

# 고성능 전동기 구동 시스템에서 빠른 응답을 가지는 PI 속도제어기 설계

조 내 수, 박 철 우, \*구 본 호, \*임 성 운, 권 우 현  
경북대학교 전자공학과, \*경일대학교 제어계측공학과  
전화 : 053-940-8526 / 핸드폰 : 011-9209-2663

## Design of PI Speed Controller with High Speed Response in High Performance Motor Driving System

### Abstract

The PI controller has many trial-and-error steps for gain design. This paper proposes a new design concept. In this method, a degree of stability and Kharitonov theory are applied and the controller gain is directly expressed by system parameters and current controller's bandwidth. Simulation results for permanent magnetic synchronous motor(PMSM) driving systems confirm the validity of proposed method.

### I. 서론

현재 산업계에서는 고성능 전동기 구동시스템의 응용분야가 많아지고 있다. 고성능 전동기 구동시스템의 경우 위치 속도 전류제어기 순의 직렬 구조를 가진다 [1]. 이런 직렬 구조를 가짐으로써 안정성을 향상시킬 수 있다. 한편 빠른 응답특성을 가지는 고성능 전동기 구동시스템의 실현을 위해서는 이상적인 전류제어기 뿐만 아니라 넓은 속도영역에서의 우수한 속도응답특성이 필수적이다. 일반적으로 사용되는 속도제어기의 경우 구현이 간단하고 비교적 성능이 우수한 PI형 제어기를 많이 사용하고 있다. PI형 제어기에는 PI제어기 및 PI제어기에 비해 속도는 느리나 오버슈트를 억제할

수 있고 진동이 적은 IP제어 방식을 사용하기도 한다. 이런 PI형 제어기의 문제점은 제어기 이득 선정에 따른 많은 시행착오를 가진다는 것이다. 일반적으로 제어기의 이득선정 방법에는 경험에 의한 방법과 전달함수의 응답특성 및 보데 선도를 이용하여 이득을 설정하는 방법 등이 이용되고 있다[2]. 그러나 이런 방법들은 시스템의 파라미터 변동 및 부하변화에 대하여 제어기의 이득을 재설정해야 하는 문제점이 발생한다.

본 논문에서 빠른 응답특성을 가지는 고성능 구동시스템의 설계를 위해 안정성도 최대화 방법[3,4]을 이용하여 속도제어기의 이득을 시스템의 파라미터 및 전류제어기의 대역폭으로 나타냄으로써 제어기 이득선정에 따르는 시행착오를 제거하였으며 파라미터 변동에 따른 안정성을 Kharitonov 다항식을 이용하여 나타내었다[3,4]. 설계된 제어기의 성능을 확인하기 위해서 matlab simulink를 이용한 모의실험을 수행하였다.

### II. 속도제어기 설계

#### 2.1 속도제어기의 구조 와 기존의 이득설계 방법

그림 1은 일반적인 속도제어기의 구조를 나타내고 있다. 여기서,  $G_{sc}(s)$ ,  $G_{cc}(s)$ ,  $G_p(s)$ 는 각각 속도제어기와 전류제어기 및 기계적 시스템을 나타낸다. 또  $K_P$ ,  $K_I$ 는 PI 속도제어기의 이득을  $w_{cc}$ 는 전류제어기의 대역폭을  $K_T$ ,  $J_m$ ,  $R_m$ 은 각각 토크상수와 관

성계수 및 마찰계수를 나타낸다.

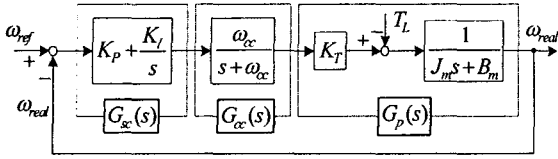


그림 1. 일반인 속도제어기의 구조

그림 1에서 전류제어기를 이상적으로 가정 할 경우 전류제어기의 전달 특성은  $G_{cc}(s) = 1$ 로 주어지며 전체 전달함수는

$$G(s) = \frac{\left(\frac{K_P K_T}{J_m}\right) \cdot \left(s + \frac{K_I}{K_P}\right)}{s^2 + \left(\frac{B_m + K_P K_T}{J_m}\right)s + \frac{K_I K_T}{J_m}} \quad (1)$$

로 주어진다. 여기서 마찰계수  $B_m$ 에 의한 토크는 부하 토크에 포함된 것으로 가정하면 식 (1)은 다음과 같이 간략화 된다.

$$G(s) = \frac{\left(\frac{K_P K_T}{J_m}\right) \cdot \left(s + \frac{K_I}{K_P}\right)}{s^2 + \frac{K_P K_T}{J_m}s + \frac{K_I K_T}{J_m}} \quad (2)$$

PI 속도제어기 대신 IP제어기를 이용할 경우 전달함수는 식 (3)로 나타난다.

$$G(s) = \frac{\frac{K_I K_T}{J_m}}{s^2 + \frac{K_P K_T}{J_m}s + \frac{K_I K_T}{J_m}} \quad (3)$$

식 (2)또는 (3)을 이용하여 속도제어기의 이득을 설정할 경우 일반적으로 식 (4)와 같은 형태를 가지게 된다[5,6].

$$K_P = \alpha \frac{2J_m \zeta \omega_{sc}}{K_T}, \quad K_I = \beta \frac{J_m \omega_{sc}^2}{K_T} \quad (4)$$

여기서,  $\zeta$ ,  $\omega_{sc}$ 는 각각 감쇠계수 및 속도제어기 주파수 대역폭을 나타내며  $\alpha$ ,  $\beta$ 는 시스템 파라메타의 변동에 따라서 새롭게 설정되어야 할 제어기의 변동 값을 의미한다. 따라서 PI 및 IP제어기의 경우 이득 설정에 많은

시행착오를 요하게 된다.

