

비대칭 분해 필터를 통한 웨이블릿 영역에서의 영상 잡음 제거

오준환, 최창렬, 정제창, 김영섭*
한양대학교 전자통신공학과
*단국대학교 전자컴퓨터학부

Image Denoising using an Asymmetric Analysis Filter in the Wavelet Domain

Junhwan Oh, Changryoul Choi, Jechang Jeong, and Young S. Kim*
Dept. of Electronic Communications Engineering, Hanyang Univ.
*Dept. of Computer Science & Electronics, Dankook Univ.
E-mail : rete@ece.hanyang.ac.kr

Abstract

본 논문에서는 상세 부밴드에서의 PSNR과 웨이블릿 계수의 계층적 데이터 구조 측면에 초점을 맞추어 웨이블릿 영역에서의 신호 해석을 통한 잡음 제거를 연구하였다. 제안된 방식은 기존의 방식들과는 달리 수직 또는 수평 방향의 고주파 성분에 의한 상세 부밴드에서의 에너지 편중을 고려하여 이들의 에너지의 편중에 따른 분해 필터를 적용적으로 설계하고 부밴드의 에너지를 재분배시켜 성능을 향상 시켰으며, 웨이블릿 계수의 상호 의존성을 고려한 지역윈도우 사용해 기존의 방식을 개선하였다.

I. 서론

최근 몇 년간 신호의 효과적인 표현 방식을 제공하는 웨이블릿 영역에서의 영상 잡음 제거 방식들이 연구되었다. 웨이블릿 영역에서의 신호 해석은 영상의 잡음 제거를 연구하는데 상당한 도움을 주고 있다.

Donoho와 Johnstone은 간단하면서도 효율적인 복원 알고리즘을 제공해주는 임계치 기반의 웨이블릿 수축법을 연구하였으며[1], 시불변 웨이블릿 수축법을 이용한 잡음 제거 방식은 깃스 현상을 감쇄시켜주는데 효과적인 방법으로 알려져 있다[2][3].

M. Mihcak 등은 웨이블릿 영역에서 윈도우를 도입한

적용필터를 이용해 영상의 잡음을 제거하는 방식을 소개하였다[4]. 이 방법에서 그들은 웨이블릿 계수를 독립적인 가우시안 랜덤 변수로 모델링하고, 웨이블릿 영역을 지역적 정상(locally stationary)인 영역으로 가정해 잡음 제거 문제에 접근했다. 이 방식의 기본 알고리즘은 이웃한 웨이블릿 계수들로부터 영상신호에 대한 분산을 최대 가능도 추정치(ML)와 최대 사후 확률 추정치(MAP) 방식을 각각 이용해 추정한 후, 추정된 분산으로 Wiener 필터를 사용해 웨이블릿 계수에 포함된 영상의 잡음을 줄이는 방식이다. 이 방식에서 최대 가능도 추정치로 추정된 분산은 지수함수 분포를 가지며, 이 추정된 분산의 통계적 모델로부터 최대 사후 확률 추정치를 구성하게 된다.

최근 S. Voloshynovskiy 등은 영상의 에지와 평면의 서로 다른 모델링을 통해 잡음을 제거하는 방식을 제시하기도 했다[3].

본 논문에서는 LAWMAP(locally adaptive window-based denoising using MAP)[4]에서 제시한 방법의 문제점을 지적하고 개선하였으며, 웨이블릿 영역의 에너지 분포 관점에서 잡음 제거 성능을 향상시키는 방법을 제안하였다.

II. 웨이블릿 계수와 잡음의 확률적 모델링

대부분의 경우 공간 영역의 영상 신호에서 변환된 웨

이블릿 계수는 일반화된 가우시안(Generalized Gaussian) 분포를 갖는 랜덤 변수로 가정을 한다. 한편, 추정된 표준편차에 의해 정규화된 부밴드에서의 웨이블릿 계수는 평균이 0 이고 분산이 1 인 가우시안 분포를 갖는 랜덤 변수에 근사한다[4]. 따라서, 변환된 영상 신호의 웨이블릿 계수를 독립적인 가우시안 랜덤 변수로 모델링 했다.

