

진동제어장치를 이용한 고속열차-강아치교의 수직진동제어

Vertical Vibration Control of High Speed Train-Steel Arch Bridge using Vibration Control Device

고현무* · 강수창** · 유상희*** · 옥승용**** · 추진교*****

Koh, Hyun-Moo · Kang, Soo-Chang · Yu, Sang-hui · Ok, Seung-Yong · Choo, Jinko F

ABSTRACT

This paper presents passive vibration control method to suppress train-induced vibration on a long-span steel arch bridge. According to the train load frequency analysis, undesirable resonance of a bridge will occur when the impact frequency of the train axles are close to the modal frequencies of the bridge. Because the first mode shape of the long-span steel arch bridge may take anti-symmetric shape along the bridge direction, however, the optimal control configuration for resonance suppression should be considered carefully. In this study, bridge-vehicle element is used to estimate the bridge-train interaction precisely. From the numerical simulation of a 100m steel arch bridge under TGV-K train loading, dynamic magnification influences are evaluated according to vehicle moving speed and efficient control system with passive dampers are presented in order to diminish the vertical displacement and vertical acceleration.

1. 서론

무겁고 빠른 고속열차하중이 지나가는 교량의 동적응답은 단순한 충격효과만으로는 진동특성을 파악하기 어려우며, 동적응답을 정확하게 예측할 수 있는 교량-차량시스템의 상호작용을 고려한 동적해석이 요구된다. 따라서 기존연구들⁽¹⁾⁻⁽³⁾에서는 고속열차와 교량의 상호작용 및 열차의 속도, 트랙의 불규칙성, 제동하중 등이 동적응답에 미치는 영향에 대한 연구가 수행되었다. 이러한 연구

*서울대학교 지구환경시스템공학부 교수 · 공학박사 · 02-880-7352(E-mail: hmkoh@snu.ac.kr) · 정회원
**서울대학교 지구환경시스템공학부 박사과정 · 공학석사 · 02-880-8325(E-mail: sckang@sel.snu.ac.kr)
***서울대학교 지구환경시스템공학부 석사과정 · 공학석사 · 02-880-8325(E-mail: ysh@sel.snu.ac.kr)
****서울대학교 지구환경시스템공학부 박사과정 · 공학석사 · 02-880-8325(E-mail: syok@sel.snu.ac.kr)
*****서울대학교 지구환경시스템공학부 박사과정 · 공학석사 · 02-880-8325(E-mail: cjk@plaza1.snu.ac.kr)

들의 후속연구로서 고속열차하중의 가진 진동수가 교량의 고유진동수와 일치함으로써 고속철도교량의 공진현상을 유발할 때 발생하는 진동을 저감시키기 위한 목적으로 TMD 및 점성/점탄성감쇠기를 적용하기도 하였다^{(4),(5)}. 그런데 이러한 연구들은 주로 단시간 교량에 국한된 것으로 장시간 교량에 대한 연구는 수행된 바가 드물다. 하지만 최근 들어 경량 및 고강도재료의 사용으로 점점 시간이 길고 유연한 형태의 교량이 나타나게 되면서, 무겁고 빠른 열차하중을 받는 장시간 교량의 동적거동에 대한 관심이 증대되고 있다^{(6),(7)}. 이 논문에서는 장시간 교량의 일종인 강아치교의 진동제어방법을 제시하고자 한다.

한국형 고속철도(TGV-K)와 100m 지간의 강아치교의 상호작용을 고려한 수치예제를 통하여, 강아치교의 모드특성 및 그에 따른 공진발생 시 교량의 동적응답을 저감시키기 위한 진동제어시스템의 최적 위치 및 그에 따른 최적용량을 제시하고자 한다.

2. 감쇠기-열차-교량시스템의 상호작용해석

차량과 교량의 상호작용해석방법으로는 차량과 교량의 운동방정식을 각각 구성하고 접촉면에서의 적합조건식과 평형방정식이 보장되도록 각각의 운동방정식을 반복 해석하는 방법과 차량 및 교량을 포함한 전체 운동방정식에 대하여 직접시간적분법으로 해석하는 방법이 있다. 이 연구에서는 반복해석을 요하지 않는 직접시간적분법으로 차량 및 교량시스템을 정식화한다. 차량모델로는 국내 고속철도에 이용되는 TGV-K 열차를 각 축을 몸체 및 바퀴의 2자유도 차량요소로 표현하여 총 46개의 축을 갖도록 모델링하였다. 또한, 차량-교량이 상호작용을 고려할 수 있는 교량-차량요소⁽⁸⁾를 사용하여 전체 운동방정식을 표현하였다.

