

# MDCT/IMDCT의 효율적인 구현을 위한 새로운 알고리즘

조 양 기, 이 원 표, \*인치호, \*\*김 희 석

청주대학교 전자공학과, \*세명대학교 컴퓨터학과, \*\*청주대학교 정보통신공학부

전화 : 043-229-8452 / 핸드폰 : 018-204-2738

## A New Algorithm for An Efficient Implementation of the MDCT/IMDCT

Yangki Cho, Wonpyo Lee, \*Chiho In, \*\*Hiseok Kim

Dept. of Electronic Eng., Chongju Univ.

E-mail : renai21c@orgio.net

### Abstract

The modified discrete cosine transform (MDCT) and its inverse transform (IMDCT) are employed in subband/transform coding schemes as the analysis/synthesis filter bank based on time domain aliasing cancellation (TDAC). And they are the most computational intensive operations in layer III of the MPEG audio coding standard. In this paper, we propose a new efficient algorithm for the MDCT/IMDCT computation. It is based on the MDCT/IMDCT computation algorithm using the discrete cosine transforms (DCTs), and it employs two discrete cosine transform of type II (DCT-II) to compute the MDCT/IMDCT. In addition to, it takes advantage of ability in calculating the MDCT/IMDCT computation, where the length of a data block is divisible by 4. The proposed algorithm in this paper requires less calculation complexity than the existing methods. Also, it can be implemented by the parallel structure, and its structure is particularly suitable for VLSI realization.

### I. 서론

MDCT/IMDCT는 많은 오디오 표준 및 제품에서 핵심적인 요소로서 채택되고 있으며, 시간 영역에서의 에일리어징 제거 기법 (Time Domain Aliasing Cancellation, TDAC) [1]을 기반으로 하는 분석 및 합성 필터뱅크 (analysis/synthesis filter bank)로서의 역할을 하고 있다 [2-6]. 많은 오디오 코딩 시스템의 구성 요소들 중에서 MDCT/IMDCT 블록이 계산 복잡도 (calculation complexity)가 가장 높은 요소이기 때문에, 하드웨어로 구현하기 위해서는 계산 복잡도를 감소시킬 필요가 있다. MDCT/IMDCT의 효율적인 구현에 대한 기존의 연구 결과들은 재환형 (recursive algorithm) [8-11], Fast Fourier Transform (FFT) [12][13]를 이용한 방식, 그리고 discrete cosine

transform (DCT)를 이용한 방식 분류해 볼 수가 있다 [7]. FFT 기반 MDCT/IMDCT 알고리즘은 많은 오디오 코딩 시스템에 적용되고 있지만, 데이터 시퀀스의 길이가  $N=2^n$ 일 때만 적용할 수 있다는 단점이 있다 [14-16]. 따라서 MPEG-1이나 MPEG-2의 레이어-III와 같이, 길이  $N \neq 2^n$ 이지만, 4로 나누어지는 길이를 갖는 MDCT/IMDCT의 경우, FFT 기반의 알고리즘을 적용할 수 없다.

최근 홀수 스택형 시스템에서 4로 나누어지는 길이를 가진 MDCT를 계산하기 위해 DCT를 이용하는 알고리즘에 대한 연구들이 진행되어 왔는데 [14-18], 이 방식들은 MDCT 수식의 짝수 반대칭 (anti-symmetry) 특성을 이용하며, MDCT 수식을 DCT와 Discrete Sine Transform (DST)식으로 변환하여 처리한다. DCT를 이용하는 MDCT 역시 데이터 시퀀스를 치환하거나 회전시킴으로써, DCT/DST의 길이를 감소시킨다. 뿐만 아니라, DST와 DCT는 서로 변환이 가능하기 때문에 [19], DCT 또는 DST만으로도 구현할 수도 있다.

본 논문에서는 DCT를 이용하여 MDCT를 계산하는 방식에 기반을 둔 새로운 효율적인 알고리즘을 제안하였다.

