

# NURBS 곡면과 면적 사상법을 이용한 압출 금형곡면의 표현 방법에 관한 연구

유동진\*, 권혁홍\*\*, 임종훈\*\*\*

## Investigation on the Description Method of Extrusion Die Surface using NURBS Surface and Area Mapping Method

D.J. Yoo, H.H. Kwon, and J.H. Im

### Abstract

In order to construct the extrusion die surface of arbitrarily shaped sections, an automatic surface construction method based on NURBS surface and area mapping method is proposed in the present work. In the present study, a center point for area mapping is determined by introducing the mapping concept based on constant area proportionality between original billet and final product. The characteristic points of inlet profile is determined using the traditional area mapping method and the root finding numerical method. The inlet and outlet profiles are precisely described with NURBS curves using the characteristic points of entry and exit sections. For the construction of NURBS surface, an interpolation method for the pre-determined two section curves has been developed to be used in the generation of interior control points and weights. To show the validity of the proposed method, automatic die surface generation is carried out for the several kinds of shaped sections.

**Key Words** : Extrusion die, Straight die, Curved die, Area mapping method, NURBS surface

### 1. 서론

주요 금속성형 방법중의 하나인 압출공정은 높은 생산성 및 제품의 기계적 성질의 우수성 등 많은 장점 때문에 자동차, 항공기, 군수산업 등에 널리 사용되고 있다. 최근에 CAD, CAM, CAE 등의 컴퓨터 응용기술들이 금속성형 기술에 응용되면서 평금형에 의한 열간압출은

물론이고 직선다이, 곡선다이에 의한 압출공정에 CAD, CAM, CAE기술을 접목시키려는 시도가 이루어져 왔다.

Nagpal과 Altan<sup>(1~2)</sup>은 이중유선함수(dual stream function)를 제안하고 그에 대한 동적가용 속도장을 유도하여 원형소재로부터 타원형 및 정다각형 제품을 압출하기 위한 공정을 상계해법을 이용하여 해석하였다. Yang과 Lee<sup>(3)</sup>는 등각사상(conformal mapping)개념을 이용하

\* 대전대학교 컴퓨터응용기계설계학과

\*\* 대전대학교 기계설계공학과

\*\*\* 대전대학교 기계설계공학과 대학원

여 일반적인 형상의 단면형상에 대한 최적의 금형형상을 구하기 위하여 상계해법을 이용하여 해석하였다.

Celik과 Chitkara<sup>(4-6)</sup>는 단면형상의 도심이 압출방향의 중심축과 편심(off-centric)되어있는 비축대칭 단면형상의 제품을 압출하기 위한 금형곡면을 베지에(Bezier) 형태의 곡면으로 표현하고 속도장을 유도해서 다각형, T-형, H-형, U-형 등 다양한 형태의 출구형상에 대한 상계해를 구하였다.

본 연구에서는 축방향의 금속 유동속도가 한 단면내에서는 일정하다는 가정하에 면적사상개념을 이용하여 형상을 압출하기 위한 금형곡면을 하나의 NURBS 곡면으로 자동생성하는 방법에 대하여 제안하고자 한다. NURBS 곡선, 곡면 이론은 자유곡선, 자유곡면은 물론 원추곡선, 원추곡면을 오차 없이 정확히 나타낼 수 있는 장점이 있다. 압출금형의 경우 원래 소재에 해당하는 입구형상 및 최종제품에 해당하는 출구형상이 원, 타원, 다각형, 스플라인 등 다양한 형태로 정의되어야 하기 때문에 이 모든 형상을 오차 없이 표현할 수 있는 방법인 NURBS 곡선, 곡면 방법을 채택하게 되었다. 표현의 정확성뿐만 아니라 CAD 데이터의 표준 포맷인 IGES, STEP 등으로의 전환이 정확하고 용이하기 때문에 타-CAD 시스템이나, CAM, CAE 시스템과의 연결에 전혀 문제점이 없다는 중요한 장점을 가지고 있다.