2.1 열차 및 교량모델

그림 1은 본 연구에서 이용한 교량-차량요소(Bridge-Vehicle element)를 나타낸다. 2자유도로 표현되는 차량은 각각 몸체 및 바퀴의 질량 m_1 과 m_2 , 강성 및 감쇠 k_v , c_v 를 갖는다. 차량의 수직방향 변위를 각각 y_1 , y_2 로 정의할 때, 차량의 수직방향에 대한 운동방정식은 식 (1)과 같다.

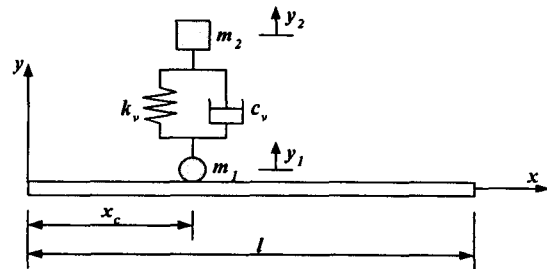


그림 1. 교량-차량 요소(Bridge-Vehicle element)

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_v & -c_v \\ -c_v & c_{vv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_v & -k_v \\ -k_v & k_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta f_c \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서, Δf_c 는 차량과 교량의 상호작용에 의한 변동하중이다. 따라서 차량이 교량에 미치는 하중 f_c 는 차량이 교량에 작용하는 정적하중과 변동하중의 합, $f_c = f_w + \Delta f_c = (m_1 + m_2)g + \Delta f_c$ 이 된다. 차량과 교량의 접촉면에서의 구속방정식은 아래의 식 (2)~(4)로 표현될 수 있다.

$$y_1 = [N_c]^T \{u_b\} + r_c \quad (2)$$

$$\dot{y}_1 = [N_c]^T \{\dot{u}_b\} + \nu r_c [N_{c,x}]^T \{u_b\} + \nu r_{c,x} \quad (3)$$

$$\ddot{y}_1 = [N_c]^T \{\ddot{u}_b\} + 2\nu [N_{c,x}]^T \{\dot{u}_b\} + \nu^2 [N_{c,xx}]^T \{u_b\} + a r_{c,x} + \nu^2 r_{c,xx} \quad (4)$$

여기서, $\{u_b\}$, $\{\dot{u}_b\}$, $\{\ddot{u}_b\}$ 는 각각 교량요소의 절점변위, 속도 및 가속도를, a 와 ν 는 열차의 가속도, 속도를, r_c 는 열차주행면의 불규칙성(irregularity)을 나타낸다. $[N_c]$ 는 차량과 교량의 접촉점(x_c)에서의 Hermitian 보간함수로서 식 (5)로 정의된다. 또한, 식들에서의 콤마는 표시된 좌표계에 대한 미분값을 나타낸다.

$$[N_c] = \left\{ \begin{array}{l} 1 - 3(x/l)^2 + 2(x/l)^3 \\ x[1 - 2(x/l) + (x/l)^2] \\ 3(x/l)^2 - 2(x/l)^3 \\ x[(x/l)^2 - (x/l)] \end{array} \right\}_{x=x_c} \quad (5)$$

교량은 2차원 Beam요소를 사용하였고, Rayleigh 감쇠⁽⁹⁾로서 감쇠행렬 $[c_b]$ 을 구성할 때, 교량의 운동방정식은 식 (6)으로 표현될 수 있다.

$$[m_b]\{\ddot{u}_b\} + [c_b]\{\dot{u}_b\} + [k_b]\{u_b\} = -[N_c]f_c \quad (6)$$

2.2 감쇠기-열차-교량시스템의 상호작용을 고려한 운동방정식의 정식화

식 (2), (3), (4)를 차량 및 교량의 운동방정식인 식 (1)과 (6)을 이용하여 변환하면 아래의 식 (7)과 같은 교량-차량요소의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\left[\begin{array}{cc} [m_b] + [m_{11}] & 0 \\ 0 & m_2 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \{\ddot{u}_b\} \\ \ddot{y}_2 \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{cc} [c_b] + [c_{11}] & [c_{12}] \\ [c_{21}] & c_\nu \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \{\dot{u}_b\} \\ \dot{y}_2 \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{cc} [k_b] + [k_{11}] & [k_{12}] \\ [k_{21}] & k_\nu \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \{u_b\} \\ y_2 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \{f_b\} \\ f_2 \end{array} \right\} \quad (7)$$

