

## 동조질량감쇠기와 동조액체기둥감쇠기의 건물응답의 제어성능 비교연구

### Comparative Study of Tuned Mass Damper and Tuned Liquid Column Damper for Response Control of Building structures

김 홍 진\*                      김 형 섭\*\*                      민 경 원\*\*\*                      오 정 근\*\*\*\*  
Kim, Hongjin                      Kim, Hyoung-Seop                      Min, Kyung-Won                      Oh, Jung-Keun

#### ABSTRACT

In this study, the control performances of Tuned Mass Damper (TMD) and Tuned Liquid Column Damper (TLCD) are evaluated and compared for seismically excited structures. Results show that TLCD is more effective than TMD for interstory drift control while TLCD is as effective as TMD for acceleration control. In special, it is shown that interstory drifts are maximally controlled in lower floors and accelerations are reduced most in upper floors. This indicates that TLCD is an effective controller for earthquake-induced structures in terms of structural safety as well as serviceability.

#### 1. 서 론

TLCD는 TLD (Tuned Liquid Damper)내의 액체의 운동에너지를 극대화하기 위해 고안된 특별한 형태이다. U자 형태로 이루어져 있으며 관내 액체의 흐름과 관내 구멍(orifice)으로 인한 유체의 압력을 이용하여 구조물에 작용하는 에너지를 소산시키는 장치로써 Sakai 등 (1989)이 제안하였다<sup>(1)</sup>. TLCD는 그 작동원리가 TMD와 유사하지만<sup>(2)</sup>, 물기둥의 길이 변경에 따라 쉽게 주 구조물에 동조가 가능하고, 관내 구멍의 크기에 따라 감쇠비 조절이 가능하다. 또한 액체가 수평을 유지하려는 중력의 힘이 강성으로 작용하기 때문에 TMD와 달리 특별한 초기 구동장치가 필요 없다. 따라서 경제적인 면에서 더 좋은 감쇠기라 할 수 있다. 이러한 장점 때문에 최근에 TLCD의 이용이 늘고 있다. 본 논문에서는 기존의 연구자들에 의해 제안된 최적공식을 이용하여 각각의 제어기를 설계하였다. 우선 1차 고유주기가 일치하는 여러 형태의 10층 전단건물에 Kanai-Tajimi 스펙트럼 밀도함수에 의해 실제 지진과 유사한 형태로 생성한 인공지진을 이용하여 TMD 및 TLCD가 주 구조물에 미치는 영향의 특성을 파악하였다.

\* 단국대학교 내진/리모델링 연구센터, 연구교수, 공학박사

\*\* 단국대학교 건축대학 건축공학과, 석사과정

\*\*\* 단국대학교 건축대학 건축공학과 부교수, 전화: 02-709-2731, E-mail: kwmin@dankook.ac.kr

\*\*\*\*삼성물산 건설부분 수석연구원, 공학박사

## 2. TLCD의 운동방정식

TLCD 액체기둥의 운동방정식은 그림 1에서 보는 것과 같이 물기둥의 수직변위( $u$ )와 구조물의 수평변위( $x$ )를 고려한 식(1)과 같다.

$$\rho AL\ddot{u} + \frac{\rho A}{2}\xi_h|\dot{u}|\dot{u} + 2\rho Ag u = -\rho AB\ddot{x} \quad (1)$$

여기서  $\rho$ ,  $A$ ,  $L$ ,  $B$ ,  $g$ 는 각각 액체기둥의 밀도, 단면적, 전체길이, 수평길이, 그리고 중력가속도 이다.  $\xi_h$ 는 물기둥 내의 구멍(orifice) 크기에 의해 변하는 수두손실계수(Head Loss Coefficient) 이다. 액체기둥의 운동방정식인 식(1)에서 물기둥의 고유진동수,  $\omega_d$ , 와 감쇠계수,  $c_d$ , 는 아래와 같다.

