

행렬 Decomposition 방법에 기초한 다중협동 로봇의 동적 조작도 해석

이지홍*, 조복기**
 충남대학교 공과대학 메카트로닉스학과

Analysis of dynamic manipulability for multiple cooperating robot system based on matrix decomposition

Jihong Lee*, Bokgee Cho**
 Mechatronics Engineering Department
 Chungnam National University
 E-mail : *jihong@cnu.ac.kr, **puseri@cnu.ac.kr

Abstract

In this paper, we propose a method that applies matrix decomposition technique to the connection of actuator capabilities of each robot to object acceleration limits for multiple cooperative robot systems. The robot systems under consideration are composed of several robot manipulators and each robot contacts a single object to carry the object while satisfying the constraints described in kinematics as well as dynamics. By manipulating kinematic and dynamic equations of both robots and objects, we at first derive a matrix relating joint torques with object acceleration, manipulate the null space of the matrix, and then we decompose the matrix into three parts representing indeterminacy, connectivity, and redundancy. With the decomposed matrix we derive the boundaries of object accelerations from given joint actuators. To show the validity of the proposed method some examples are given in which the results can be expected by intuitive observation.

속도에 대한 해석은 많은 연구를 통해 많은 성과를 얻고 있다. 하지만, 로봇이 출력하는 힘에 의해서 물체가 받는 힘에 대한 연구는 뚜렷한 성과를 얻지 못하고 있다. 본 논문은 로봇의 속도관계를 해석한 기존의 논문을 기초[1]로 다중협동 로봇의 동적 조작도를 분석하고자 한다. 접촉 조건을 고려한 동적 조작도는 접촉점의 가속도가 0 이라는 가정하에, 로봇과 물체가 상호 작용하는 영역을 찾는다. 로봇과 물체가 지금의 기구학적인 조건을 만족하면서, 상호 작용하는 부분은 수학적으로 영공간에 해당 된다. 이 영공간은 로봇의 영향을 받는 부분과 물체의 영향을 받는 부분으로 구분할 수 있는데, 로봇의 관절 토크의 범위에서 영공간의 범위를 구해 이 영공간을 만족하는 물체의 가속도 영역을 구한다.

논문은 서론, 다중협동 로봇 시스템의 모델링, 적용 예 순으로 구성된다.

I. 서론

여러 로봇이 하나의 물체를 잡고 공동작업을 수행하는 경우, 각 로봇의 동작이 서로 상호 작용하여 물체의 위치를 변경할 수 있다. 이러한 로봇에 대한 위치,

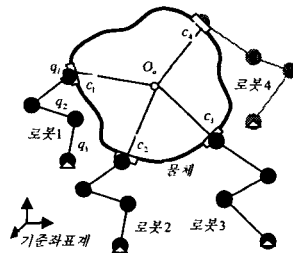


그림 1 다중협동 로봇 시스템의 구조

본 논문은 한국과학재단 기초과학연구사업(과제 : R05-2003-000-10215-0)의 지원하에 이루어졌음.

II. 다중협동 로봇 시스템의 모델링

협동작업을 수행하는 로봇의 개념은 그림 1 과 같이 임의의 위치에서 여러 대의 로봇이 하나의 물체를 잡고 물체의 위치, 속도, 가속도를 변경하는 하는 것이다. 다중협동 로봇 시스템에는 두개의 좌표계를 사용하며, 물체의 위치를 표현하기 위한 고정된 기준좌표계와 물체와 로봇의 접촉 관계를 표현하기 위한 물체 좌표계 (O_o)가 있다. 로봇과 물체의 접촉 (c_i) 관계를 모델링하는 방법으로 다양한 접촉 모델이 사용되고 있는데, 본 논문에는 Hard contact, Very soft contact 모델을 사용하였다. Hard contact 은 접촉점에서 힘을 전달할 수 있는 모델이며, Very soft contact 은 접촉점에서 힘과 모멘트를 모두 전달할 수 있는 접촉 모델이다. 첨가적으로, soft contact 모델은 접촉점에서 힘과 normal 방향의 모멘트를 전달할 수 있는 모델로, 2 차원 평면에서는 hard contact 과 같은 형태가 된다.

$$H(G^T \ddot{\phi} - J\ddot{q}) = 0 \quad (1)$$

다중협동 로봇 시스템의 동적 조작도 해석에 사용된 개념은 다중협동 로봇 시스템의 속도 조작도를 해석하는 방법을 사용하였다[1]. 접촉점에서, 로봇과 물체사이의 상대 속도가 0 이라는 속도 조작도 해석의 개념을 확장하여, 위의 식과 같이 동적 제약 조건으로 접촉점에서 상대 가속도가 0 이라고 하였다.