본 논문에서 영상의 잡음은 부가적 백색 가우시안 잡음(AWGN)으로 가정하였으며, 잡음 영상 신호 $y(n_1, n_2)$ 은

$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) + n(n_1, n_2) \quad (1)$$

이다.

여기서 영상 잡음 $n(\cdot)$ 의 평균은 0 이고 분산은 σ_n^2 인 가우시안 랜덤 시퀀스이다.

III. 웨이블릿 영역에서의 지역윈도우 기반 Wiener 필터

[4]에서는 웨이블릿 영역에서 지역윈도우를 기반으로 한 사후 추정치로부터 Wiener 필터를 사용하여 영상의 잡음을 제거하는 LAWMAP 방식을 소개하였다. 본 절에서는 LAWMAP 방식을 기술하고, 개선점을 제안한다.

3.1 지역윈도우 기반 Wiener 필

Wiener 필터는 영상 신호와 잡음이 가우시안 랜덤 프로세스일 때 가장 최적화된 MMSE 추정기로 알려져 있다[5]. 관측된 영상 신호 $y(n_1, n_2)$ 가 식(1)과 같을 때, $x(n_1, n_2)$ 과 $n(n_1, n_2)$ 을 평균이 0이고 각각 선형 독립적이며 각각의 분산이 $\sigma_x^2(\omega_1, \omega_2)$ 와 $\sigma_n^2(\omega_1, \omega_2)$ 인 통계 정상(stationary) 랜덤 신호들이라고 가정한다면, 주파수 임펄스 응답 함수 $H(\omega_1, \omega_2)$ 를 갖는 최적의 선형 MMSE 추정 필터는 다음과 같다.

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{\sigma_x^2(\omega_1, \omega_2)}{\sigma_x^2(\omega_1, \omega_2) + \sigma_n^2(\omega_1, \omega_2)} \quad (2)$$

한편, M. Mihcak 등은 웨이블릿 영역에서 윈도우를 도입한 Wiener 필터를 이용해 영상의 잡음을 제거하는 방식을 소개하였다. 영상의 웨이블릿 계수 $\hat{X}(k_1, k_2)$ 는 독립적인 가우시안 랜덤 변수이고, MMSE방식으로 추정된 웨이블릿 계수 $\hat{X}(k_1, k_2)$ 은 다음과 같다.

$$\hat{X}(k_1, k_2) = \frac{\hat{\sigma}^2(k_1, k_2)}{\hat{\sigma}^2(k_1, k_2) + \sigma_n^2} Y(k_1, k_2) \quad (3)$$

여기서 $\hat{\sigma}^2(k_1, k_2)$ 는 잡음이 없는 영상 신호의 웨이블릿 계수에 대한 추정된 분산이다.

$\hat{\sigma}^2(k_1, k_2)$ 은 각 부밴드에서 이웃한 웨이블릿 계수들을 이용한 MAP으로 추정한다. 여기서 MAP은 ML에 의해 추정된 분산의 분포 정보를 사용하는데, ML에 의해 추정된 분산의 분포는 지수 분포로 잘 모델링 된다.

$$\hat{\sigma}^2(k_1, k_2) = \arg \max_{\sigma^2 \geq 0} \left[\prod_{j \in \mathcal{N}} P(Y(j) | \sigma^2) \right] f_\sigma(\sigma^2) \quad (4)$$

여기서 $P(\cdot | \sigma^2)$ 는 평균이 0 이고 분산이 $\sigma^2 + \hat{\sigma}_n^2$ 인 가우시안 분포를 가지며, $f_\sigma(\sigma^2)$ 는 사후 확률 분포이다.