여기서 각각의 부 행렬은 식 (8)~(16)로부터 얻을 수 있다.

$$[m_{11}] = [N_c]m_1[N_c]^T \quad (8)$$

$$[c_{11}] = 2\nu[N_c]m_1[N_{c,x}]^T + [N_c]c_\nu[N_c]^T \quad (9)$$

$$[c_{12}] = [N_c]c_\nu \quad (10)$$

$$[c_{21}] = -c_\nu[N_c]^T \quad (11)$$

$$[k_{11}] = a[N_c]m_1[N_{c,x}]^T + \nu^2[N_c]M_1[N_{c,xx}]^T + \nu[N_c]c_\nu[N_{c,x}]^T + [N_c]k_\nu[N_c]^T \quad (12)$$

$$[k_{21}] = -[N_c]k_\nu \quad (13)$$

$$[k_{21}] = -c_\nu\nu[N_{c,x}]^T - k_\nu[N_c]^T \quad (14)$$

$$\{f_b\} = -[N_c](f_w + k_\nu r_c + c_\nu\nu r_{c,x} + m_1 a r_{c,x} + m_1\nu^2 r_{c,xx}) \quad (15)$$

$$f_2 = c_\nu\nu r_{c,x} + k_\nu r_c \quad (16)$$

점성감쇠기는 광범위한 범위에서 선형점성응답을 보이고 특히 온도에 둔감하다. 감쇠계수를 C_0

라 할 때, 감쇠력은 $F = C_0(\dot{u}_1 - \dot{u}_2)$ 이 된다. 여기서 \dot{u}_1 과 \dot{u}_2 는 각각 감쇠기의 양단 속도를 나타낸다. 전체 감쇠기-열차-교량시스템 방정식은 일반적인 유한요소의 조합법으로 얻을 수 있으며, 수치해석방법으로는 Newmark 방법을 적용하였다. 직접적분방법은 열차-교량의 상호작용 해석 시 반복해석과정을 필요로 하지 않는 장점을 가지나, 시스템행렬이 매 시간간격마다 열차 축의 위치를 검토하여 재구성되어야 한다.

3. 아치교의 모드별 응답특성

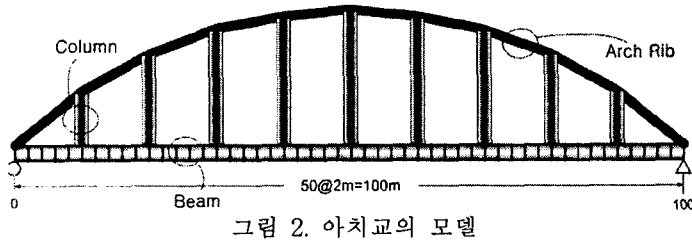


표 1. 아치교의 단면제원

Beam	Area(m ²)	0.46095
	Inertia(m ⁴)	0.20747
Arch Rib	Area(m ²)	0.28370
	Inertia(m ⁴)	0.18413
Column	Area(m ²)	0.05800
	Inertia(m ⁴)	0.00260

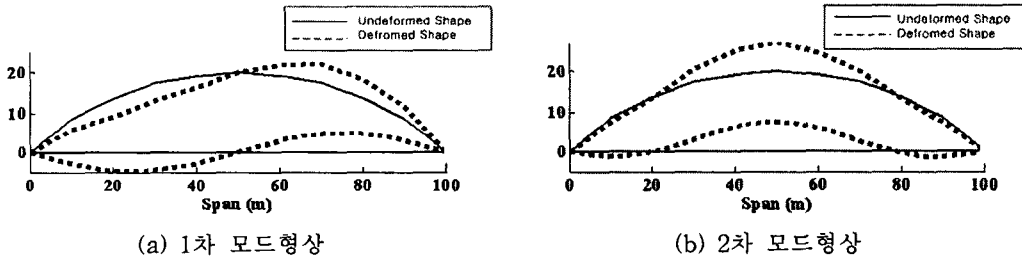


그림 3. 아치교의 모드특성

아치교는 그림 2처럼 100m의 지간을 갖는 교량에 대하여 2차원 beam요소를 적용하여 Beam, Column과 Arch Rib을 모델링 하였으며, 각각의 제원은 표 1과 같다. 교량의 고유주파수는 1, 2차 모드에서 각각 2.05, 3.53Hz의 값을 가지며, 그 때의 모드형상은 그림 3과 같다. 아치교 거더의 1, 2차 모드는 단순지간교량의 1, 2차 모드와 상반되는 모드특성을 가지며, 이는 Ju(2003)의 연구결과와도 일치한다.