$$\begin{aligned} \text{Hard contact} \quad H &= \begin{bmatrix} I_{m \times m} & O_{m \times m} \\ O_{m \times m} & O_{m \times m} \end{bmatrix} \\ \text{Soft contact} \quad H &= \begin{bmatrix} I_{m \times m} & O_{m \times m} \\ O_{m \times m} & e^T \end{bmatrix} \\ \text{Very soft contact} \quad H &= [I_{2m \times 2m}] \end{aligned} \quad (2)$$

$$G = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & \cdots & I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3m} & \cdots \\ c_1 \times & \cdots & c_m \times & I_{3 \times 3} & \cdots & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3)$$

(1)식에 사용된 H 는 접촉 조건을 고려하는 selection 행렬, G 는 물체와 접촉점과의 관계를 나타내는 grasp 행렬, J 는 로봇의 Jacobian 행렬, $\dot{\phi}$ 는 물체의 가속도 벡터, \ddot{q} 는 로봇의 관절 가속도 벡터를 나타낸다. H 와 G 는 위의 식과 같은 관계를 갖는다. G 에서 $c_i \times$ 는 외적을 나타내며, 접촉점과의 거리차에서 발생하는 모멘트를 표현하기 위해서 사용하였다.

$$\ddot{\phi} = [\ddot{r}^T \quad \ddot{\omega}^T]^T \quad (5)$$

물체의 가속도 $\ddot{\phi}$ 는 선가속 성분과 회전 가속도 선분을 모아서 상기의 식과 같이 표현하였다.

$$H[(G^T + JM^{-1}J^T G^T I_o)\ddot{\phi} - JM^{-1}\tau] = 0 \quad (6)$$

(1)의 관계에 물체와 로봇의 동역학을 고려하여, 확장하면 위와 같은 같은 관계를 얻을 수 있으며, 여기서, M 은 로봇의 관성 행렬, I_o 물체의 관성 행렬, τ 는 로봇의 관절 토크를 나타낸다.

$$I_o \ddot{\phi} + G_o + V_o = Q_o \quad (7)$$

(6)의 관계를 물체와 로봇의 동역학식으로부터 확장하여 유도하기 위해, 먼저, 물체의 동역학식을 위와 같이 기술하였다. 여기서, G_o 는 중력항, V_o 는 원심력을 나타내며, 관성항과 중력항, 원심력을 모두 합한 성분이 Q_o 가 된다. 물체의 관성항 I_o 는 선가속 성분과 회전가속도 성분에 대하여 표현해야 하므로 아래와 같이 구성한다.

$$I_o = \begin{bmatrix} m_o I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & I \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서, m_o 는 물체의 질량, I 는 물체의 관성 모멘트를 나타낸다.

$$G_o = -m_o g \begin{bmatrix} O_{2 \times 1} \\ 1 \\ O_{3 \times 1} \end{bmatrix}, \quad V_o = \begin{bmatrix} O_{3 \times 1} \\ \omega \times (I\omega) \end{bmatrix} \quad (9)$$

물체의 중력항과 원심력은 위의 식과 같이 표현하며, 물체가 정지상태에 있다고 가정하면, 중력항은 상수가 되고 원심력항은 0 이 된다. 수식을 간략화하기 위해서 중력항을 0 으로 처리 하여 물체의 동역학식 (7)을 아래와 같이 간략화 한 식으로 만들 수 있다.

$$I_o \ddot{\phi} = Q_o \quad (10)$$

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + V_i(q_i, \dot{q}_i) = \tau_i - J_i^T(q_i)F_i \quad (11)$$

여러대의 로봇이 협동작업을 수행하는 경우, 각 로봇의 동역학식으로부터 여러대 로봇의 동역학식을 유도하여야 한다. 상기의 식은 한 대 로봇의 동역학 식을 표현한 것으로, 여기서, F 는 물체에 의해서 로봇에 전달되는 힘과 모멘트 성분으로 로봇은 자신의 몸체를 버티는 힘과 물체를 지지하는 힘의 합을 나타낸다. 이를 m 대 로봇의 경우로 확장을 하여 아래와 같은 로봇의 동역학 식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & o & o \\ o & \ddots & o \\ o & o & M_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \vdots \\ \ddot{q}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_1^T & o & o \\ o & \ddots & o \\ o & o & J_m^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_m \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$+ \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ \vdots \\ G_m \end{bmatrix}$$

$$\tau = M\ddot{q} + J^T F \quad (13)$$

물체의 동력학식을 (10)과 같이 간략화한 것 처럼, 로봇도 정지상태에 있다고 가정하여, (12)를 위와 같은 식으로 간략화 한다.