$$\omega_d = \sqrt{\frac{2g}{L}} \quad c_d = \frac{\rho A}{2}\xi_h|\dot{u}| \quad (2)$$

이 식(2)에서 액체기둥의 고유주기는 액체기둥의 길이에만 관계되기 때문에 쉽게 구조물에 동조시킬 수 있다. 하지만, 감쇠계수는 TMD와 다르게 속도의 절대값이 포함되므로 비선형성을 나타낸다. 단 자유도 주 구조물과 TLCD의 연계된 운동방정식을 나타내면 다음 식과 같다 (그림 1).

$$\begin{bmatrix} \rho AL + m_s & \rho AB \\ \rho AB & \rho AL \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{u} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s & 0 \\ 0 & c_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{u} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & 2\rho Ag \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서  $m_s$ ,  $c_s$ ,  $k_s$ ,  $F$ 는 각각 주 구조물의 질량, 감쇠계수, 강성, 그리고 외란을 나타낸다. 이 운동방정식에서 수평방향의 물기둥이 주 구조물과 연계되어 있음을 알 수 있다. 이 경우, 구조물의 진동수에 대한 감쇠기의 진동수비,  $f$ , 주 구조물에 대한 감쇠기의 질량비,  $\mu$ , 는 아래와 같다.

$$f = \frac{\omega_d}{\omega_s} \quad \mu = \frac{\rho AL}{m_s} \quad (4)$$

여기서  $\omega_s$ 는 주 구조물의 고유진동수를 나타낸다.



(a) U자형태의 TLCD

(b) TLCD-구조물 시스템

그림 1 TLCD 시스템

## 3. TMD와 TLCD의 최적 설계변수

본 논문에서는 최적화 된 파라미터를 찾기 위해 기존의 연구자들에 의해 제안된 최적공식을 이용하여 TMD와 TLCD의 최적설계를 하였다. Den Hartog는 감쇠가 없는 주 구조물에 TMD 파라미터

의 적당한 선택의 과정과 기초 원리를 개발하였다<sup>(3)</sup>. Sadek 등 (1997)은 지진하중에 대하여 저감쇠 구조물의 1, 2차 모드의 감쇠비가 평균 감쇠비 보다 더 크다는 개념에 기초하여 TMD의 최적의 파라미터를 유도하였다<sup>(4)</sup>. 이 논문에서 TMD의 최적설계변수를 위해 Sadek 등이 제안한 식을 사용하였다. Gao 등 (1999)은 조화하중을 받는 구조물에 설치된 TLCD의 주요 파라미터 연구를 수행하였고, 또한 진동수비와 감쇠비의 변화에 따른 효과와 강인성을 조사하였다<sup>(5)</sup>. Yalla와 Kareem (2000)은 다양한 질량비에 대하여 백색잡음과 필터 된 백색잡음을 가진 입력으로 이용하여 TLCD의 최적화된 변수들을 결정하였다<sup>(6)</sup>. 이 논문에서의 TLCD 최적설계변수는 Yalla와 Kareem 이 제안한 식을 사용하였다. 표 1에 본 논문에서 사용한 TMD와 TLCD 설계변수들의 최적공식을 나타내었다. 여기서  $\zeta_s$ 는 주 구조물의 감쇠비, 그리고  $\alpha$ 는 TLCD 물기둥의 전체길이에 대한 수평길이비 (B/L) 이다.

표 1 TMD/TLCD의 최적 파라미터

|      | $f$   | $\xi_d$  | $\xi_h$   |
|------|---|--|---|
| TMD  | $\frac{1}{1+\mu} \left[ 1 - \zeta_s \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \right]$ | $\frac{\zeta_s}{1+\mu} + \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}}$ | -   |
| TLCD | $\frac{\sqrt{1+0.5\mu}}{1+\mu}$                                       | -  | $\mu \sqrt{\frac{(1+\mu+\alpha^2\mu)(\mu+\alpha^2)}{S_0(1+\mu)} g L \omega_d \sqrt{\mu}}$ |

