]$ 는 트레일러의 길이이며, $t=2.0[s]$ 는 샘플링 시간이고, $v=-1.0[m/s]$ 는 후진 속도이다.

$x_1(k)$ 와 $u(k)$ 가 작은 값일 때 트럭-트레일러의 Ichihashi 모델은 다음과 같이 간단히 할수 있다.

$$x_0(k+1) = x_0(k) + v \cdot t/l \cdot u(k) \quad (12)$$

$$x_1(k) = x_0(k) - x_2(k) \quad (13)$$

$$x_2(k+1) = x_2(k) + v \cdot t/L \cdot x_1(k) \quad (14)$$

$$x_3(k+1) = x_3(k) + v \cdot t \cdot \sin[(x_2(k+1) + x_2(k))/2] \quad (15)$$

우리의 제어 목적은 트럭-트레일러의 후진이 임의의 초기 위치에서 원하는 위치 ($x_1=x_2=x_3=0$)로 가게 하는 것이다. 자동조타 각도 u 에 의해 x_1, x_2, x_3 시스템을 제어하는 것이다.

식 (12), (13), (14), (15)로부터 트럭-트레일러의 동역학 방정식은 식 (16), (17), (18)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$x_1(k+1) = 1.3636x_1(k) - 0.7143u(k) \quad (16)$$

$$x_2(k+1) = x_2(k) - 0.3636x_1(k) \quad (17)$$

$$x_3(k+1) = x_3(k) - 2 \sin[x_2(k) - 0.1818x_1(k)] \quad (18)$$

3.2 Truck-Trailer의 제어기

그림 3에서는 트럭-트레일러 후진 제어시스템 구성도를 나타낸다.

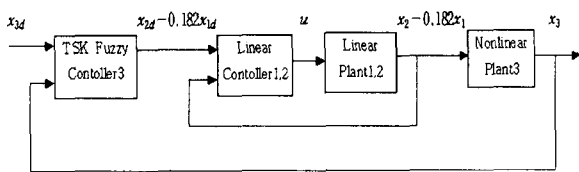


Fig. 3. The Structure of control system

식 (16)과 (17)은 선형이므로 식 (19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.3636 & 0 \\ -0.3636 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.7143 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \quad (19)$$

식 (19)로부터 극 배치법을 이용한 상태궤환 제어기를 설계한다. 극점(pole)이 -0.6인 상태궤환 제어기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(k) &= -kx(k) + kN_x r(k) \\ &= -[-1.629 \ 1.386]x(k) + 1.386r(k) \end{aligned}$$

식 (18)은 사인 함수가 들어간 비선형이므로 먼저 구간 $-\pi \leq \theta \leq \pi$ 에서 $\sin \theta$ 의 TSK 퍼지모델을 만든다. $\sin \theta$ 로부터 151개의 입출력 데이터를 만들어 인식용 데이터로 사용하였다. 인식된 퍼지모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M^1: & \text{ if } \theta \text{ is } F_1 \text{ then } \sin \theta^1 = -2.915 - 0.928\theta \\ M^2: & \text{ if } \theta \text{ is } F_2 \text{ then } \sin \theta^2 = 0.292\theta \\ M^3: & \text{ if } \theta \text{ is } F_3 \text{ then } \sin \theta^3 = 2.915 - 0.928\theta \end{aligned} \quad (20)$$

전제부 퍼지집합은 그림 4에 나타나 있다.

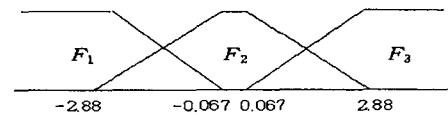


Fig. 4. The fuzzy sets in the fuzzy model (20)

트럭-트레일러의 TSK 퍼지모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M^1: & \text{ if } u_1(k) = x_2(k) - 0.1818x_1(k) \text{ is } F_1 \\ & \text{ then } x_3(k+1)^1 = 5.83 + x_3(k) + 1.856u_1(k) \\ M^2: & \text{ if } u_1(k) = x_2(k) - 0.1818x_1(k) \text{ is } F_2 \\ & \text{ then } x_3(k+1)^2 = x_3(k) - 0.584u_1(k) \\ M^3: & \text{ if } u_1(k) = x_2(k) - 0.1818x_1(k) \text{ is } F_3 \\ & \text{ then } x_3(k+1)^3 = -5.83 + x_3(k) + 1.856u_1(k) \end{aligned} \quad (21)$$

극점(pole)이 0.9일 때 트럭-트레일러의 TSK 퍼지제어기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C^1: & \text{ if } x_2(k) - 0.1818x_1(k) \text{ is } F_1 \\ & \text{ then } u_1(k)^1 = -0.0539 \tilde{x}(k) - 3.141 \\ C^2: & \text{ if } x_2(k) - 0.1818x_1(k) \text{ is } F_2 \\ & \text{ then } u_1(k)^2 = 0.1712 \tilde{x}(k) \\ C^3: & \text{ if } x_2(k) - 0.1818x_1(k) \text{ is } F_3 \\ & \text{ then } u_1(k)^3 = -0.0539 \tilde{x}(k) + 3.141 \end{aligned} \quad (22)$$

여기서, $\tilde{x}(k) = x(k) - x_d(k)$ 이고, 전제부는 사인 퍼지모델의 전제부와 같다.

