2003년도 대한전자공학회 하계종합학술대회 제26권 제1호

다중 채널 영상복원을 위한 혼합 노름 기법

김도령, 송원선, 홍민철
숭실대학교

Mixed Norm for Multichannel Image Restoration Algorithm

Do Ryoung Kim, Won Seon Song, Min Cheol Hong
School of Electronic Engineering, Soongsil University
E-mail : kdoreyng@vipl.ssu.ac.kr

Abstract

본 논문에서 우리는 정규화된 혼합 노름(norm)을 이용한 다중 채널 영상 복원 알고리즘을 제안한다. 채널 내부와 채널 사이의 결정론적 정보를 이용하는 다중채널 복원 문제를 고려한다.

각 채널에서, LMS(Least Mean Square), LMF(Least Mean Fourth), 평탄 함수가 결합된 함수가 제안되었다. LMS와 LMF 사이의 적절한 분배를 제어하는 혼합 노름 매개변수와 해의 평탄 정도를 정의하는 정규화 매개 변수를 소개하며, 두 매개 변수는 각 채널의 잡음 특성에 따라 매번 반복적으로 갱신된다. 제안된 알고리즘은 각 채널의 잡음분포에 대한 지식이 필요하지 않고 앞에서 언급된 매개 변수는 부분적으로 복원된 영상에 기반을 두고 조절하게 된다.

I. 서론

채널간 또는 채널 내부에 존재하는 결정론적 정보를 이용한 다중 채널 영상 복원 방식에 대한 연구가 오랜 기간 진행되어 왔다.

MSE(Mean Square Error)는 첨가 노이즈가 가우시안 분포를 나타낼 때 최적화 결과를 유도할 수 있다는 점에서 전통적인 영상 복원 방식에 사용되어 왔다. 영상 복원의 목적은 주어진 사전 정보로부터 원 영상에 가까운 개선된 영상을 얻는 것으로써, 일반적으로 첨부 노이즈는 가우시안 분포로 가정되어 왔다. 그러나, 첨부 노이즈는 비가우시안 분포를 갖을 수도 있고 다양한 노이즈 형태의 혼합 특성을 갖을 수도 있다. LHF 방식은 부가우시안(sub-Gaussian)분포 특성을 갖는 첨가 노이즈에는 LMS 방식보다 성능이 우월함이 입증되었다. 더불어 LMS 및 LMF 의 결합형태를 단일 채널 영상에 적용한 방식도 제안되었다[5,6].

다중 채널 영상은 다양한 응용분야, 예를 들어 칼라 영상 또는 동영상과 같은 분야에 적용될 수 있다. 다중 채널 영상은 채널 내 또는 채널 간의 간섭작용에 의해 왜곡될 수 있다. 왜곡된 다중 채널 영상은 각각의 채널을 독립적으로 단일 채널 영상 복원 방식을 적용하여 복원될 수 있으나, 채널 간의 간섭효과를 고려한 다중 채널 복원 방식을 적용할 때 개선된 결과를 기대할 수 있다.

본 논문에서는 정규화된 혼합 노름을 이용한 다중 채널 영상 복원방식에 대해 제안한다. 각 채널 영상에 대한 혼합 노름 완화 함수는 채널내의 정보와 더불어 채널 간의 정보에 의해 결정된다. LMS와 LMF 간의 상대적인 기여도를 제어하는 혼합 놈 매개 변수와 혼합 노름 함수와 완화함수 간의 교환성을 제어하는 완화 매개변수를 정의하며, 부분적 반복영상으로부터 두 개의 매개 변수는 조정 되어진다. 그러므로 원영상에 대한 완화도에 정도 및 노이즈 분포에 대한 사전 정보가 필요하지 않게 된다.

본 논문은 2 장에서 다중 채널에 대한 왜곡 모델 및 kurtosis 에 대한 특성에 대해 기술되며, 3 장에서는 다중

· 본 연구는 한국과학재단 목적기초(R01-2002-000-00073-0) 지원으로 수행되었음.

채널 혼합 노름 함수에 대해 제안되며, 제안된 함수에 대한 특성에 대해 기술한다. 마지막으로 실험 결과 및 결론에 대해 4 장 및 5 장에서 설명한다.