#### 4. 응답평가지수

본 논문에서는 TMD/TLCD의 제어성능을 평가하기 위하여 최대응답 (Peak Responses)과 RMS 응답 (Root Mean Square Responses)에 대하여 아래 식(5)와 (6)과 같은 성능지수 (Performance Index)를 사용하여 나타내었다.

$$J_1 = \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \frac{\max |x_{di}(t)|}{x_o^{\max}} \right\}, \quad J_2 = \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \frac{\max |d_{di}(t)|}{d_o^{\max}} \right\}, \quad J_3 = \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \frac{\max |\ddot{x}_{di}(t)|}{\ddot{x}_o^{\max}} \right\} \quad (5)$$

$$J_4 = \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \frac{\max |\sigma_{x_{di}}|}{\sigma_{x_{-o}}^{\max}} \right\}, \quad J_5 = \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \frac{\max |\sigma_{d_{di}}|}{\sigma_{d_{-o}}^{\max}} \right\}, \quad J_6 = \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \frac{\max |\sigma_{\ddot{x}_{di}}^{\max}|}{\sigma_{\ddot{x}_{-o}}^{\max}} \right\} \quad (6)$$

여기서,  $x_o^{\max}$ ,  $d_o^{\max}$ ,  $\ddot{x}_o^{\max}$ 는 각각 제어 전의 최대 상대변위, 최대 층간변위, 그리고 최대 절대가속도이고,  $x_{di}(t)$ ,  $d_{di}(t)$ ,  $\ddot{x}_{di}(t)$ 는 각각 제어 후  $i$ 층의 상대변위, 층간변위, 그리고 절대가속도이다. 그리고  $\sigma_{x_{-o}}^{\max}$ ,  $\sigma_{d_{-o}}^{\max}$ ,  $\sigma_{\ddot{x}_{-o}}^{\max}$ 는 각각 제어 전의 최대 RMS 상대변위, 층간변위, 그리고 절대가속도이고,  $\sigma_{x_{di}}$ ,  $\sigma_{d_{di}}$ ,  $\sigma_{\ddot{x}_{di}}$ 는 제어 후  $i$ 층의 RMS 상대변위, 층간변위, 그리고 절대가속도이다. 성능지수  $J_1, J_2, J_3$ 는, 각각 최대 상대변위, 층간변위, 그리고 절대가속도에 대한 제어성능을 나타내며,  $J_4, J_5, J_6$ 는 각각 RMS 상대변위, 층간변위, 그리고 절대가속도에 대한 제어성능을 나타낸다. 모든 성능지수는 값이 작을수록 우수한 제어성능을 의미한다.

추가적으로 식(7)와 같이 Balendra 등 (1999)이 사용한 RMS 저감계수를 사용하여 인공지진 EQ-

II에 대한 TLCD/TMD의 건물높이에 따른 제어성향을 분석하였다<sup>(7)</sup>.

$$R_{RMS}^a = \frac{\sigma_{a.o} - \sigma_a}{\sigma_{a.o}} \times 100 \qquad R_{RMS}^d = \frac{\sigma_{d.o} - \sigma_d}{\sigma_d} \times 100 \qquad (7)$$

여기서  $\sigma_{a.o}$ ,  $\sigma_a$ 는 각각 제어전과 제어후의 RMS 가속도이고,  $\sigma_{d.o}$ ,  $\sigma_d$ 는 각각 제어전과 제어후의 RMS 층간변위이다. 저감계수의 경우 성능지수와 달리 값이 클수록 우수한 제어성능을 의미한다.