3.2 계층적 트리 구조와 정상 영역

웨이블릿 영상 분해는 영상의 공간 영역에 대응하는 각 계수를 갖고 표현하려는 영상의 계층적 데이터 구조를 제공하는 계수의 트리 구조 집합이라고 생각할 수 있다[6].

그림 0에서는 계층적 트리 구조를 갖는 웨이블릿 분해를 보여주고 있다. 공간적 웨이블릿 계수 트리는 영상에서 같은 공간영역을 표현하는 서로 다른 부밴드의 계수들을 집합으로 정의한다.

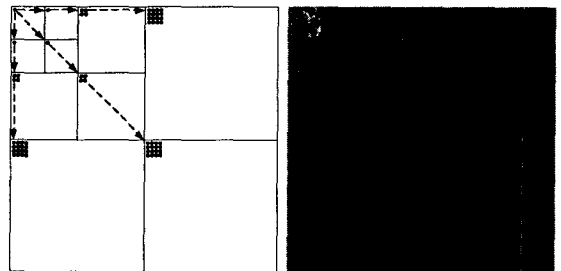


그림 0. 계층적 트리 구조 해석으로 본 웨이블릿 분해

한편, LAWMAP 방식에서는 통계적 정상 영역을 정하는 구간을 고정된 윈도우를 사용하여 적용하였다. 각 웨이블릿 레벨 별로 동일한 윈도우를 적용하게 될 경우, 통계적 정상 영역의 범위는 저대역 부밴드에서 넓어지므로, 분산을 추정하기 위해 취하는 표본의 공간적 상

관도가 달라지게 된다. 따라서, 각 레벨의 공간적 표본의 상관도를 높이기 위해 윈도우의 크기를 변화시켜 잡음 제거 효율 개선을 기대할 수 있었으며, 실험을 통해서 이를 확인하였다.

IV. 비대칭 분해 필터 설계

웨이블릿 변환은 에너지 압축률과 역상관도가 좋은 변환이다. 이런 두 가지 특성 때문에 JPEG2000 등 압축 알고리즘에 사용된다. 또, 잡음을 제거하기 위해 이런 특성은 매우 중요하다. 본 절에서는 웨이블릿 변환에 의한 각 부밴드의 에너지에 대해 알아보고, 웨이블릿 계수의 에너지 관점에서 잡음 제거의 효율을 개선하기 위한 방법을 제안한다.

4.1 부밴드의 에너지 배분

웨이블릿 분해를 통해 영상 에너지는 근사 부밴드에 많은 양의 에너지를 할당 받는다. 대부분의 에너지를 획득한 근사 부밴드는 반복적인 분해 과정을 통해 더욱 평균 에너지가 집중된다.

신호의 평균 에너지는 다음과 같이 구해진다.

$$P_{av} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y^2(k) \quad (5)$$

표 1은 Barbara, Lena, Baboon 테스트 영상의 웨이블릿 분해에 의한 각 부밴드의 에너지 비율을 보여 주고 있다. 표 1의 결과를 보면 99%이상의 에너지가 근사 부밴드에 집중되어 있다. 한편, 상세 부밴드의 에너지 비율을 살펴보면, Lena와 같은 저주파대역의 신호가 많은 영상의 경우 부밴드에 할당되는 에너지 비율은 균등하다. 하지만, Barbara나 Baboon의 경우처럼 수직이나 수평 방향의 고주파 성분이 많은 영상은 상세 부밴드의 에너지 배분이 편중되어 있음을 확인할 수 있다.