II. MDCT/IMDCT의 효율적인 구현을 위한 제안 알고리즘  
입력 시퀀스에 대한 MDCT에 대한 수식을 수식 (1)에 나타내었고, IMDCT에 대한 수식은(2)에 나타내었다 [1].

$$X_k = \sum_{m=0}^{N-1} x_m \cos \left[ \frac{\pi(2k+1)}{N} \left( m + \frac{1}{2} + \frac{N}{4} \right) \right],$$

$$k = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1. \quad (1)$$

$$\hat{x}_m = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N/2-1} X_k \cos \left[ \frac{\pi(2k+1)}{N} \left( m + \frac{1}{2} + \frac{N}{4} \right) \right],$$

$$m = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2)$$

수식 (1)과 (2)에서  $m$ 은 시간축 인덱스 (index)를 나타내고,  $k$ 는 주파수 인덱스를,  $N$ 은 데이터 블록의 길이를 의미한다. 또한 변환 커널 (transform kernel)인 코사인 항  $1/2 + N/4$  “는 페이지 성분(the phase factor)이다 [14].

식 (1)에 나타낸 MDCT의 계수  $X_k$ 는 식 (3)과 같이 짝수 반대칭 특성을 갖는다.

$$X_{N-k-1} = -X_k, \quad k = 0, 1, \dots, N/2 - 1. \quad (3)$$

본 연구는 과학기술부·한국과학재단 지정 청주대학교 정보통신연구센터의 지원에 의한 것입니다.

입력 데이터 시퀀스  $x_m$ 을 식 (4)와 같이 치환하면, 식 (1)을 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$y_m = \begin{cases} -x_{m+(3N/4)}, & m = 0, 1, \dots, (N/4) - 1 \\ x_{m-(N/4)}, & m = (N/4), (N/4) + 1, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$X_k = \sum_{m=0}^{N-1} y_m \cos \left[ \frac{\pi}{2N} (2k+1)(2m+1) \right] \quad (5)$$

$$= \sum_{m=0}^{N/2-1} (y_m - y_{N-1-m}) \cos \left[ \frac{\pi}{2N} (2k+1)(2m+1) \right]$$

$$= \sum_{m=0}^{N/2-1} w_m \cos \left[ \frac{\pi}{2N} (2k+1)(2m+1) \right] \quad (6)$$

식 (5)의 코사인 항은 반대칭을 갖고 있기 때문에, 식 (6)과 같이 계수를 반으로 줄일 수 있다. 즉, 식 (6)을  $N/2$ -포인트 DCT-IV 형태의 수식으로 볼 수 있다.

MDCT 계수  $X_k$ 를 짝수부와 홀수부로 나누면, 식 (6)은 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$X_{2k} = \sum_{m=0}^{N/2-1} w_m \cos \left[ \frac{\pi}{2N} (4k+1)(2m+1) \right], \quad (7)$$

$$X_{2k+1} = \sum_{m=0}^{N/2-1} w_m \cos \left[ \frac{\pi}{2N} (4k+3)(2m+1) \right], \quad (8)$$

$$k = 0, 1, \dots, N/4 - 1.$$

삼각 공식을 이용하여 식 (7)을 확장하면, 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$X_{2k} = \sum_{m=0}^{N/2-1} u_m \cos \left[ \frac{\pi}{2N} (2m+1) \right] \cos \left[ \frac{k\pi}{N/2} (2m+1) \right] - \sum_{m=0}^{N/2-1} v_m \sin \left[ \frac{\pi}{2N} (2m+1) \right] \sin \left[ \frac{k\pi}{N/2} (2m+1) \right] \quad (9)$$

식 (9)의 두 항은 모두 대칭 특성을 갖고 있기 때문에, 식 (10)과 같이 유도할 수 있다.

$$X_{2k} = \sum_{m=0}^{N/4-1} u_m \cos \left[ \frac{k\pi}{N/2} (2m+1) \right] + \sum_{m=0}^{N/2-1} v_m \sin \left[ \frac{k\pi}{N/2} (2m+1) \right], \quad (10)$$

$$= A_k + B_k$$

$$u_m = w_m \cos \left[ \frac{\pi}{2N} (2m+1) \right] + w_{N/2-1-m} \sin \left[ \frac{\pi}{2N} (2m+1) \right], \quad (11)$$

$$v_m = -w_m \sin \left[ \frac{\pi}{2N} (2m+1) \right] + w_{N/2-1-m} \cos \left[ \frac{\pi}{2N} (2m+1) \right]$$