## 5. 수치해석

### 5.1 예제구조물

본 예제에서는 1차모드 고유주기가 1.09초로 비슷한 4가지 다양한 형태의 10층 다 자유도 전단건물을 이용함으로써 건물의 특성에 따른 감쇠기의 성능평가 및 특성을 파악하였다. 첫번째 구조물, Model-I, 은 전층의 층질량과 층강성이 동일한 구조물이고, 두번째 구조물, Model-II, 는 Model-

표 2 예제구조물의 층질량과 층강성

| Model 층 | 층질량 (ton) |    |      |     | 층강성 (104 kN/m) |     |     |      |
|---------|-----------|----|------|-----|----------------|-----|-----|------|
|         | I         | II | III  | IV  | I              | II  | III | IV   |
| 10      | 32        | 32 | 19.5 | 32  | 4.8            | 3.0 | 3.0 | 3.48 |
| 9       | 32        | 32 | 24.5 | 32  | 4.8            | 3.3 | 3.3 | 3.48 |
| 8       | 32        | 32 | 29.5 | 32  | 4.8            | 3.6 | 3.6 | 3.48 |
| 7       | 32        | 32 | 34.5 | 32  | 4.8            | 3.9 | 3.9 | 3.48 |
| 6       | 32        | 32 | 39.5 | 32  | 4.8            | 4.2 | 4.2 | 3.48 |
| 5       | 32        | 32 | 44.5 | 32  | 4.8            | 4.5 | 4.5 | 3.48 |
| 4       | 32        | 32 | 49.5 | 32  | 4.8            | 4.8 | 4.8 | 3.48 |
| 3       | 32        | 32 | 54.5 | 32  | 4.8            | 5.1 | 5.1 | 3.48 |
| 2       | 32        | 32 | 59.5 | 6.4 | 4.8            | 5.4 | 5.4 | 0.70 |
| 1       | 32        | 32 | 64.5 | 6.4 | 4.8            | 5.7 | 5.7 | 0.70 |

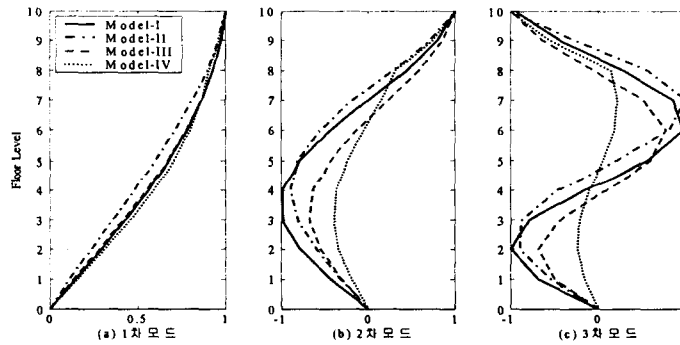


그림 2 예제구조물의 모드형상

I 과 마찬가지로 전층의 질량은 동일하지만 강성이 줄어드는 특징을 나타내는 건물로써, 중저층 구조물에서 흔히 사용되는 형태의 구조물이다. 세번째 구조물, Model-III, 는 질량과 강성이 모두 고층으로 갈수록 줄어드는 구조물로써, 피라미드의 형태의 구조물이고, 마지막으로 네번째 구조물, Model-VI, 는 옥상층에 연약층이 존재하는 구조물로써, 연약층은 일반층에 대하여 20%의 강성과 질량을 가진다. 주 구조물의 모든 모드의 감쇠비는 각각 0.02%로 일치시켰다.

위와 같은 구조물들의 질량과 강성을 표 2에 나타내었고, 또한 각각의 구조물의 1, 2, 3차 모드형상을 그림 2의 (a), (b), (c)에 나타내었다. 그림 2에서 보이듯이 1차 모드에서는 비슷한 형상을 보이나, 고차로 갈수록 모드형상이 상이해짐을 알 수 있다. 일반적으로, TMD와 TLCD 모두 1차모드에 동조를 시키는 방식으로 설계되어지므로, 이 예제들을 통하여 서로 다른 고차모드를 가지는 구조물에 대한 제어효과를 살펴보고자 한다. 유사한 조건하에서의 응답제어 성능비교를 위하여, 4가지 형태의 구조물에 사용된 TLCD와 TMD는 주 구조물의 1차모드 질량에 대한 감쇠기 질량의 비( $\mu=0.02$ )를 같게 하였으며, 이는 Model- I, II, III, IV 구조물의 전체질량에 대하여 각각 1.06, 0.94, 0.81, 0.91%에 해당한다.