로봇과 물체에 대한 동력학식을 모두 구하였으므로 이들 사이의 상호 관계를 고려하여 (6)과 같은 식을 얻어야 한다. 여기서, 고려하여야 할 것이 동적 구속 조건이다. 접촉점에서의 가속도가 0 이라는 동적 구속 조건을 적용하면 아래와 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$G^T \ddot{\phi} = \ddot{x} \quad (14)$$

여기서, \ddot{x} 은 접촉점의 가속도 벡터로, 로봇의 각 가속도 성분과 Jacobian 행렬에 의해서 상호 변환할 수 있다. 이러한 변환관계를 이용하여 (13)을 아래와 같이 접촉점의 가속도 벡터 \ddot{x} 과의 관계로 변형한다.

$$JM^{-1}\tau = J\ddot{x} + JM^{-1}J^T F \quad (15)$$

$$JM^{-1}\tau = \ddot{x} + JM^{-1}J^T F$$

(10)과 (15)사이에 (14)와 같은 관계가 있으므로 이를 연관지어 아래와 같은 수식을 얻을 수 있다.

$$G^T \ddot{\phi} = JM^{-1}\tau - JM^{-1}J^T F \quad (16)$$

$$HG^T \ddot{\phi} = HJM^{-1}\tau - HJM^{-1}J^T F$$

$$HG^T \ddot{\phi} - HJM^{-1}\tau + HJM^{-1}J^T F = 0 \quad (17)$$

$$H(G^T \ddot{\phi} + JM^{-1}J^T F - JM^{-1}\tau) = 0$$

(16)에 접촉점의 접촉 조건을 고려하기 위해서 selection matrix H 를 곱하여 위와 같은 식을 유도한다.

$$F = G^* I_o \ddot{\phi} \quad (18)$$

접촉점에서의 힘과 모멘트 벡터인 F 는 물체 중심점의 힘이 각 접촉점의 힘으로의 변환관계에 의해서 위와 같은 식의 관계를 갖게 된다. 이를 (17)에 대입하면, 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$H(G^T \ddot{\phi} + JM^{-1}J^T G^* I_o \ddot{\phi} - JM^{-1}\tau) = 0 \quad (19)$$

$$H \left[G^T + JM^{-1}J^T G^* I_o, -JM^{-1} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \tau \end{bmatrix} \right] = 0$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \tau \end{bmatrix} = Q^* 0 + N(Q)x \quad (20)$$

(19)의 관계의 해는 위와 같이 표현할 수 있으며, Q 는 (19)을 간략화하기 위해서 사용하였다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} x \quad (21)$$

$$\ddot{\phi} = C_1 x, \quad \tau = C_2 x$$

(20)의 $N(Q)$ 는 로봇이 물체의 접촉점의 변경 없이 움직일 수 있는 영역을 나타내며, 이 영역 내에는, 물체가 로봇과 관계 없이 움직일 수 있는 영역 indeterminacy, 물체와 로봇이 같이 움직이는 connectivity, 그리고 로봇이 물체와 관계 없이 움직이는 redundancy의 영역이 존재하며, 기구학적인 조건에 따라 이들 조건이 없을 수도 있다.

$$\tau_{\min} \leq \tau \leq \tau_{\max} \quad (22)$$

로봇의 관절 토크가 위와 같이 주어진 경우, 로봇이 물체를 가속할 수 있는 범위를 (21)의 관계에서 구할 수 있다.

$$Az = b \quad (23)$$

(22)와 같은 부등식의 조건을 등식으로 변환하기 위해서 slack 변수 σ 를 사용하여 위와 같은 등식을 만들 수 있다. 여기서, A, z, b 의 값은 아래와 같다.

$$A = \begin{bmatrix} DC_2 & I \\ -DC_2 & \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} x \\ \sigma \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 - r_{ol} \\ \vdots \\ 1 - r_{or} \\ 1 + r_{ol} \\ \vdots \\ 1 + r_{or} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$D = \text{diag} \left[\frac{2}{\tau_{1\min} - \tau_{1\max}}, \dots, \frac{2}{\tau_{r\min} + \tau_{r\max}} \right]$$

$$r_o = \begin{bmatrix} -\frac{\tau_{1\min} + \tau_{1\max}}{\tau_{1\min} - \tau_{1\max}} & \dots & -\frac{\tau_{1\min} + \tau_{1\max}}{\tau_{r\min} + \tau_{r\max}} \end{bmatrix}^T$$

단위 행렬 I 는 C_2 행렬의 행의 수의 정방행렬로, A 행렬이 정방행렬이 되도록 단위 행렬 I 의 열중 C_2 행렬의 행의 수에서 열의 수를 뺀 만큼의 성분을 조합하여, A 행렬을 구성한다. (23)의 관계에서 A 행렬의 역행렬을 구하여, (22)의 조건에서 x 의 범위를 구한다. 여기서 구한 x 의 범위를 (21)에 적용하여 로봇의 관절 토크의 범위가 주어진 경우에 물체가 움직일 수 있는 가속영역을 구할 수 있다.