열차속도(V_{train}) 및 유효타격간격(S_{eff})으로부터 교량의 공진을 유발하는 열차하중의 주행속도의 관계식 $w_{train} = V_{train}/S_{eff}$ 에 의하여 대상교량에 대한 열차의 공진속도는 각각 138km/h, 238km/h 이 된다. 공진속도에 대한 강아치교량의 동적응답의 정량적 평가를 위하여 최대정적응답에 대한 최대동적응답의 비로 정의되는 DMF를 이용하였다. 그림 4에서는 각 속도별 최대처짐 및 수직가속도 응답의 DMF(Dynamic Magnification Factor)를 최대응답이 발생하는 $L/2$, $3L/4$ 지점에 대하여 나타내었다. 그림 4-(a)에서 중앙경간에서는 1차 공진속도(138km/h)에서 공진현상이 발생하지 않으며, 2차 공진속도(238km/h) 부근에서 공진으로 인한 동적응답이 증가하는 것을 확인할 수 있다. 경간중앙부의 수직처짐이 1차 공진속도의 영향을 받지 않는 것은 그림 3의 1차 모드형상을 고려함으로써 설명될 수 있다. 그림 4-(b)에서는 1차 공진속도로 인하여 $3L/4$ 지점에서 동적응답이 증

폭되고 있으며, 경간중양의 DMF 값보다 높은 1.9의 DMF 값을 가짐으로써 1차 모드의 응답기여도가 높은 것을 알 수 있다. 가속도응답의 경우는 1차 공진속도에 의하여 3L/4 지점에서, 2차 공진속도에 의해서는 L/2 지점에서 각각 공진현상이 발생하고 있다(그림 4-(c), (d)).

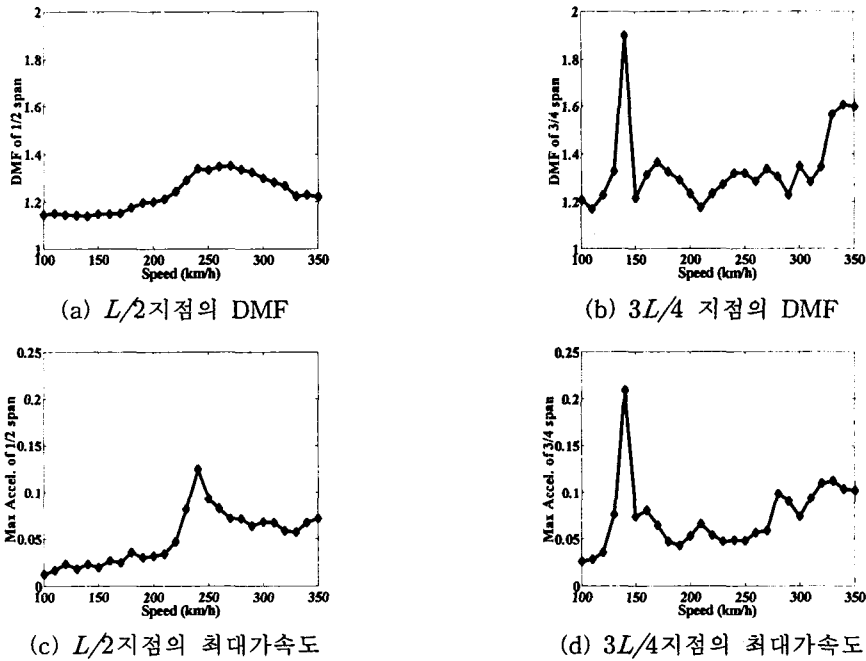


그림 4. 열차주행속도별 수직처짐 DMF 및 최대 가속도응답

4. 점성감쇠기를 이용한 진동제어

4.1 제어시스템별 제어성능

감쇠기의 적용은 앞서의 모드형상 및 공진속도에 따른 해석결과로부터 그림 5와 같이, 1~3번 위치의 감쇠기 장착을 고려할 수 있다. 이 연구에서는 1차 공진속도에 대하여 1, 3번 감쇠기를 동시에 장착한 경우(Type 1)와 2차 공진속도에 대한 2번 감쇠기의 장착(Type 2), 그리고 1~3번 위치 모드에 감쇠기를 장착한 경우(Type 3)의 3가지로 최적위치설계를 위한 해석을 수행하였다.