II. 배경

다중채널 훼손 모델은 다음과 같다[1].

$$y = Hx + n, \qquad (1)$$

여기서 벡터 y, x, n 은 각각 왜곡된 영상, 원 영상, 첨가 노이즈를 의미하고 H 는 $NM^2 \times NM^2$ 크기의 다중채널 훼손 행렬을 의미한다.

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1N} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{N1} & H_{N2} & \cdots & H_{NN} \end{bmatrix} \qquad (2)$$

부분행렬 H_{ii} 와 H_{ij} 는 $M^2 \times M^2$ 크기를 가지며 채널 안과 채널 간의 훼손을 나타낸다[3].
i 번째 채널 훼손 모델은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y_i = H_i x + n_i \quad , \quad i = 1,2,\ldots N \qquad (3)$$

잡음은 비상관적이며 평균은 0 이다. 대부분의 적용에서 i 번째 잡음 N_i 는 비상관된 평균이 0 인 가우시안 잡음 존재하며 그러나 추가 잡음이 유니폼, 라플라시안, 결합된 잡음과 같은 다른 분포 특성을 갖는 어플리케이션도 있다. 가우시안 잡음의 경우에, LMS 접근은 식 (1)에 나오는 문제를 풀기 위해 사용된다. 그러나, 다른 잡음 분포에는 고차 노름을 사용할 필요가 있다. 이것은 부가우시안 잡음인 경우, LMF, 가 LMS 와 비교하여 성능의 향상을 보여준 결과에 기인한다. 첨도(kurtosis)는 랜덤 신호의 가우시안 정도를 결정하는데 사용된다. 평균이 0 인 랜덤 변수 N_i 에서, 첨도는 아래와 같이 정의된다.

$$x(n_i) = E[n_i^{\,4}] - 3E^2[n_i^{\,2}] \qquad (4)$$

첨도는 가우시안 신호에서 0 이며, 과도 가우시안이나 렙터쿼틱 (leptokurtic)신호에서는 양수이며 부가우시안이나 플래티쿼틱 (platykurtic)신호에서는 음수이다. 식(4)에 정의된 첨도는 다음과 같은 특성을 갖는다. 평균이 0 인 잡음$n_{i,1}, n_{i,2}$ 이 비상관 되어있고 a ,b 가 양수일 때 i 번째 채널에서 $x(an_{i,1} + bn_{i,2}) = a^4 x(n_{i,1}) + b^4 x(n_{1,2})$ 이다. 즉 다중채널 영상에서 결합된 잡음 첨도는 더 우위를 차지하는 잡음에 의해 결정된다. 식(4)로부터, 단지 하나의 구현이 아래에 식에 의해 유용할 때 우리는 M^2개의 샘플 랜덤 신호의 첨도를 측정한다.

$$x(n_i) = \frac{1}{M}\|n_i\|_4^4 - 3\left(\frac{1}{M^2}\|n_i\|_2^2\right)^2, \qquad (5)$$

$\|\cdot\|_p$ 는 l_p 노름을 표시한다.

III.최소 평균 혼합 노름 다중 채널 영상 복원 알고리즘

3.1 다중 채널을 위한 혼합 노름 함수

부가우시안 잡음 조건 아래에서 LMF 는 LMS 보다 성능이 우월 하다는 특성에 따라 LMF 와 LMS 가 둘의 장점을 이용하기 위해 결합될 때, 평탄 함수는 훼손 연산자의 악 조건에 의해 생긴 어려운 점들을 피하기 위해서 혼합된다. i 번째 혼합 노름 평탄 함수는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$M_i(x) = J_i(x) + \alpha_i(x)\|C_{ix}\|_2^2 = (1-\gamma_i(n))\|y_i - H_i x\|_2^2 + \gamma_i(n)\|y_i - H_i x\|_4^4 + \alpha_i(x)\|C_{ix}\|_2^2, \qquad (2)$$