$$A_k = \sum_{m=0}^{N/4-1} u_m \cos \left[ \frac{k\pi}{N/2} (2m+1) \right] \quad (12)$$

$$B_k = \sum_{m=0}^{N/2-1} v_m \sin \left[ \frac{k\pi}{N/2} (2m+1) \right].$$

식 (10)에서  $u_m$ 과  $v_m$ ,  $A_k$ 와  $B_k$ 를 각각 식 (11)과 식 (12)에 나타내었다. 식 (10)에서  $A_k$ 와  $B_k$ 의 식은 각각  $N/4$ -포인트 DCT-II와 DST-II로 볼 수 있다. DST-II를 DCT-II로 변환할 수 있기 때문에 [19], 식 (10)을 식 (13)처럼 두 개의 DCT-II로 표현할 수가 있다. 식 (12)에서 DST-II의 계수인  $B_k$ 를 DCT-II의 식으로 변환하기 위해, 식 (14)에  $B'_k$ 를 나타내었다.

$$\therefore X_{2k} = A_k + B'_{N/4-k}, \quad (13)$$

$$k = 0, 1, \dots, N/4 - 1.$$

$$B'_k = B_{N/4-k} = \sum_{m=0}^{N/4-1} (-1)^m v_m \cos \left[ \frac{k\pi}{N/2} (2m+1) \right], \quad (14)$$

$$k = 1, 2, \dots, N/4.$$

MDCT 계수의 홀수부를 나타낸 식 (8)을 MDCT의 짝수부 계수에 대한 유도식과 마찬가지로 두 개의  $N/4$  포인트 DCT-II의 식으로 변환하기 위해서, 식 (15)와 같이 다시 표현한다.

$$X_{2k-1} = \sum_{m=0}^{N/2-1} u_m \cos \left[ \frac{\pi}{2N} (4k-1)(2m+1) \right], \quad (15)$$

$$k = 1, 2, \dots, N/4.$$

MDCT의 짝수부 계수와 유사하게 식 (15)를 유도하면, 식 (16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_{2k-1} = A_k - B'_{N/4-k}, \quad (16)$$

$$k = 1, 2, \dots, N/4.$$

식 (16)에서 인덱스  $k$ 를  $k+1$ 로 치환하면, 식 (17)과 같이 완전한 MDCT의 홀수부 계수에 대한 식으로 표현할 수 있다.

$$\therefore X_{2k+1} = A_{k+1} - B'_{N/4-k-1}, \quad (17)$$

$$k = 0, 1, \dots, N/4 - 1.$$

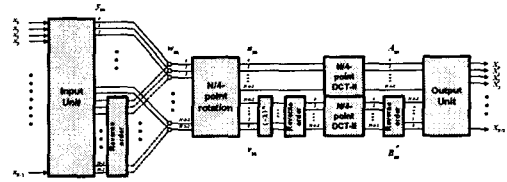


그림 1. 제안한 MDCT 계산 알고리즘의 흐름도

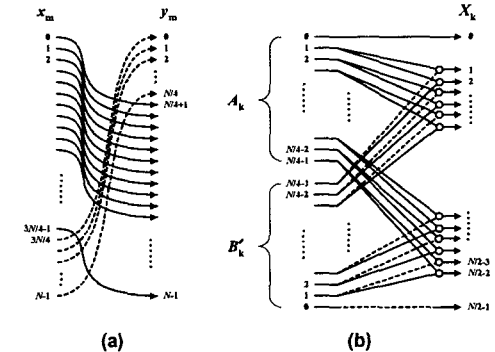


그림 2. 입력부와 출력부의 흐름도 : (a) 입력부, (b) 출력부

MDCT의 결과인 식 (13)과 식 (17)은 두 개  $N/4$ -포인트 DCT-II에 의한 MDCT 식을 표현한 것으로서, MDCT의 원식이  $N^2/2$ 의 코사인 계수를 갖는 반면, 식 (13)과 식 (17)은  $N^2/8$ 의 코사인 계수만을 갖는다. 그림 1에 식 (13)과 식 (17)을 흐름도 (flowgraph) 형태로 표현하였다.

