

비축대칭 H-형 및 U-형상의 압출금형 곡면의 자동생성

임종훈* · 유동진** · 양동열***

Automatic Surface Generation for Extrusion Die of Non-symmetric H- and U-shaped Sections

J. H. Im, D. J. Yoo and D.Y. Yang

Abstract

In order to generate the extrusion die surface of non-symmetric H- and U-shaped sections, an automatic surface construction method based on B-spline surface and scalar field theory is proposed in this study. The isothermal lines and stream lines designed in the scalar field are introduced to find the control points which are used in constructing B-spline surfaces. Intersected points between the isothermal lines and stream lines are used to construct B-spline surfaces. The inlet and outlet profiles are precisely described with B-spline curves by using the centripetal method for uniform parameterization. The extrusion die surface is generated by using the cubic curve interpolation in the u- and v-directions. A quantitative measure for the control of surface is suggested by introducing the tangential vectors at the inlet and outlet sections.

Key Words : B-spline Surface, Extrusion Die Surface, Scalar Field Theory, Stream Lines

1. 서 론

높은 생산성, 저비용, 제품의 기계적 성질의 우수성 등 많은 장점을 가지고 있는 금속성형 방법중의 하나인 압출공정과 관련하여 최적의 압출금형을 얻기 위한 많은 연구가 이루어져 왔다.

Gunasekera⁽¹⁻²⁾는 오목한 형상에는 적용할 수 없었던 종래의 면적사상(area mapping) 개념을 길이사상(line mapping) 개념으로 전환하여 일반적인 형상의 단면 형제를 압출하기 위한 금형곡면을 다항식 곡면, 베지에 곡면 등으로 자동 생성하는 프로그램을 개발하였다. Yang 과 Han⁽³⁾은 일반적인 형상의 단면 형제에

대한 압출공정을 해석하기 위하여 입구 및 출구 형상을 푸리에(Fourier) 함수로 표현하고 이 두 단면곡선을 보간하여 금형곡면을 생성하였고 상계해법을 이용하여 해석하였다.

Celik 과 Chitkara⁽⁴⁻⁶⁾는 단면형상의 도심이 압출 방향의 중심축과 편심(off-centric) 되어있는 비축대칭 단면형상의 제품을 압출하기 위한 금형곡면을 베지에(Bezier) 형태의 곡면으로 표현하고 속도장을 유도해서 다각형, T-형, H-형, U-형 등 다양한 형태의 출구형상에 대한 상계해를 구하였다.

이 외에 많은 연구가 컴퓨터 해석 및 실험을 통하여 이루어져 왔으나 금형곡면 자체에 관한 수식적인 표현에 관해서는 제한적으로 이루어져

* 대전대학교 기계설계공학과 대학원

** 대전대학교 컴퓨터응용기계설계학과

*** 한국과학기술원 기계공학과

왔다. 이러한 개념하에 유와 임 등⁽⁷⁻⁸⁾은 압출금형 곡면 생성에 있어서 NURBS 곡면 이론과 단면 내에서는 금속유동속도가 일정하다는 개념을 기본으로 하고 있는 면적사상법을 이용하여 입구와 출구형상을 NURBS 곡선으로 정의하고 이 두 단면곡선을 금형길이 방향으로 3 차 곡선보간하여 하나의 NURBS 곡면으로 표현하는 방법을 제안한 바 있다.

그러나 오목하고 복잡한 형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 생성하는데 있어서 면적사상법의 개념을 이용하여 표현하기에는 어려움이 있다.

본 논문에서는 B-스플라인 곡면 이론과 전기장 및 온도장 해석 등에 이용되고 있는 스칼라장 이론을 사용하여 비축대칭 H-형 및 U-형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 하나의 B-스플라인 곡면으로 표현하는 방법을 제안하고자 한다.