여기서 $C_i = [C_{i1}, C_{i2}, \ldots\ldots, C_{iN}]$,
$J_i(x)$ 는 i 번째 채널의 혼합 노름 함수를 나타낸다. Cij 는 $M^2 \times M^2$ 크기의 다중 채널 고주파 통과 필터를 나타내고, $\alpha_i(x)$ 는 i 번째 채널 정규화 매개변수, $\gamma_i(x)$ 는 i 번째 채널 혼합 노름 매개변수를 나타낸다. Cij 에 따라서, 각 채널 안의 평탄 정도가 결정되며, 반면에 Cij 에 따라서 채널 간의 평탄 정도가 결정된다. (식 (6)에서, 만약 i 번째 채널의 잡음이 부 가우시안이라면 LMF 이 혼합 노름 함수를 결정하고 반면 i 번째 채널 잡음이 가우시안이거나 과도 가우시안 이라면 LMS 가 혼합 노름 함수를 결정한다. 이에 반해, 혼합 잡음의 경우에는 $\gamma_i(x)$ 이 두 노름의 비례적인 분포를 조절하는 값이 될 것이다. 그렇다면 해는 다중채널 혼합 노름 평탄 함수를 최소화하여 얻어진다.

$$\alpha_i(x) = \infty, \text{ when } J_i(x) = \infty \qquad (7)$$

해는 다중채널 혼합 노름 평탄 함수를 최소화 하여 얻어진다.

$$M(x) = \sum_{i=1}^{N} M_i(x) = \sum_{i=1}^{N} (J_i(x) + \alpha_i(x)\|C_i x\|_2^2) \qquad (8)$$

두 개의 매개변수는 원 영상의 함수로써 표현할 수 있다. 그러나, 원 영상을 이용할 수 없기 때문에 반복 접

근법을 사용할 때 원 영상에 대한 정보가 부분적으로 복구된 영상으로부터 얻어진다. 적당한 해를 갖는 제안된 비선형 함수에서, 함수 최소값은 유일하다. i번째 채널 영상의 혼합 노름 매개변수 $\gamma_i(n)$ 는 i 번째 채널 영상의 잡음 분포에 따라 상대적인 분포를 나타낸다. $\gamma_i(x)$ 이 A 와 c 를 양수로써 선택 했을 때 각 함수는 철면이다[2].

$$\phi(x_i(n)) = \gamma_i(n) = \frac{\exp(-cx_i(n))}{A + \exp(-cx_i(n))}, \qquad (9)$$

식(9)은 $x_i(x)$ 에서 4 차 노름의 중요도가 2 차 노름에 비해 상대적으로 줄지만, 반면에 $x_i(x)$ 에서 4 차 노름의 중요도가 2 차 노름에 비해 상대적으로 증가한다는 것을 보여준다. 첨도의 값은 잡음의 전력이나 신호 대 잡음비(SNR)에 달려있다. 또한, 그것은 잡음 분포의 형태에도 의존한다. 따라서 식(9)와 같이 $\gamma_i(n)$ 이 정확히 모든 형태의 과도 가우시안 잡음과 모든 SNR 에 0 을 적용하고 모든 부가우시안 잡음과 모든 SNR 에 1 을 적용하는 것은 불가능하다. 필요조건 (9)를 만족하는 정규화 매개변수는 참고문헌[4]에 결과를 사용하였다. $M_i(x)$ 는 $\alpha_i(x)$를 아래와 같이 선택했을 때 convex하다.

$$\alpha_i(x) = \frac{(1-\gamma_i(n))\|y_i - H_i x\|_2^2 + \gamma_i(n)\|y_i - H_i x\|_4^4}{\frac{1}{\tau_i} - \|C_i x\|_2^2} \qquad (10)$$

철면이 되려면 C 가 $\sigma_{\max}(C_i^T C_i) = 1$ 와 같이 정규화 될 때 $\frac{1}{\tau_i} \geq \|C_i x\|_2^2$ 이고 $\|x\|_2^2 \approx \|y\|_2^2 \geq \|C_i x\|_2^2$ 이다.