## 2. NURBS 곡면의 수식적 표현

압출금형곡면의 자동생성을 위해 면적사상법을 이용하여 단면형상의 특성점들을 찾아내고 NURBS 곡선으로 변환한 후 이 두 NURBS 곡선을 금형길이 방향으로 보간하여 전체 금형곡면을 하나의 NURBS 곡면으로 생성하는 방법을 제안하였다.

NURBS 곡면식은 두 매개변수  $u, v$ 에 대하여 다음과 같이 표현된다.<sup>(7)</sup>

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j}} \quad (1)$$

where,

- $P_{i,j}$  : 곡면을 구성하는 조정점의 위치벡터
- $p, q$  :  $u, v$  방향의 차수
- $n+1$  :  $u$  방향의 조정점 수
- $m+1$  :  $v$  방향의 조정점 수
- $N_{i,p}(u), N_{j,q}(v)$  :  $u, v$  방향의 B-Spline 기저함수
- $w_{i,j}$  : 조정점  $P_{i,j}$ 의 가중치

## 3. 압출 금형곡면의 자동생성

본 연구에서 제안한 금형곡면의 생성과정은 다음과 같이 크게 다섯 단계로 나눌 수 있다.

### 3.1 출구 형상의 특성점들의 좌표 계산

Fig. 1은 T-형상을 나타내기 위한 특성점들인 점  $P_0$  부터 점  $P_7$ 까지 총 8개의 점의 좌표를 사용자가 입력한  $l_1, l_2, t_1, t_2$ 의 함수로 구할 수 있다.

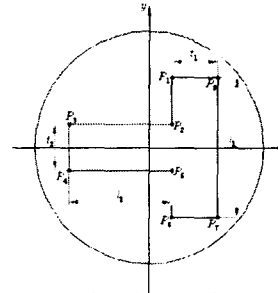


Fig. 1 Geometric description of characteristic points of outlet profile

$x_c$ 는 T-형상의 기하학적인 도심의  $x$ 좌표로서  $P_3$  및  $P_4$ 의  $x$ 좌표를 0으로 하였을 때 계산된 값으로서 다음 식과 같이 표현된다.

$$x_c = \frac{l_2^2 t_2 + (2l_2 + t_1) l_1 t_1}{2(l_2 t_2 + l_1 t_1)} \quad (2)$$

### 3.2 출구측 금속유동 중심점의 결정

Fig. 2의  $x_d$ 가 구하고자 하는 출구측 유동 중심점의  $x$ 좌표로서 면적  $A_p, A_b, A_t, A_o$  간에는 다음과 같은 식이 성립된다.

$$\frac{A_b}{A_p} = \frac{A_o}{A_f} \quad (3)$$

식(3)을 구체적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{A(x_d)}{(x_o - x_d) \frac{l_1}{2}} = \frac{A_o}{A_f} \quad (4)$$

where,

- $A_o$  :  $\pi R^2$
- $A_f$  :  $l_1 t_1 + l_2 t_2$
- $A(x_d)$  :  $\int_{x_d}^R \sqrt{R^2 - x^2} dx$

식(4)은 최종적으로 다음과 같은  $x_d$ 에 관한 비선형 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$f(x_d) = (x_0 - x_d) \frac{I_1 A_o}{2} - A(x_d) A_f = 0 \quad (5)$$

식(5)을 만족하는  $x_d$ 를 구하기 위해서 여러 수치해석법 중 수렴성이 좋은 이분법을 사용하였다.

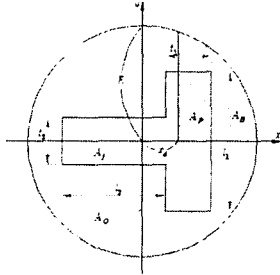


Fig. 2 Determination of the center point for area mapping using numerical method

3.3 면적사상법을 이용한 입구측 특성점들의 좌표계산  
Fig. 3에서 보는바와 같이 입구측과 출구측을 중심점을 기준으로 해서 네 부분의 영역으로 나눈 후 각각의 영역에 대하여 면적 비율이 원래 소재와 최종 소재의 면적 비율과 같다는 면적사상법을 적용하면 면적들간에는 다음의 관계식이 성립한다.