그림 1에서 원(○) 기호는 덧셈을 의미하고, 점선은 부호 반전을 의미한다. 'Reverse Order' 블록은 입력 데이터 시퀀스의 순서를 반대로 바꾸는 과정이며,  $(-1)^m$  블록은 홀수 번째 데이터의 부호를 바꾸는 과정이다. 식 (4)에 해당하는 입력부(input unit)는 입력 데이터 시퀀스를 치환하는 과정으로서, 그림 2(a)에 내부 흐름도를 나타내었다. 식 (13)에 해당하는 출력부(output

unit)는 두 개의  $4/N$ -포인트 DCT-II의 결과를 조합하여 MDCT 계수를 출력하는 과정으로서, 흐름도를 그림 2(b)에 나타내었다. 그림 2(b)에 알 수 있듯이, 출력부는  $N/2 - 2$ 개의 덧셈이 필요하다.

' $N/4$ -point rotation' 블록은 식 (11)에 해당하는 부분으로서,  $N$ 개의 곱셈과  $N$ 개의 덧셈이 필요하기 때문에, 제안한 구조에서 가장 복잡도가 높은 부분이다. 본 논문에서는 ' $N/4$ -point rotation'을 위해 리프팅 연산을 이용하였다. 식 (11)을 행렬 곱 형태로 나타내고, 리프팅 방법을 이용하여 전개하면 식 (18)과 같이 나타낼 수 있다 [16].

$$\begin{bmatrix} v_m \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & c-1 \\ 0 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c-1 \\ s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_m \\ w_{N/2-1-m} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & a_m \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_m \\ w_{N/2-1-m} \end{bmatrix}$$

$$a_m = \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2N}(2m+1)\right] - 1}{\sin\left[\frac{\pi}{2N}(2m+1)\right]} \quad (19)$$

$$b_m = \sin\left[\frac{\pi}{2N}(2m+1)\right]$$

식 (19)에서  $a_m$ 과  $b_m$ 은 리프팅 계수이다.

본 논문에서 제안한 알고리즘을 IMDCT의 식에 적용하기 위해서, 다음에 나타낸 식 (20)를 식 (2)에 적용해서 정리하면 식 (21)과 같이 나타낼 수 있다 [16].

$$x_m = \begin{cases} y_{m+(N/4)}, & m = 0, 1, \dots, (3N/4) - 1 \\ -y_{m-(3N/4)}, & m = (3N/4), (3N/4) + 1, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (20)$$

$$y_m = \sum_{k=0}^{(N/2)-1} X_k \cos\left[\frac{\pi}{2N}(2k+1)(2m+1)\right], \quad (21)$$

$$m = 0, 1, \dots, (N/2) - 1$$

식 (21)에 나타낸  $y_m$ 은 짝수 반대칭 특성을 갖고 있기 때문에, 식 (22)가 성립된다.

$$y_m = -y_{N-1-m}, \quad m = 0, 1, \dots, (N/2) - 1 \quad (22)$$

식 (22)를 고려하면, 식 (21)은 식 (6)과 완전히 동일한 식으로 볼 수 있기 때문에, IMDCT의 계산을 위해 제안한 MDCT의 알고리즘에 의한 구조를 적용할 수 있다.

### III. 알고리즘의 평가

본 논문에서는 제안한 알고리즘의 성능을 평가하기 위하여 기존의 DCT 기반 MDCT 계산 알고리즘들과 비교하였다. 각 알고리즘을 이용한 MDCT의 계산에서 DCT와 DST의 계산은 동일한 알고리즘을 이용한다고 가정한다. 즉, 각 알고리즘에서 사용하는 DCT와 DST는 계산 복잡도가 모두 같다.

비교를 위해 MDCT의 길이  $N$ 이  $2^n$ , 12, 36라고 가정할 때, 각 알고리즘의 계산 복잡도 비교를 하였고, 표 1과 표 2에 각각 곱셈과 덧셈의 복잡도를 비교한 결과를 나타내었다. 결과에서 알 수 있듯이, 곱셈의 복잡도는 모든 알고리즘에 대해서 곱셈의 복잡도는 같고, 덧셈의 복잡도의 경우, 제안한 알고리즘의 복잡도가 Lee의 알고리즘과 같고, 나머지의 알고리즘들보다 우수함을 알 수 있다.