3.2 반복적 해와 수렴 분석

우리는 해를 식(8)의 최소화 문제로부터 얻기 위해 급격 강하법(steepest descent algorithm)을 제안한다. $M_i(x)$ 의 미분은 아래와 같다.

$$\nabla_x M(x) = \nabla_x \sum_{i=1}^{N} M(x) = \sum_{i=1}^{N} M(x)$$
$$= \sum_{i=1}^{N} [(1-\gamma_i(n)) H_i^T (y_i - H_i x) +$$
$$2\gamma_i(n) P_i(x)(y_i - H_i x) - \alpha_i(x) C_i^T C_i x] \quad (11)$$

여기서 $P_i(x)$ 는 대각 성분을 갖는 대각 행렬을 나타낸다. 이때 반복해는 다음과 같다.

$$x_{k+1} = x_k + \beta \sum_{i=1}^{N} [(1-\gamma_i(n) H_i^T (y_i - H_i x_k)$$
$$+ 2\gamma_i(n) H_i^T P_i(x_k)(y_i - H_i x_k) - \alpha_i(x) C_i^T C_i x_k)] \qquad (12)$$

β 는 이완 매개 변수이고 반복 수렴 속도와 같은 수렴을 제어한다. $\gamma_i(n)$를 추정하는 방법은 여러 가지가 있다. 하나는 x 가 대략 일정할 때(평탄 지역) 관찰된 영상 y 를 사용하여 진전 시키는 추정이다. 대신, 부분적으로 복구된 영상을 사용하여 $\gamma_i(n)$ 을 반복적으로 추정할 수 있다. 반복 스텝마다 또는 주어진 반복 횟수가 끝난 후 또는 식 (13)에서 고정된 $\gamma_i(n)$ 에서 수렴된 후 갱신될 수 있다. 따라서 식 (13)에서 $\gamma_i(n)$ 는 $\gamma_i(n_k)$ 로 바뀐다. 유사한 방법으로, 식(12)에서 $\alpha_i(x)$ 는 부분적으로 복구된 영상으로부터 각 반복 스텝에서 추정되며 $\alpha_i(x)$ 은 $\alpha_i(x_k)$ 로 바뀐다. 두 가지의 연속된 반복 스텝에서, 식(12)는 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$x_{k+1} - x_k = (x_k - x_{k-1}) + \beta \sum_{i=1}^{N} [-H_i^T H_i (x_k - x_{k-1} - H_i^T \Delta F_i$$
$$+ H_i^T H_i \Delta G_i + 2H_i^T \Delta K_i - 2H_i^T \Delta L_i - C_i^T C_i \Delta Q_i] \qquad (13)$$

참고문헌 [2]의 유사 단계에 따르면, 식 (13)는

$$x_{k+1} - x_k = [I - \beta \sum_{i=1}^{N} A_i(x_k)](x_k - x_{k-1}), \qquad (14)$$

여기서

$$A_i(x_k) = (1-\gamma_i(n_k)) H_i^T H_i + 6\gamma_i(n_k) H_i^T P_i(x_k) H_i + \alpha_i(x_k) C_i^T C_i$$

이다. $A_i(x_k)$ 가 양의 값으로 된 행렬이기 때문에 수렴하기 위한 충분조건은

$$0 < \beta < \frac{2}{N \cdot \sigma_{\max}(A_i(x_k))}, \qquad (15)$$

위 식에서 $\sigma_{\max}(Z)$ 는 행렬 Z 의 최대 유일 값을 나타내고 있다.

IV. 실험 결과

제안된 정규화 혼합 노름 다중채널 영상 복원 알고리즘은 다양한 잡음과 열화된 세가지 채널 칼라 영상과 훼손을 실험 하였다. 256 × 256 픽셀 크기의 "Lena", "Mandrill", "Peppers"를 표준 영상으로 사용하였다. 채널 안과 채널 사이의 열화 시스템의 점 확산 함수(Point spread function)은 분산은 5이고 7X7 픽셀 영역을 갖는 가우시안 형태이다. 채널 안의 PSF $h_{i,j}(m,n)$ 에서는 $\sum_m \sum_n h_{i,j}(m,n) = 0.8$ 이고 채널 사이의 PSF $h_{i,j}(m,n)$ 에서는 $\sum_m \sum_n h_{i,j}(m,n) = 0.8$ 이다. 이다. 3차원 라플라시안 고주파 통과 필터가 C 에 사용되었고, 조건 $\|x_{k+1} - x_k\|^2 / \|x_k\|^2 \leq 10^{-7}$ 는 반복의 종료를 결정