$$\frac{A_{o_i}}{A_{f_i}} = \frac{A_o}{A_f} \quad (1 \leq i \leq 4) \quad (6)$$

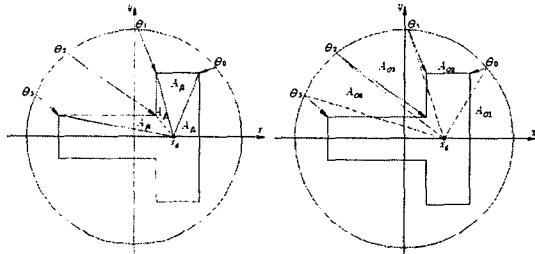


Fig. 3 Determination of characteristic points of inlet profile considering constant area proportionality

식(6)에 구체적인 기하학적 치수들을 대입하여 정리하면 다음과 같은 입구측 특성점의 좌표를 구할 수 있는 비선형 방정식을 얻을 수 있다.

$$f(\theta_{i-1}) = \frac{R^2 \theta_{i-1}}{2} - \frac{x_d R \sin \theta_{i-1}}{2} \quad (7)$$

$$- \sum_{j=1}^{i-1} A_{o_j} - A_{f_i} \frac{A_o}{A_f} = 0 \quad (1 \leq i \leq 4)$$

### 3.4 NURBS 곡선에 의한 입구 및 출구형상의 표현

Fig. 4는 원형소재로부터 T-형의 제품을 압출하는 경우의 단면형상을 나타내고 있는데 앞에서 구한 입구 및 출구측의 특성점의 좌표를 이용하여 입구와 출구형상을 NURBS 곡선으로 정의하기 위한 조정점 및 가중치들을 구하였다.

본 연구에서 u방향 차수 p는 2로 하였는데 그 이유는 2차 NURBS 곡선으로 오차 없이 원호, 직선 등을 표현할 수 있기 때문이다.

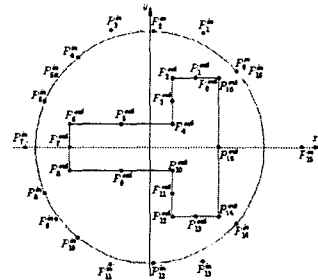


Fig. 4 Description of inlet and outlet profiles using NURBS curve : From circle to T-shaped section

### 3.5 금형길이 방향(v방향)의 조정점 및 가중치의 계산

두 단면곡선을 보간하여 하나의 NURBS 곡면으로 만들기 위하여 Fig. 5에서 보는바와 같이 사용자에 의하여 입력된 입구와 출구에서의 접선벡터의 크기 및 경사각에 의하여 내부 조정점들을 생성하는 방법을 제안하였다.

$$P_{i,0} = P_i^{in} \quad P_{i,3} = P_i^{out}$$

$$P_{i,1} = \frac{1}{3} D_{0,i} + P_i^{in} \quad (8)$$

$$P_{i,2} = -\frac{1}{3} D_{1,i} + P_i^{out}$$

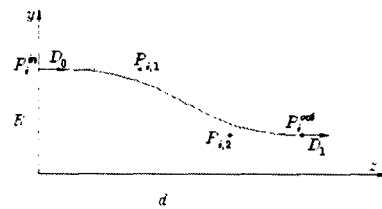


Fig. 5 Define of v-direction control points

식(8)에서 보는바와 같이 v방향으로는 네 개의 조정점을 생성하였으며 차수는 3으로 하였다.

두 단면곡선으로부터 하나의 NURBS 곡면을 생성하기 위해서 입구 및 출구 조정점들에서의 가중치를 선형 보간하여 가중치를 구하였다.

$$\begin{aligned}
w_{i,0} &= w_i^{in} & w_{i,3} &= w_i^{out} \\
w_{i,1} &= \frac{2}{3} w_i^{in} + \frac{1}{3} w_i^{out} \\
w_{i,2} &= \frac{1}{3} w_i^{in} + \frac{2}{3} w_i^{out}
\end{aligned} \tag{9}$$

### 3.6 T형 압출 금형곡면의 생성

앞에서와 같은 과정을 거쳐 얻어진 조정점들과 가중치들은 최종적으로 다음과 같은 곡면식을 구성하는 데이터로 이용된다.