본 예제에는 Yang 등 (1987)과 Spancer 등 (1994)에 의해 사용된 식(8)과 같은 Kanai-Tajimi 스펙트럼 밀도를 가진 확률적 신호에 의해 생성한 외란을 사용하였다<sup>(8),(9)</sup>.

$$S(\omega) = S_0 \left[ \frac{4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2 + \omega_g^4}{(\omega^2 - \omega_g^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \right] \quad (8)$$

여기서 변수  $\zeta_g$ ,  $\omega_g$ , 그리고  $S_0$ 는 각각 토양의 감쇠비, 지반의 진동수, 그리고 밀도크기이다. 이러한 파라미터들의 수치는 특정한 지리적 위치에 지반가속도의 밀도와 특성에 의존한다. 이 예제에서 사용한  $\zeta_g$ ,  $\omega_g$ 는 표 3에 나타내었고,  $S_0$ 는  $4.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sec}^2$ 를 사용하였다. 여기서 EQ-II는 1952년 Kern Country N90E 지진과 비슷한 특성을 나타내는 지진이다.

표 3 인공지진의 파라미터

| Parameters           | EQ- I | EQ- II |
|----------------------|-------|--------|
| $\zeta_g$            | 0.65  | 0.317  |
| $\omega_g$ (rad/sec) | 18.85 | 10.516 |

인공지진 EQ- I 은 지진의 시간에 따른 형상을 나타내기 위해, 다음의 시간함수  $\tau(t)$ 를 사용하였다.

$$\tau(t) = \begin{cases} (t/t_1)^2 & 0 \leq t < t_1 \\ 1 & \text{for } t_1 \leq t < t_2 \\ \exp[-c(t-t_1)] & t > t_2 \end{cases} \quad (9)$$

여기서,  $t_1=3 \text{ sec}$ ,  $t_2=13 \text{ sec}$ , 그리고  $c=0.26 \text{ sec}^{-1}$ 가 사용되었다<sup>(8)</sup>.