표 1. 1 단계 웨이블릿 변환에서 각 부밴드에서의 평균 에너지량 비율

Subband	Barbara	Lena	Baboon
LL1	99.04%	99.90%	99.07%
LH1	0.05%	0.02%	0.76%
HL1	0.83%	0.06%	0.12%
HH1	0.08%	0.01%	0.06%

4.2 비대칭 분해 필터

앞 절에서 살펴본 Wiener 필터는 PSNR 에 잘 적용

된 필터이다. Lena 의 경우 근사 부밴드에 신호 성분의 에너지가 몰리게 되므로 상세 부밴드의 PSNR 은 상대적으로 낮게 측정이 된다. 반면, Barbara 나 Baboon 의 경우는 일부 상세 부밴드에서 PSNR 이 약간 높은 수치를 기록한다. 즉, 신호의 PSNR 을 높이게 되면 Wiener 필터를 통해 잡음 제거시 신호가 많이 통과 되고 반대의 경우는 신호와 잡음 모두 축소되어 살리고자 하는 신호가 모두 감쇄되는 현상이 생길 수 있다. 따라서, 상세 부밴드에서 에너지를 좀더 모아 PSNR 을 상대적으로 높이게 되면 살아 남는 신호들도 많아지게 될 것으로 기대되며, 교차상관도가 없는 잡음은 이런 에너지 압축에 영향을 받지 않으므로 신호의 PSNR 을 인위적으로 조절할 수 있는 여지가 생기게 된다.

따라서, 1 레벨 부밴드의 에너지 양을 계산해 근사 부밴드를 포함한 두 번째로 큰 에너지를 할당 받는 상세 부밴드까지 반복적으로 분해시켜 하위 부밴드의 PSNR 을 상대적으로 높이는 효과를 발생시킬 수 있다.

그림 1는 각 부밴드의 에너지 분배를 고려해 설계한 비대칭 분해 방식의 예이다. 여기서 근사 부밴드는 기존의 방식과 같이 반복 분해를 한다. 1 레벨에서 상세 부밴드 중 가장 큰 에너지를 할당 받은 것을 분해하고 다시 이 과정을 반복 수행하면 그림 1과 같은 종류의 비대칭 분해 구조의 웨이블릿 영역을 얻는다.

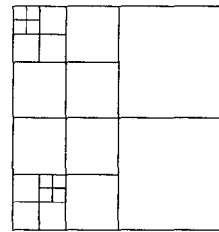


그림 1 제안된 비대칭 웨이블릿 분해 구조의 예

V. 실험 결과 및 고찰

실험에 사용된 영상은 Lena와 Barbara 그리고 Baboon이며, 잡음은 각 10, 15, 20 레벨의 AWGN를 사용하였다. 표 2에서는 세 가지의 잡음 제거 방식을 사용해 원래 영상과 복원된 영상의 PSNR을 비교하였다. 그림 1은 이들의 복원된 결과를 보여준다. Method 1은 주파수 영역에서 Wiener 필터를 사용한 방식이고, Method 2는 3x3 윈도우를 사용한 LAWMAP 방식이며, Method 3는 본 논문에서 제안한 방식이다. Method 2와 3에서는 Daubechies 9/7탭 필터를 사용하였다. 한편, 영상의 경계는 대칭적 확장 방식을 사용하였다.

표 2에서 대체로 Barbara 영상의 결과가 다른 영상보다 제안된 방식에서 PSNR 개선이 두드러져 보인다. 반면 Lena 와 Baboon 은 PSNR 이 약간 개선되었다. 이는 표 2에서 비교한 이들 영상의 에너지 분포로 설명할 수 있다. 표 2에서 에너지 편중이 가장 심한 영상은 Barbara 이며, 제안된 방식은 에너지 편중이 심한 영상에 잘 적용되도록 설계되었기 때문이다. 반면, Baboon 의 경우도 Barbara 영상과 같이 에너지 편중이 되었지만 영상의 복잡도가 높아 다른 방식을 사용한 결과도 다른 영상의 결과와 비교해 볼 때 성능이 저하된다. 또한 Lena 영상의 경우, 고주파성분이 적은 영상이기 때문에 다른 영상에 비해 근사 부밴드로의 에너지 집중률이 높다. 따라서 제안된 방식은 Lena 와 같은 고주파수 성분이 적은 영상보다는 고주파수 성분이 다양한 영상에 적용하는데 적합하다고 판단된다.