2. B-스플라인 곡선 및 곡면의 수식적 표현

압출금형 곡면을 생성하기 위해서 B-스플라인 곡선 및 곡면이론을 이용하였으며 본 연구에서 기본적으로 사용한 B-스플라인 곡선 식은 다음과 같다.⁽⁹⁾

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i \quad (1)$$

where,

P_i : Control points

$N_{i,p}(u)$: pth-degree B-spline basis functions

식(1)로 표현된 B-스플라인 곡선 식을 두 매개변수 u, v 에 대하여 두 방향으로 확장하면 다음과 같은 B-스플라인 곡면 식을 정의할 수 있다.⁽⁹⁾

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \quad (2)$$

where,

$P_{i,j}$: Control points

p, q : Degree of u - and v -direction

$N_{i,p}(u), N_{j,q}(v)$: B-spline basis functions

3. 비축대칭 H-형상의 압출금형 곡면의 자동생성

3.1 출구 형상의 특성점들의 좌표 계산

Fig. 1 은 원형소재로부터 비축대칭 H-형상의 제품을 압출하는 경우의 단면형상을 보여주고 있는 것으로, 출구형상은 12 개의 특성점들($P_0 \sim P_{11}$)로 정의되어 있

으며 사용자가 입력한 입력매개변수의 함수로 표현된다.

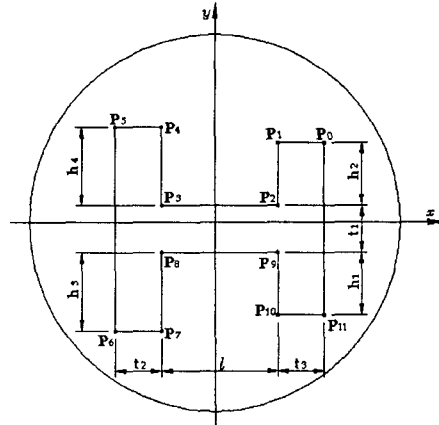


Fig. 1 Geometric description of characteristic points of outlet profile

3.2 삼각 요소 생성

스칼라장 이론에 입각한 온도장 해석을 위하여 입구와 출구형상의 단면 내에 삼각요소를 생성한다. 입구형상은 원의 방정식에 의해 삼각요소의 크기만큼 균일하게 분배되어 표현되며, 출구형상은 앞 절에서 정의된 특성점들로부터 계산된 B-스플라인 곡선을 구성하는 통과점들에 의해 표현된다. 위와 같이 구성된 단면형상을 트림평면으로 정의하고 격자 이용법을 사용하여 삼각요소를 Fig. 2 와 같이 생성하였다.

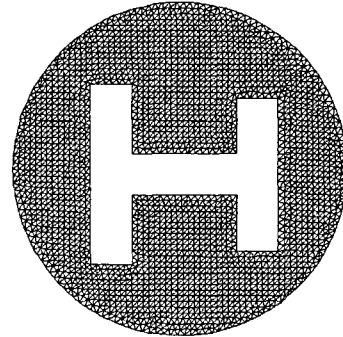


Fig. 2 Description of triangular mesh generation

3.3 등온선 및 유선

입구와 출구 측에 각각 0°C 와 180°C 의 온도 값을 주면 단면 내에서는 온도분포가 생기게 되고, 삼각요소들을 이루고 있는 절점들은 서로 다른 온도 값을 가지게 된다. 본 연구에서는 식(3)을 기본 개념으로 하고 있는 온도장 해석을 위한 FEM P/G 을 개발하였다.

$$K T = R \quad (3)$$

where,

K : Conductivity matrix
T : Temperature R : heat rate vector

온도장 해석으로부터 평면상의 같은 온도 값을 갖는 점들로 등온선을 구성할 수 있으며, 본 연구에서는 온도 연속성을 고려하여 3 차 식을 이용하여 입구와 출구 사이를 16 개의 구간으로 나누어 등온선을 표현하였다. 또한 2 차원 열 유동에 대한 프리에 법칙은 식(4)와 같이 주어지며 이를 이용하여 삼각요소들의 유속과 방향을 계산할 수 있고, 출구형상을 정의하는 통과점들($Q_0 \sim Q_{63}$)로부터 그 점들에 해당되는 입구형상의 통과점들의 위치정보를 얻을 수 있을 뿐만 아니라 흐름을 알 수 있다.

$$\bar{q} = q_x i + q_y j \quad (4)$$

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}$$

where,

T = T(x, y) : Temperature field in the medium
q_x, q_y : Components of the heat flux
k : Thermal conductivity
 $\partial T/\partial x$, $\partial T/\partial y$: Temperature gradients along x and y

Fig. 3 은 이상과 같은 과정을 거쳐 구해진 등온선과 유선을 함께 표현한 것이다.