## 5.2 해석결과

그림 3은 EQ- I 에 대한 Model-I 지붕층의 상대변위 응답의 시간이력해석을 나타낸다. 전반적

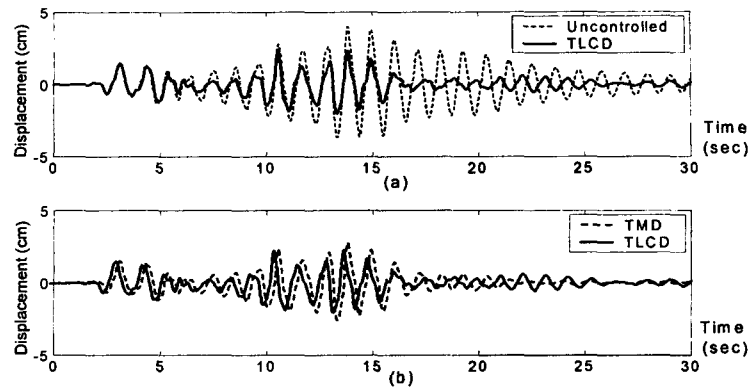


그림 3 Model-I의 EQ-I에 대한 옥상층 상대변위 시간이력: (a) 제어 전과 TLCD 설치 후, (b) TMD와 TLCD 비교

표 4 10층 예제구조물에 대한 TMD/TLCD의 성능지수 결과

| Model | 제어기  | EQ-I  |       |       | EQ-II |       |       |
|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       |      | $J_1$ | $J_2$ | $J_3$ | $J_1$ | $J_2$ | $J_3$ |
| I     | TLCD | 0.570 | 0.632 | 0.708 | 0.620 | 0.622 | 0.689 |
|       | TMD  | 0.690 | 0.772 | 0.823 | 0.669 | 0.665 | 0.712 |
| II    | TLCD | 0.577 | 0.692 | 0.761 | 0.623 | 0.622 | 0.711 |
|       | TMD  | 0.691 | 0.750 | 0.845 | 0.670 | 0.665 | 0.743 |
| III   | TLCD | 0.647 | 0.727 | 0.875 | 0.630 | 0.646 | 0.790 |
|       | TMD  | 0.748 | 0.767 | 0.874 | 0.674 | 0.674 | 0.781 |
| IV    | TLCD | 0.616 | 0.703 | 0.722 | 0.625 | 0.631 | 0.724 |
|       | TMD  | 0.702 | 0.793 | 0.822 | 0.676 | 0.662 | 0.753 |

으로 TMD와 TLCD의 옥상층 변위의 제어성능은 비슷한 경향을 나타낸다. 표 4는 4가지 구조물들에 대하여 인공지진 EQ-I에서는 최대 성능지수를 적용하고 EQ-II에 대해서는 RMS 성능지수를 적용하여 TLCD/TMD의 제어 성능평가를 수행한 결과를 나타낸다. 그림 3에서처럼, TLCD가 TMD에 비해 전반적으로 우수하거나 비슷한 제어성능을 보여줄 수 있다. 그리고 EQ-I에 대한 최대응답 제어효과는 층변위가 가장 좋은 것으로 나타났으며 그 다음, 층간변위, 가속도 순으로 나타났다. 또한 이러한 특징은 4가지 구조물에 공통적으로 나타난다. EQ-II에 대한 RMS응답 제어의 특징은 층변위 제어와 층간변위 제어가 거의 비슷한 것으로 나타났으며, EQ-I과 마찬가지로 가속도 제어효과가 가장 적은 것으로 나타났다.

그림 4는 건물높이에 따른 TMD의 RMS 층간변위와 RMS 가속도 제어효과를 나타내고, 그림 5는 TLCD의 RMS 층간변위와 RMS 가속도 제어효과를 나타낸다. 그림 4와 5에서 알 수 있듯이 TMD

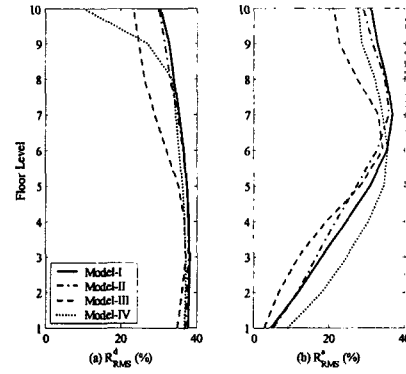
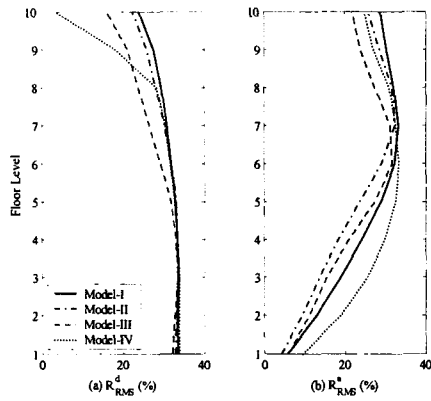