표 2. 복원된 영상의 PSNR 비교(단위:dB)

Noise Level		Barbara	Lena	Baboon
10	Method 1	30.03	30.70	29.56
	Method 2	32.72	34.40	30.89
	Method 3	33.01	34.60	31.13
15	Method 1	26.99	27.65	26.53
	Method 2	30.23	32.45	28.37
	Method 3	30.74	32.64	28.70
20	Method 1	24.82	25.39	24.38
	Method 2	28.62	31.11	26.75
	Method 3	29.20	31.36	27.09

VI. 결론

본 논문에서는 웨이블릿 영역에서 웨이블릿 계수의 계층적 구조에 적합한 윈도우 기반의 비대칭 분해 필터를 사용하는 잡음 제거 방식을 제안하였다. 이 방식은 기존의 고정된 형태의 윈도우를 사용하는 방식에서 웨이블릿 계수의 계층적 구조에 적합한 형태로 변형하여 개선점을 모색하였다. 또한, 웨이블릿 영역에서 각 부밴드의 에너지 배분 비율에 초점을 맞춰 기존의 방식들에서 고려되지 않았던 상세 부밴드에서의 에너지 편중도에 따라 분해 필터를 적용적으로 적용하였기 때문에 고주파수 성분이 많은 영상에 적합하다고 판단된다. 반면, 고주파수 성분이 적은 영상의 경우에 대해서는 뚜렷한 성능 개선을 기대할 수 없으며 계산 복잡도가 증가하는 문제점이 발생한다.

따라서 고주파수 성분에 의해 수직 또는 수평방향으로 편중된 신호의 에너지를 갖는 영상에 대해 선택적으

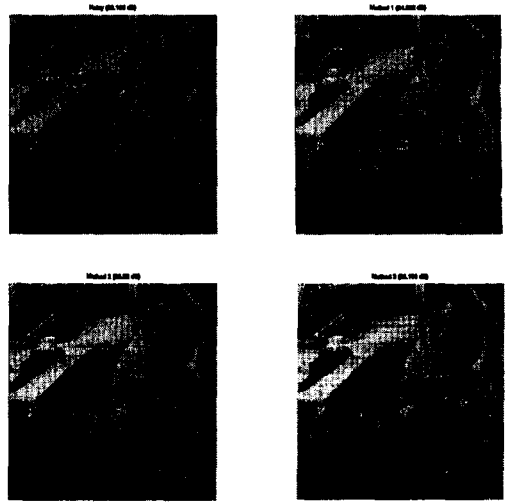


그림 1. 복원된 영상 비교

로 알고리즘을 적용한다면 복잡도도 줄일 수 있으며 원하는 정도의 잡음 제거 효과도 높일 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] D. Donoho, "Denoising by Soft-Thresholding," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 41, No. 3, pp. 613-627, May 1995.
- [2] Xin Li and Michael T. Orchard, "Spatially Adaptive Image Denoising Under Overcomplete Expansion," in *Proc. Of International Conference of Image Processing*, Vancouver, Canada, Sep. 2000.
- [3] Sviatoslav Voloshynovskiy, Oleksiy Koval and Thierry Pun, "Wavelet-based image denoising using non-stationary stochastic geometrical image priors," In *SPIE Photonics West, Electronic Imaging 2003, Image and Video Communications and Processing V*, Santa Clara, CA, USA, Jan. 20-24 2003.
- [4] M. Mihcak, et al., "Low-Complexity Image Denoising Based on Statistical Modeling of Wavelet Coefficients," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 6, No. 12, pp. 300-303, Dec. 1999.
- [5] J. Lim, *Two-Dimensional Signal and Image Processing*, Prentice Hall, 1990.
- [6] Zixiang Xiong, et al., "Space-Frequency Quantization for Wavelet Image Coding," *IEEE Trans. On Image Processing*, vol. 6, No. 5, May 1997.