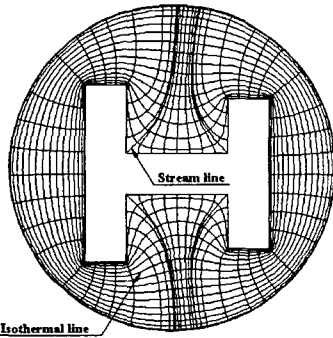


Fig. 3 Description of isothermal lines and stream lines

3.4 u, v 방향의 B-스플라인 곡선 보간

양 끝점에서의 접선벡터와 통과점을 정의한 후 3 차 B-스플라인 곡선보간법을 이용하면 u 방향의 B-스플라인 곡선을 표현할 수 있다.

통과점은 등온선과 유선의 교차점으로 계산되고, 각 점에 대한 매개변수 값이 지정되면 다음과 같은 과정을 거쳐 조정점 P_i 를 구할 수 있다.

$$Q_k = C(\bar{u}_k) \sum_{i=0}^{n+2} N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i \quad (0 \leq k \leq n)$$

where,

$$\bar{u}_0 = 0, \quad \bar{u}_n = 1$$

$$\bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{\sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}}{d} \quad (1 \leq k \leq n-1)$$

$$d = \sum_{k=1}^n \sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}$$

금형길이(v) 방향으로의 3 차 곡선보간은 다음의 Hermit 곡선 식에 의해 구하여진 값을 u 방향의 B-스플라인 곡선을 정의하기 위해 계산되었던 조정점들의 z 값으로 지정하여 계산한다.

$$f_{zi} = (3s^2 - 2s^3) \cdot l + (s - 2s^2 + s^3) \cdot d_0 \cdot l + (-s^2 + s^3) \cdot d_1 \cdot l \quad (6)$$

where,

$$s = (i-1)/16, \quad (1 \leq i \leq 17)$$

d₀, d₁ : Magnitude of tangential vectors
l : Die length

식(6)에서 보는바와 같이 입구와 출구 사이를 16 개의 단면으로 나누었으며, 입구와 출구 측의 접선벡터의 크기를 조절함으로써 그 사이의 중간형상을 정량적으로 제어할 수 있다. Fig. 4 는 금형길이 방향으로 3 차 곡선 보간하기 위한 각 단면을 나타낸 것이다.

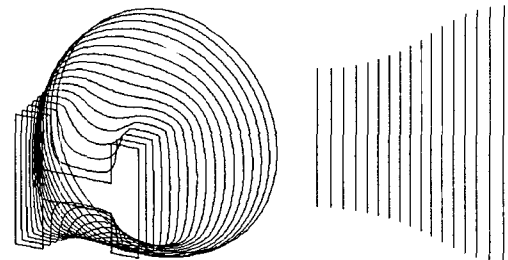


Fig. 4 Cross sectional curves for the v-direction interpolation

3.5 압출금형 곡면의 생성

앞에서와 같은 과정을 거쳐 얻어진 조정점들은 다음의 곡면 식을 구성하는 데이터로 이용된다.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^{100} \sum_{j=0}^{18} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \quad (7)$$

식(7)에서 보는바와 같이 u 방향의 조정점의 수는 101 개, v 방향의 조정점 수는 19 개로 구성되어 있으며, 차수는 u, v 방향 모두 3 차로 정의 하였다.

Fig. 5 는 식(7)에 Cox de Boor 알고리즘을 적용해서 u, v 방향의 등매개변수 곡선상의 점들을 구한 후 복수개의 사각메쉬(rectangular mesh)들을 가시화한 것이다.