그림 4 TMD 설치 후 RMS 응답감소계수      그림 5 TLCD 설치 후 RMS 응답감소계수

와 TLCD 모두 비슷한 높이에 따른 비슷한 제어경향을 보이며 TMD보다는 TLCD가 좀 더 우수한 성능을 발휘하는 것으로 나타났다. TMD와 TLCD 모두 층간변위에 대하여 4가지 형태의 구조물 모두 저층일수록 제어효과가 큰 것을 나타냈다. 그 중 옥상층에 연약층이 존재하는 Model-IV은 고층에서 다른 형태의 구조물에 비해 가장 적은 제어효과를 보이고 있고, 이에 반해, 가속도 제어효과는 Model-IV가 저층에서 다른 형태의 구조물에 비해 가장 큰 제어효과를 보이고 있다. 전체적으로 가속도 제어에 있어서는 저층보다는 고층에서 가속도 제어효과가 큰 것으로 나타났다. 일반 건축구조물의 지진에 대한 영향은 저층에 구조물의 손상에 중요한 요소인 큰 층간변위를 유발시키고 상층부에는 사용성에 중요한 요소인 절대가속도를 크게 유발시킨다. 따라서위의 예제에서 보이듯이 변위에 대하여 고층보다 저층에 보다 좋은 감쇠효과를 발휘하고 가속도에 대하여 저층보다는 고층에 보다 좋은 감쇠능력을 발휘하는 TMD와 TLCD 모두 효율적인 감쇠장치라 할 수 있다.

### 7. 결 론

본 논문에서는 TMD와 TLCD를 최적공식을 이용하여 설계를 한 후 다양한 건물에 적용을 하고, Kanai-Tajimi 스펙트럼 밀도함수를 이용하여 실제의 지진에 가깝도록 설계한 인공지진을 외력으로 구조물에 가한 후 응답을 관찰하여 그에 따른 제어성능을 비교 분석하였다. 인공지진을 사용한 10층 4가지의 예제구조물의 옥상층에 설치된 TMD와 TLCD의 제어성능 분석결과, 층간변위 제어에서는 저층에서 큰 제어성능을 발휘하고, 절대가속도 제어에서는 상층부에서 성능이 우수한 것으로 나타났다. 이것은 지진에 대해 구조물의 손상에 가장 큰 피해를 주는 저층부의 층간변위와 거주자의 사용성 측면에서 가장 취약한 고층부의 절대가속도에 있어서 TLCD와 TMD 모두 효과적인 제어기임을 보여준다고 할 수 있다.

TLCD와 TMD 성능비교 측면에서는, TLCD가 TMD보다 변위 제어에 우수한 성능을 보였고, 가

속도 제어성능에서는 서로 비슷한 것으로 나타났다. 종합적으로 TLCD는 TMD에 비해 응답제어성능에서 있어서 비슷하거나 우수한 성능을 발휘함을 알 수 있다.

#### 감사의 글

이 연구는 삼성물산㈜의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

#### 참고문헌

1. Sakai, F., Takaeda, S., and Tamaki, T., (1989) Tuned Liquid Column Damper-New Type Device for Suppression of Building Vibrations, Proc. Int Conf. On High Rise Building, Nanjing, China, 1989, 25-27.
2. Chang, C. C. and Qu, W. L., (1998) "Unified Dynamic Absorber Design Formulas for Wind-Induced Vibration Vontrol of Tall Buildings", The Structural Design of Tall Buildings, Vol. 7, pp. 147-166.
3. Den Hartog, J. P. (1956) Mechanical Vibrations, 4th Edition, McGraw-Hill, New York.
4. Sadek, F., Mohraz, B., and Lew, H. S. (1998) "Single-and Multiple-Tuned Liquid Column Dampers for Seismic Applications", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, pp. 439-463.
5. Gao, H., Kwok, K. C. S., and Samali, B. (1997) "Optimization of Tuned Liquid Column Dampers", Engineering Structures, Vol. 19, No. 6, pp. 476-486.
6. Yalla, S. K. and Kareem, A. (2000) "Optimum Absorber Parameters for Tuned Liquid Column Dampers", Journal of Structural Engineering, Vol. 126, No. 8, pp. 906-915.
7. Balendra, T., Wang, C. M., and Rakesh, G., (1999) "Vibration Control of Various Types of Buildings using TLCD, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 83, pp. 197-208.
8. Yang, J. N., Akbrapour, A., and Ghaemmaghami, P., (1987) "New Optimal Control Algorithms for Structural Control", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 113, No. 9, pp. 1369-1386.
9. Spencer, B. F. Jr., Suhardjo, J., and Sain, M. K. (1994) "Frequency Domain Optimal Control Strategies for Aseismic Protection", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 120, No. 1, pp. 135-158.