### IV. 결론

본 논문에서는 DCT를 기반으로 하여 MDCT를 효율적으로 계산하는 새로운 알고리즘을 제안하였다. 기존의 알고리즘들과 비교하여, 제안한 알고리즘은 적은 계산 복잡도를 갖고 있으며, 제안한 알고리즘에 의한 구조는 적은 대기 사이클과 적은 데이

터 처리율을 갖는다. 또한 제안한 알고리즘은 길이가  $2^n$ 인 MDCT 뿐만 아니라, 길이가  $N/4 =$ 정수인 MDCT에도 적용할 수 있으며, 구조적인 측면에서 병렬적 VLSI 구현에 매우 적합함을 알 수 있었다.

표 1. 기존의 알고리즘과의 곱셈 복잡도 비교

$N=2^n$ 일 때	
Algorithm	No. of mul. (MDCT : IMDCT)
Britanak's[14,15]	$3N/4 + n_m : 3N/4 + n_m$
Lee's[16]	$3N/4 + n_m : 3N/4 + n_m$
Krishnan's[18]	$3N/4 + n_m : 3N/4 + n_m$
proposed	$3N/4 + n_m : 3N/4 + n_m$
$N=12$ 일 때	
Algorithm	No. of mul. (MDCT : IMDCT)
Britanak's[14,15]	$9 + n_m : 9 + n_m$
Lee's[16]	$9 + n_m : 9 + n_m$
Krishnan's[18]	$9 + n_m : 9 + n_m$
proposed	$9 + n_m : 9 + n_m$
$N=36$ 일 때	
Algorithm	No. of mul. (MDCT : IMDCT)
Britanak's[14,15]	$27 + : 27 + n_m$
Lee's[16]	$27 + : 27 + n_m$
Krishnan's[18]	$27 + : 27 + n_m$
proposed	$27 + : 27 + n_m$

$n_m$  : the number of multiplications for the DCT and DST

표 2. 기존의 알고리즘과의 덧셈 복잡도 비교

$N=2^n$ 일 때	
Algorithm	No. of add. (MDCT : IMDCT)
Britanak's[14,15]	$(11N/4) - 2 + n_a : (9N/4) - 2 + n_a$
Lee's[16]	$(7N/4) - 2 + n_a : (5N/4) - 2 + n_a$
Krishnan's[18]	$(11N/4) - 2 + n_a : (9N/4) - 2 + n_a$
proposed	$(7N/4) - 2 + n_a : (5N/4) - 2 + n_a$
$N=12$ 일 때	
Algorithm	No. of mul. (MDCT : IMDCT)
Britanak's[14,15]	$31 + n_a : 25 + n_a$
Lee's[16]	$19 + n_a : 13 + n_a$
Krishnan's[18]	$31 + n_a : 25 + n_a$
proposed	$19 + n_a : 13 + n_a$
$N=36$ 일 때	
Algorithm	No. of mul. (MDCT : IMDCT)
Britanak's[14,15]	$97 + n_a : 81 + n_a$
Lee's[16]	$61 + n_a : 43 + n_a$
Krishnan's[18]	$97 + n_a : 81 + n_a$
proposed	$61 + n_a : 43 + n_a$