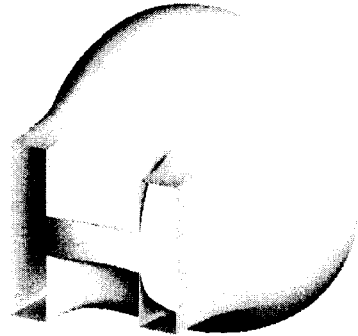


Fig. 5 B-spline die surface in the extrusion of round-to non-symmetric H-shaped section

Fig. 6 은 비축대칭 U-형상의 출구형상을 가진 압출 금형 곡면을 나타낸 것으로서 출구형상을 표현하는 매개변수를 정의하고 앞의 경우와 같은 과정을 거쳐 생성된 것이다.

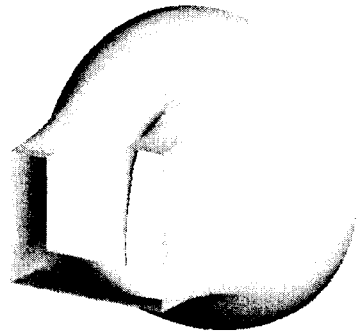


Fig. 6 B-spline die surface in the extrusion of round-to non-symmetric U-shaped section

4. 결 론

본 연구에서는 B-스플라인 곡면이론과 전기장 및 온도장 해석 등에 이용되고 있는 스칼라장 이론을 사용하여 비축대칭 H-형 및 U-형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 자동 생성하는 방법을 제안하였다.

입구와 출구형상의 단면을 트림평면으로 정의하여 삼각요소를 자동 생성하는 P/G 을 개발하였으며, 스칼라장 이론에 입각한 온도장 해석용 FEM P/G 을 개발하였다. 온도장 해석결과로부터 등온선과 유선을 계산하고 입구와 출구 사이의 중간형상을 정의하였으며 압출공정에서 중요한 요소인 금속유동을 예측함으로써 어느 정도 물리적인 개념이 반영된 압출금형 곡면

을 하나의 B-스플라인 곡면으로 생성하였다.

물론 최적의 금형형상은 압출하중, 마찰계수, 금형길이 등을 고려하여 금형설계자에 의해 얻어질 것이다. 이를 위해 입·출구 측에서의 접선벡터의 크기를 정량적으로 제어하여 압출금형 곡면을 생성할 수 있도록 프로그래밍 하였다.

참 고 문 헌

- (1) Gunasekera, J. S. and Hoshino, S., 1980, "Analysis of Extrusion of Non-Circular Sections through Shaped Dies", *Annals of CIRP*, Vol. 29, pp. 141 ~ 145.
- (2) Gunasekera, J. S., Gegel, H. L., Malas, J. C. and Doraivelu, S. M., 1982, "Computer Aided Process Modeling of Hot Forging and Extrusion of Aluminum Alloys", *Annals of CIRP*, Vol. 31, No. 1, pp. 131 ~ 136.
- (3) Yang, D. Y., Han, C. H. and Kim, M. U., 1986, "A generalized method for analysis of three-dimensional extrusion of arbitrarily shaped sections", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 28, pp. 517 ~ 534.
- (4) Celik, K. F. and Chitkara, N. R., 2000, "Application of an upper bound method to off-centric extrusion of square sections, analysis and experiments", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 42, pp. 321 ~ 345.
- (5) Chitkara, N. R. and Celik, K. F., 2001, "Extrusion of non-symmetric T-shaped sections, an analysis and some experiments", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 43, pp. 2961 ~ 2987.
- (6) Celik, K. F. and Chitkara, N. R., 2002, "Extrusion of non-symmetric U- and I-shaped sections through ruled-surface dies : numerical simulations and some experiments", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 44, pp. 217 ~ 246.
- (7) 유동진, 임종훈, 2003, "NURBS 곡면기법을 이용한 압출 금형 곡면의 표현방법에 관한 연구" 한국소성가공학회지, 제 12 권, 제 2 호, pp. 151~160.
- (8) 유동진, 권혁홍, 임종훈, 2003, "NURBS 곡면과 면적사상법을 이용한 압출 금형 곡면의 표현방법에 관한 연구" 한국소성가공학회지, 제 12 권, 제 4 호, pp. 348~357.
- (9) Les Piegl and Wayne Tiller, 1995, *The NURBS Book*, Springer.