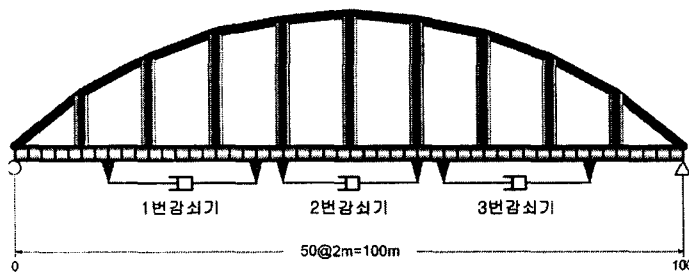
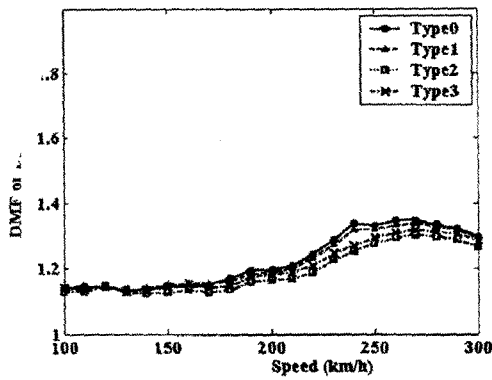


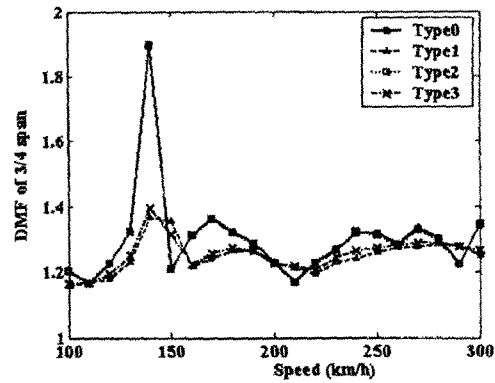
그림 5. 감쇠기의 장착위치

표 2. 감쇠기 장착방법

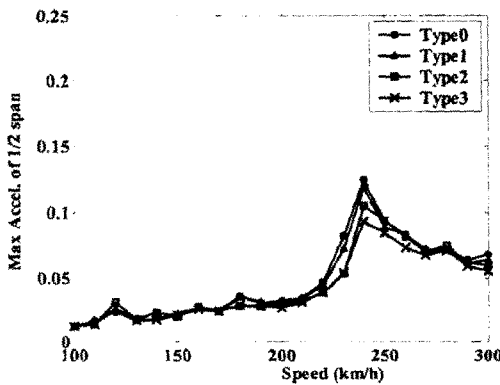
Type 0	감쇠기 비장착
Type 1	1번, 3번 감쇠기
Type 2	2번 감쇠기
Type 3	1번, 2번, 3번 감쇠기