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^{16} \sum_{j=0}^3 N_{i,2}(u) N_{j,3}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^{16} \sum_{j=0}^3 N_{i,2}(u) N_{j,3}(v) w_{i,j}} \tag{10}$$

Fig. 6은 식(10)에 Cox de Boor 알고리즘을 적용해서 u, v방향의 등매개변수 곡선상의 점들을 구한 후 복수개의 사각메쉬(rectangular mesh)들을 그래픽 가시화한 것이다. Fig. 6(a)는 직선다이(straight die)를, Fig. 6(b)는 곡선다이(curved die)를 나타낸다.

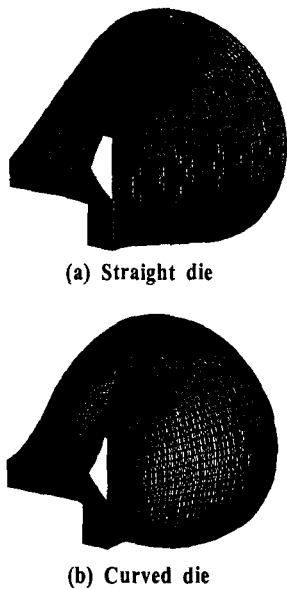


Fig. 6 Generation of extrusion die surface using NURBS surface and area mapping method : From circle to T-shaped section

## 4. 결론

본 연구에서는 CAD 분야의 최근 곡면이론인 NURBS 곡면과 금속 유동속도가 단면상에서 균일하다는 개념을 기본으로 하고 있는 면적사상법을 이용하여 사용자가 금

형 형상 정의에 필요한 몇 가지 매개변수만 입력하면 압출 금형곡면을 자동 생성하는 알고리즘을 제안하였다.

물론 최적 형상의 금형설계는 금형 기술자의 몫으로 남겠지만 간단한 매개변수 입력만으로 금형곡면을 자동 생성함으로써 성형해석을 위한 유한요소 데이터 및 금형 가공을 위한 NC 데이터 확보를 용이하게 하고 곡면형상을 정량적으로 표현하고 관리할 수 있는 수단을 제공하므로써 최적의 금형설계로 도달하기 위한 일관되고 체계적인 방법을 구축하고자 하는 것이다. 향후에는 보다 복잡한 형상에도 적용이 가능하고 역학적인 개념이 보장된 보다 진보된 곡면생성법에 대한 연구가 지속되어야 할 것이다.

## 참고 문헌

- (1) V.Nagpal and T.Altan, 1975, "Analysis of the Three-Dimensional Metal Forming in Extrusion of Shapes with Use of Dual Stream Functions", Proc. 3rd North American Met. Res. Conf. Pittsburgh, Pennsylvania, PP. 26-40.
- (2) V.Nagpal, 1977, "On the Solution of Three-Dimensional Metal Forming Processes", J. Eng. Ind. Trans. ASME Series B. Vol. 99, PP. 624-629.
- (3) D.Y. Yang and C.H. Lee, 1978, "Analysis of Three-Dimensional Extrusion of Section through Curved Dies by Conformal Transformation", Int. J. Mech. Sci., Vol. 20, PP. 541-552.
- (4) K.F. Celik and N.R. Chitkara, 2000, "Application of an upper bound method to off-centric extrusion of square sections, analysis and experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 42, PP. 321-345.
- (5) N.R. Chitkara and K.F. Celik, 2001, "Extrusion of non-symmetric T-shaped sections, an analysis and some experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 43, PP. 2961-2987.
- (6) K.F. Celik and N.R. Chitkara, 2002, "Extrusion of non-symmetric U- and I-shaped sections through ruled-surface dies : numerical simulations and some experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 44, PP. 217-246.
- (7) Les Piegl and Wayne Tiller, 1995, The NURBS Book, Springer.