$n_a$  : the number of additions for the DCT and DST

## 참고 문헌

- [1] J. P. Princen, A. W. Johnson, and A. B. Bradley, "Subband/Transform Coding Using Filter Banks Designs Based on Time Domain Aliasing Cancellation," in Proc. IEEE Int. Conf. Acoustic, Speech and Signal Processing, Dallas, TX, Apr. 1987, pp. 2161-2164.
- [2] ISO/IEC JTC1/SC29/WG11 MPEG, IS 11172-3, "Information Technology - Coding of Moving Pictures and Associated Audio for Digital Storage Media at up to about 1.5 Mbits/s - Part 3: Audio, MPEG-1, 1992.
- [3] T. H. Tsai, "A System Level Integration Design for MPEG Layer III Audio Decoder," in Proc. Int. Conf. Signal Processing (WCCC-ICSP), Beijing, China, Aug. 2000, pp. 1333-1336.
- [4] M. S. Vinton and L. E. Atlas, "A Scalable and Progressive Audio Codec," in Proc. IEEE Int. Conf. Acoustic, Speech, and Signal Processing, Salt Lake City, UT, May. 2001, pp. 3277-3280.
- [5] S. Hashimoto, A. Niwa, H. Okuhata, and I. Shirakawa, "VLSI Implementation of Portable MPEG-4 Audio Decoder," In Proc. 13th Annual IEEE Int. ASIC/SOC Conf., Arlington, VA, Sep. 2000, pp. 80-84.
- [6] M. A. Watson and P. Buettner, "Design and Implementation of AAC Decoders," IEEE Trans. Consumer Electronics, Vol. 46, Iss. 3, pp. 819-824, Aug. 2000.
- [7] X. Yang, S. Shi, and A. K. Wong, "Tradeoffs in Modified Discrete Cosine Transform Implementations," In Proc. Int. Conf. ASIC, Shanghai, China, Oct. 2001, pp. 370-373.
- [8] V. Nikolajevic and G. Fettweis, "New Recursive Algorithm for the Forward and Inverse MDCT," IEEE Workshop Signal Processing Systems, Sep. 2001, Antwerp, Belgium, pp. 51-57.
- [9] H. C. Chiang and J. C. Liu, "Regressive Implementations for the Forward and Inverse MDCT in MPEG Audio Coding," IEEE Signal Processing Letters, Vol. 3, Iss. 4, pp. 116-118, Apr. 1996.
- [10] C. H. Chen, C. B. Wu, B. D. Liu, and J. F. Yang, "Recursive Architectures for the Forward and Inverse Modified Discrete Cosine Transforms," IEEE Workshop Signal Processing Systems, Lafayette, LA., Oct. 2000, pp. 50-59.
- [11] D. Y. Chan, J. F. Yang, and S. Y. Chen, "Regular Implementation Algorithm of Time Domain Aliasing Cancellation," IEEE Proc. Vision, Image, and Signal Processing, Vol. 143, Iss. 6, pp. 387-392, Dec. 1996.
- [12] M. Iwadare, A. Sugiyama, F. Hazu, A. Hirano, and T. Nishitani, "A 128 kb/s Hi-Fi Audio CODEC Based on Adaptive Transform Coding with Adaptive Block Size MDCT," IEEE Journal Selected Areas in Communication, Vol. 10, Iss. 1, pp. 138-144, Jan. 1992.
- [13] P. Duhamel, Y. Mahieux, and J. P. Petit, "A Fast Algorithm for the Implementation of Filter Banks Based on Time Domain Aliasing Cancellation," Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), Apr. 1991, Toronto, Ont., Canada, pp. 2209-2212.
- [14] V. Britanak and K. R. Rao, "A New Fast Algorithm for the Unified Forward and Inverse MDCT/MDST Computation," Signal Processing, Vol. 82, Iss. 3, pp. 433-459, Mar. 2002.
- [15] V. Britanak and K. R. Rao, "An Efficient Implementation of the Forward and Inverse MDCT in MPEG Audio Coding," IEEE Signal Processing Letters, Vol. 8, Iss. 2, pp. 48-51, Feb. 2001.
- [16] S. W. Lee, "Improved Algorithm for Efficient Computation of the Forward and Backward MDCT in MPEG Audio Coder," IEEE Transaction Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, Vol. 48, Iss. 10, pp. 990-994, Oct. 2001.
- [17] W. Jianxin and D. Zaiwang, "A Fast Algorithm for Modified Discrete Cosine Transform," Int. Conf. Communication Technology Proceedings (ICCT), Beijing, China, May. 1996, pp. 445-448.
- [18] T. Krishnan and S. Orantara, "Fast and Lossless Implementation of the Forward and Inverse MDCT Computation in MPEG Audio Coding," Int. Sym. Circuit and Systems (ISCAS), Arlington, Texas, 2002, pp. 181-184.
- [19] P. Lee and F. Y. Huang, "Restructured Recursive DCT and DST Algorithm," IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 42, Iss. 7, pp. 1600-1609, Jul. 1994.