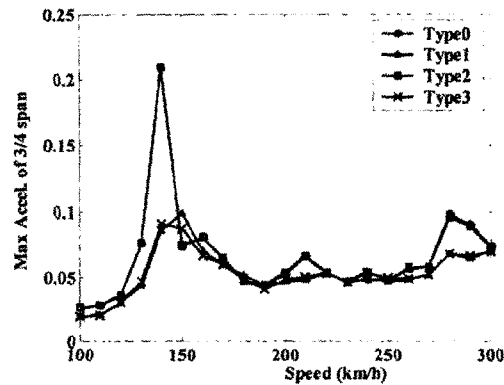
(a) $L/2$ 지점의 수직처짐 DMF



(b) $3L/4$ 지점의 수직처짐 DMF



(c) $L/2$ 지점의 가속도



(d) $3L/4$ 지점의 가속도

그림 6. 장착방법에 따른 열차주행속도별 제어성능

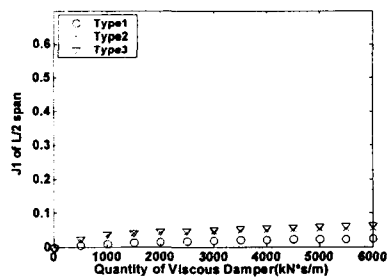
감쇠기 장착방법에 따른 제어성능을 평가하기 위하여 각 장착방법별 전체 감쇠기용량을 $15000(kN-s/m)$ 으로 동일하게 적용하였다. Type 1은 $7500(kN-s/m)$ 용량의 1, 3번 감쇠기를, Type 2는 $15000(kN-s/m)$ 용량의 2번 감쇠기를 경간중앙에만, Type 3은 $5000(kN-s/m)$ 용량의 감쇠기를 3개 장착하였다. 장착방법에 따른 열차의 주행속도별 제어성능을 그림 6에 도시하였다. 그림 (a)에서 알 수 있듯이, $L/2$ 지점에서는 중앙에 감쇠기를 장착하는 방법(Type 2)이 전반적으로 차량하중에 의한 응답의 저감효과가 가장 높은 것을 알 수 있다. 그러나 경간의 중앙부에서는 1차 공진속도에서는 공진현상이 발생하지 않으므로, 감쇠기에 의한 장착효과는 거의 없는 것을 확인할 수 있다. 또한, 그림 (b), (d)을 보면, Type 1, 3 방법이 $3L/4$ 지점에서의 공진현상을 억제하는 데 매우 효과적이며, Type 2는 전혀 제어효과를 발휘하지 못하고 있음을 알 수 있다. 한편, Type 3의 제어시스템은 감쇠기용량을 균등분산시킴으로 인해 Type 1과 2에 비해 각 공진속도별 제어성능은 각각 조금씩 떨어지나, 전체 열차주행속도, 특히 1, 2차 공진속도에 대한 수직처짐 및 가속도 응답을 효과적으로 저감시키고 있다.

4.2 용량별 제어성능

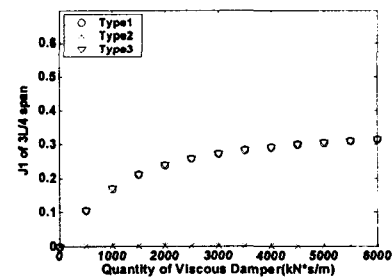
장착방법별 감쇠기의 제어성능을 평가하기 위하여 식 (17)로 성능지수를 정의하였다. J_1 은 수직 처짐에 대한 제어성능을 의미하며, J_2 는 수직가속도에 대한 감쇠기의 제어성능을 의미한다.

$$J_1 = 1 - \frac{\text{Max}|u_b(t)|_{\text{Controlled}}}{\text{Max}|u_b(t)|_{\text{Uncontrolled}}} \quad J_2 = 1 - \frac{\text{Max}|\ddot{u}_b(t)|_{\text{Controlled}}}{\text{Max}|\ddot{u}_b(t)|_{\text{Uncontrolled}}} \quad (17)$$

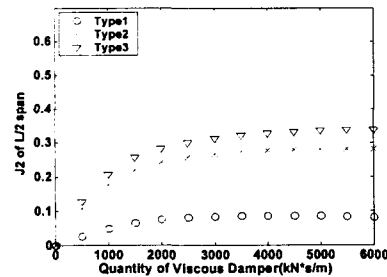
감쇠기의 용량은 감쇠계수(C_0)의 값으로서 표현될 수 있으므로, 감쇠계수에 따른 제어성능을 그림 7에 도시하였다. 그림의 x 축은 감쇠기의 용량을 나타내고, y 축은 각각 변위 및 가속도에 대한 성능지수 값을 나타낸다. 각 장착방법별 감쇠기 용량은 적용되는 개개 감쇠기의 용량을 의미한다. 따라서 Type 1, 2, 3방법의 전체 용량은 x 축 값의 각각 2배, 1배, 3배가 된다. 그림의 (a), (b)는 1, 2차 공진속도에 대한 변위응답 제어성능을 나타내고, (c), (d)는 가속도응답 제어성능을 나타낸다. 점성감쇠기의 제어성능은 그래프의 기울기가 감소하는 것으로부터 용량(x 축)에 따른 제어효율이 한계점을 갖는 것을 알 수 있다. 또한, 가속도 제어에 대한 효율이 높은 것을 알 수 있다. 한편, 그림 (b), (d)로부터 1차 모드의 공진발생 시에는 양쪽 경간에 감쇠기를 장착하는 방법(Type 1 & 3)은 효과적으로 제어성능을 발휘하고 있으나 중앙경간에 감쇠기를 장착하는 방법(Type 2)은 전혀 제어성능을 갖지 못하는 것을 알 수 있다. 이는 1차 모드 공진에 의하여 anti-symmetric 형상(그림 3)으로 응답이 증폭되고 있기 때문이다. 이와는 달리, 그림 (a), (c)에서 2차 모드 공진속도에 대해서는 Type 1 장착방법이 효과적으로 작동하지 못하고 있다. 해석결과로부터 1500 ~ 2000 ($kN-s/m$) 용량 이후의 제어성능의 효율이 급격히 감소하고 있다고 평가된다.