하는데 사용되었다. 덧붙여, SNR의 개선 정도가 알고리즘 성능을 측정했다. 오염하는 잡음의 형태는 각각 빨강 채널에서는 유니폼 잡음이고 녹색 채널에서는 라플라시안이며 파랑 채널에서는 가우시안 잡음이다. 제안된 RMNM 알고리즘은 정규화된 LMS 다중채널 (RLMSM) 복원 알고리즘과 비교했다. 표 1,2 는 비교된 결과가 다른 잡음 분포와 각 채널의 SNR 이 나와있다. 표에서, 부가우시안 잡음에서 RMNM 이 RLMSM 보다 성능이 우월한 성능을 보여준다. 그 이유는 식(6)에서 LMF 의 상대적인 향상이 크기 때문이다. 반대로 다른 잡음에서는 RMNM 은 RLMSM 와 유사하다. 첨가된 잡음 형태를 결정하고 각 채널에서 LMS 와 LMF 사이의 상대적인 분포를 효율적으로 제어하는데 각 반복 스텝에서 향상된 혼합 노름 매개변수가 잘 적용된다는 것을 이 결과가 보여준다. LMF 가 계산을 조절하기 때문에 첨가 잡음이 많을수록 평탄함이 더욱 적용되고 잡음 형태가 부 가우시안 일 때 더 평탄함이 적용된다는 것을 보여준다.

Image	Channel	RLMSM(∧SNR)	RMNM(∧SNR)
Lena	R	3.27	3.71
	G	2.72	2.73
	B	2.38	2.38
Mandrill	R	1.30	1.45
	G	0.97	0.97
	B	1.45	1.43
Peppers	R	2.79	3.21
	G	3.71	3.71
	B	2.85	2.85

표 1. 성능비교 (채널 당 10dB 잡음)

Image	Channel	RLMSM(∧SNR)	RMNM(∧SNR)
Lena	R	2.42	2.77
	G	2.04	2.02
	B	2.26	2.27
Mandrill	R	0.89	1.05
	G	1.03	1.03
	B	1.00	1.01
Peppers	R	2.51	2.88
	G	2.86	2.86
	B	2.79	2.77

표 2. 성능비교 (채널 당 20dB 잡음)

V. 결론

본 논문에서, 다중채널 정규화된 혼합 노름 영상 복원 알고리즘을 제안한다. 최소화 하기 위해 제안된 다중채널 혼합 노름 평탄 함수는 다중채널 혼합 노름과 정규화 매개변수를 적당히 선택해서 전체 최소값을 찾고 단일 복원 접근법과 RLMS 접근법에 비해 더 나은 성능을 가져 왔다. 본 논문은 잡음 분포에 대한 어떤 정보도 필요하지 않으며 LMS 와 LMF 접근법의 상대적인 분포는 부분적으로 복원된 영상에 적용된다. 실험 결과는 제안된 접근법의 특성을 보여준다

참고문헌

[1] N. P. Galatsanos, A. K. Katsaggelos, R. T. Chin, and A. Hillery, " Least squares Restoration of multi-channel images," IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 39, pp. 2222-2236, Oct. 1991.

[2] M.-C. Hong, T. Stathaki, and A. K. Katsaggelos, " Iterative regularized least-mean mixed-norm image restoration," Optical Engineering pp.2515-2524, vol. 41, Oct. 2002.

[3] A.Tikhonov and V. Arsenin, Solutions of Ill PosedProblems, New York: John Wiley and Sons, Inc., 1997

[4] M. G. Kang and A. K. Katsaggelos, " SimultaneousMulti Channel Image Restoration and Estimation of theRegulari zation Parameters," IEEE Trans. on Image Processing, pp. 774-778, vol. 6, May 1997.

[5] M.-C. Hong, T. Stathaki, and A. K. Katsaggelos, " A mix ed norm image restoration algorithm," IEEE Proceeding of International Conference on Image Processing, pp. 385 388, Oct. 1997.

[6] M.-C. Hong, T. Stathaki, and A. K. Katsaggelos, " Iterative regularized least-mean mixed-norm image Restoration," Optical Engineering pp.2515-2524, vol. 41, Oct. 2002.