IV. 시뮬레이션

이 부분에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 임의의 초기 상태를 가진 트럭-트레일러의 후진 제어 결과를 보여준다. 아래의 그림에서 실선은 x_1 시스템의 상태를 나타내고, 점선은 x_2 시스템의 상태를

나타내며, \circ 선은 x_3 시스템의 상태를 나타낸다.

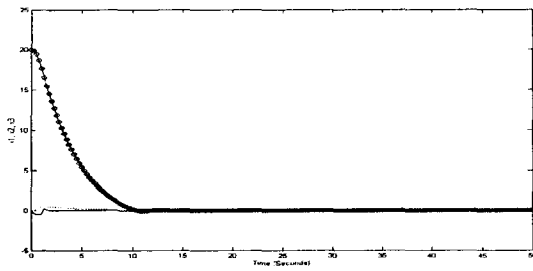


Fig. 5. State response under initial condition (0, 0, 20)

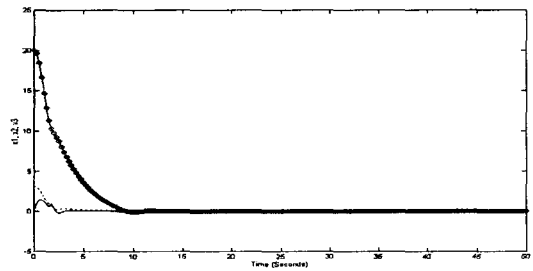


Fig. 6. State response under initial condition (0, π , 20)

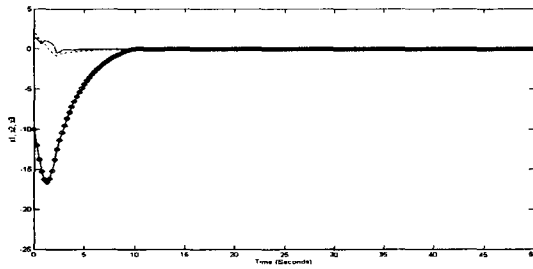


Fig. 7. State response under initial condition (0.5π , 0.75π , -10)

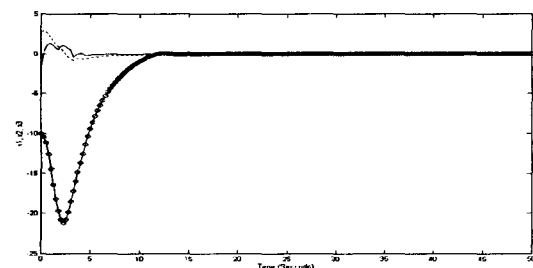


Fig. 8. State response under initial condition (-0.5π , 0.75π , -10)

그림 5, 6, 7, 8은 트럭-트레일러 비 선형시스템 식 (16)-(18)이 각각 초기 상태 (0, 0, 20), (0, π , 20), (0.5π , 0.75π , -10), (-0.5π , 0.75π , -10)로부터 원하는 위치로 후진 제어가 잘 이루어짐을 볼 수 있다. 그림 9는 그림 8의 경우에 10초때 x_3 시스템의 출력에 $w = -5$ 크기의 외란을 가하였다가 35초경에 외란을 제거 했을 때 후진제어 응답을

보여준다. 특히 그림 7, 8, 9의 경우 후진 제어가 비교적 어려운 상태 임에도 불구하고 트럭-트레일러가 원하는 위치로 평탄하게 잘 도달함을 볼 수 있다.

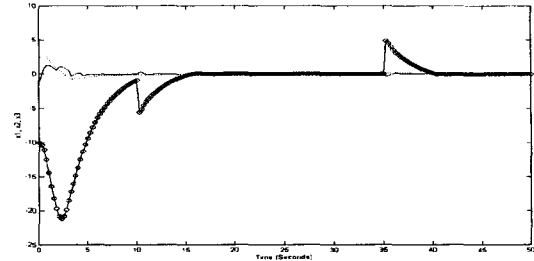


Fig. 9. State response under disturbance

V. 결론

산업 사회의 발달이 가속화되면서 고성능의 제어시스템 설계 및 구현이 필요하고, 견실성과 경제적인 문제가 중요한 요소로 부각되고 있다.

본 논문에서는 동력학이 비선형이고 불확실한 요소를 포함한 트럭-트레일러 시스템의 후진 제어 성능 개선을 위한 TSK 퍼지시스템을 이용한 퍼지 제어기 설계 새로운 알고리즘을 제시하였다. 즉 트럭-트레일러의 비선형 부분을 TSK 퍼지모델로 표현하고, 그 모델로부터 TSK 퍼지제어기를 설계하였다. 몇 개의 초기 상태에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안한 제어 알고리즘의 실효성과 우월성이 확인되었다.

참고문헌

- [1] Tanaka, K., Sano, M., "A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 2, pp. 119-134, May 1994.
- [2] Ji-Chang Lo, Yu-Cheng Lin, "Robust H_∞ fuzzy control via dynamic output feedback for discrete-time systems", *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vol. 1, pp. 633-638, 2002.
- [3] Yong-Yan Cao, Frank, P. M., "Robust H_∞ disturbance attenuation for a class of uncertain discrete-time fuzzy systems", *IEEE Transactions on Fuzzy System*, Vol. 8, pp. 406-415, Aug 2000.
- [4] Kang, G., Lee, W. and Sugeno, M., "Design of TSK fuzzy controller based on TSK fuzzy model using pole placement", *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vol. 1, pp. 246-251, 1998.