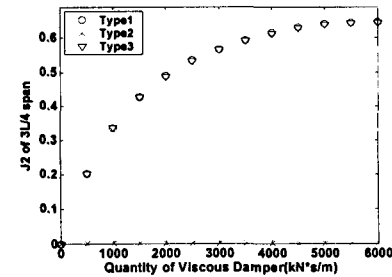
(a) 2차 공진속도에서의 J_1 (L/2지점)



(b) 1차 공진속도에서의 J_1 (L/4지점)



(c) 2차 공진속도에서의 J_2 (L/2지점)



(d) 2차 공진속도에서의 J_2 (L/4지점)

그림 7. 용량별 제어성능 평가

5. 결론

고속전철하중을 받는 장지간 강아치교량의 진동제어방법을 연구하였다. 고속전철하중에 의한 교량의 공진현상을 보다 정확하게 평가하기 위하여 열차-교량의 상호작용을 고려할 수 있는 교량-차량요소를 사용하여 동해석을 수행하였다. 100m의 장지간 강아치교량과 한국형 고속전철차량(TGV-K)모델을 고려한 수치해석예제로부터 1, 2차 공진속도에 따른 아치교량의 응답특성을 평가하였으며, 이로부터 가장 효과적인 제어시스템의 장착방법을 결정하였다. 각 장착방법별 감쇠기의 제어성능은 모드형상에 따라 효율성이 결정되는 것을 확인할 수 있었다.

감사의 글

이 연구는 2003년도 두뇌한국21사업 핵심분야 지원사업 및 서울대학교 지진공학연구센터(KEERC)를 통한 한국과학재단의 우수연구센터 지원금에 의하여 이루어졌음을 밝히며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. 장승필, 광종원, 하상길, 김성일, “고속열차하중 하의 강합성형 철도교의 진동”, 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제10권, 4호, 1998, pp. 577-587.
2. 김성일, “고속철도 교량의 교량-열차 상호작용 해석”, 공학박사 학위논문, 서울대학교, 2000.
3. 최창근, 송명관, 양신추, “차량속도가 고속차량(TGV)-교량 상호작용에 미치는 영향”, 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제20권, 제1-A호, 2000, pp. 27-38.
4. J.F. Wang, C.C. Lin, B.L. Chen, “Vibration suppression for high-speed railway bridges using tuned mass dampers”, International Journal of Solids and Structures, 40, 2003, pp. 447-465.
5. Koh, H.-M., Ha, D.-H., Cho, K., Lee, K.-H., Kim, B.-S., and Kim, Y.-J., “Vibration Control of Korean-Type High-Speed Railway Bridge Using Dampers,” Proceedings of the International Post-SmiRT Conference Seminar, Korea, Vol. II, 1999, pp. 67-656.
6. F.T.K. Au, J.J. Wang, Y.K. Cheung, “Impact study of cable-stayed bridge under railway traffic using various models”, J. Sound Vib. ,240 (3), 2001, pp. 447-465.
7. Shen-Haw Ju, Hung-Ta Lin, “Numerical investigation of a steel arch bridge and interaction with high-speed trains”, Engineering Structures, 25, 2003, pp. 241-250.
8. Y.S. Cheung, F.T.K. Au, Y.K. Cheung, “Vibration of railway bridges under a moving train by using bridge-track-vehicle element”, Engineering Structures, 23, 2001, pp. 1597-1606.
9. K.J. Bathe and E.L. “Finite Element Procedures”, NJ: Prentice-Hall, 1996.