III. 적용 예

다중협동 로봇 시스템의 동력 조작도를 구하는 방법을 1축 로봇과 2축 로봇에 적용하여 본 결과이다.

3.1 두대의 1축 로봇

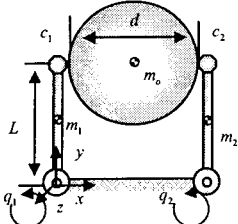


그림 2 협동작업을 수행하는 두대의 1축 로봇

그림 2와 같이 두대의 1축 로봇이 구형 물체를 잡고 있는 경우, 접촉 조건에 따라 물체의 가속범위를 추측하면 hard contact 일 때는 좌우로, very soft contact 의 경우 가속할 수 있는 범위가 없을 것이다. 만약 very soft contact 의 경우에 좌우로 가속을 하게 되면 물체에 모멘트가 생겨, 접촉점의 위치가 이동하게 된다.

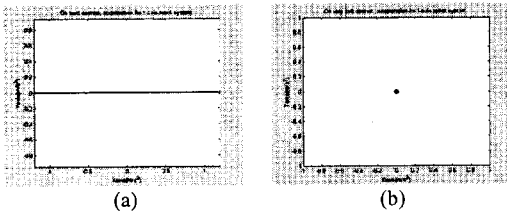


그림 3 1축 로봇의 접촉조건에 따른 물체가 가속 범위 : (a) hard contact : (b) very soft contact

그림 3은 접촉조건에 따른 물체의 가속 범위를 나타낸 것으로 직관과 같은 결과를 얻을 수 있다.

3.2 두대의 2축 로봇

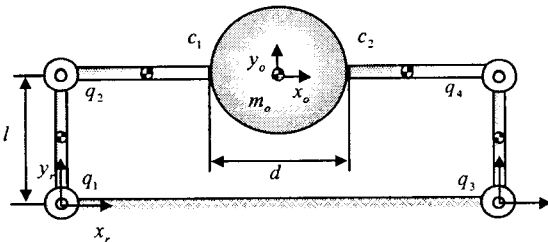


그림 4 협동작업을 수행하는 두대의 2축 로봇

그림 4와 같이 두대의 2축 로봇이 구형 물체를 잡고 있는 경우, 접촉 조건에 따라 물체의 가속범위를 추측하면 hard contact 일 때는 상하좌우로, very soft contact 의 경우 좌우로 가속할 수 있을 것이다. 만약

very soft contact의 경우에 상하로 가속을 하게 되면 물체에 모멘트가 생겨, 접촉점의 위치가 이동하게 된다.

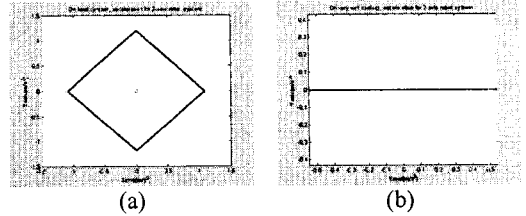


그림 5 2축 로봇의 접촉조건에 따른 물체가 가속 범위 : (a) hard contact : (b) very soft contact

그림 5는 접촉조건에 따른 물체의 가속 범위를 나타낸 것으로 직관과 같은 결과를 얻을 수 있다.

V. 결론

다중협동 로봇의 동적 조작도는 로봇의 관절 토크가 일정한 범위로 주어지는 경우 조작물의 가속범위를 구하는 것으로, 본 논문에서는 1축 로봇과 2축 로봇과 같이 부족 자유도를 갖는 경우에 동적 조작도를 분석하여 보았다.

향후, 이 방법을 적합 자유도를 갖는 경우와 여자유도를 갖는 경우로 확장하여 분석해 볼 것이다. 또한, 접촉면의 마찰력을 고려한 접촉 조건을 고려해 볼 것이다.

참고문헌

- [1]Antonio Bicchi, Claudio Melchiorri, and Daniele Balluchi, "On the Mobility and Manipulability of General Multiple Limb Robots," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 11, no. 2, 1995, pp. 215-228
- [2]Tsuneo Yoshikawa, "Manipulability of robotic mechanisms," The International Journal of Robotics Research, vol. 4, no. 2, Also appearing Robotics Research, The Second International Symposium. 1985.
- [3]T. Yoshikawa, "Analysis and Control of Robot Manipulators with Redundancy," Robotics Research, eds. M.Brady and R. Paul, MIT Press, Cambridge, MA, 1984, pp. 735-747.
- [4]Jihong Lee, "Velocity Workspace Analysis for Multiple Arm Robot Systems. " Robotica vol. 19, no. 5, vol. 5, 2001, pp. 581-591.