## 2.2 제안된 속도제어기의 이득 설계 방법

본 논문에서는 전류제어기의 동특성을 고려한 설계를 위하여 전류제어기의 전달 특성을 그림 1과 같이 1차 지연 특성으로 두었다. 따라서 그림 2의 속도제어기 특성방정식  $Q(s)$ 는

$$Q(s) = s^3 + \left(\frac{B_m + J_m \omega_{sc}}{J_m}\right)s^2 + \left(\frac{B_m \omega_{sc} + K_T K_P \omega_{sc}}{J_m}\right)s + \frac{K_T K_I \omega_{sc}}{J_m} \quad (5)$$

로 주어진다.

먼저 안정성도[3,4] 최대화 되는 이득을 구하기 위해 식 (5)에  $s = q - \gamma$ 를 대입하여 변환된 새로운 특성방정식  $Q_i(q)$ 는

$$Q_i(q) = Q(q - \gamma) = c_{0i}q^3 + c_{1i}q^2 + c_{2i}q + c_{3i} \quad (6)$$

로 주어진다. 여기서

$$c_{ki} = \frac{1}{(n-k)!} \left. \frac{\partial^{n-k} Q(\lambda)}{\partial \lambda^{n-k}} \right|_{\lambda = -\gamma}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

와 같다. 이것은 원래의 특성방정식의 근을 허수축으로  $\gamma$  만큼 이동시키는 것을 의미한다. 식 (6), (7)에 Hurwitz의 행렬식과 Mikhailov 안정도 판별법[4]을 적용하여 필요안정 한계조건을 나타내면

$$c_{0i} \geq 0, \quad c_{1i} \geq 0, \quad c_{2i} \geq 0, \quad c_{3i} \geq 0, \quad \Delta_2 \geq 0 \quad (8)$$

$$Q_i(j\omega) = u_i(\omega) + jv_i(\omega) = 0$$

로 주어진다. 또 어떤 매개변수  $\delta$ 에 대하여 안정성도가 최대가 되는  $\gamma$ 를 구하기 위해서 식 (8)을 이용한다. 일반적인 경우 특성방정식의 근이 어떤 매개 변수에 관하여 나타낼 수 있다. 따라서 위의 식 (8)에서  $\gamma$ 가 가능한 최대 값의 한계 식 (9)와 안정성도의 정의로부터  $\gamma = \min_i |Re(\gamma_i)|$  이기 때문에 식 (10)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 Q(s) &= c_0(s-s_1)(s-s_2)\cdots(s-s_n) \\
 &= c_0(s^n - (s_1+s_2+\cdots+s_n)s^{n-1} + \cdots) \\
 &= c_0\left(s^n + \frac{c_1}{c_0}s^{n-1} + \cdots\right)
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$0 < \gamma \leq \gamma_{\max} = \frac{1}{n} \frac{c_1}{c_0} \tag{10}$$

식 (10)으로부터 어떤 특성근의 실수 절대 값이  $\gamma_{\max}$  보다 더 크면 반드시 실수 절대 값은  $\gamma_{\max}$  보다 더 작은 근이 존재 하므로, 이 경우 안정성도는  $\gamma_{\max}$  보다 반드시 작아짐을 알 수 있다. 안정성도가 최대가 되는 제어기의 이득을 구하기위해서 식 (7)과 (8)에서  $Q_i(q)$ 의 각 계수들은 식 (11)로 주어진다.

$$\begin{aligned}
 c_{3i} &= -\gamma^3 + a_1\gamma^2 - (a_2 + b_0K_P)\gamma + b_0K_I \\
 c_{2i} &= 3\gamma^2 - 2a_1\gamma + a_2 + b_0K_P \\
 c_{1i} &= -3\gamma + a_1, \quad c_{0i} = 1
 \end{aligned} \tag{11}$$

식 (11)에서 구한 각 계수들을 식 (8)에 적용하여 정리하면

$$\begin{aligned}
 K_p &= \frac{J_m}{w_{cc}K_T} \left\{ \frac{1}{3} \left[ \frac{(w_{cc}J_m + B_m)}{J_m} \right]^2 - \frac{w_{cc}B_m}{J_m} \right\} \\
 K_I &= \frac{J_m}{27w_{cc}K_T} \left[ \frac{(w_{cc}J_m + B_m)}{J_m} \right]^3
 \end{aligned} \tag{12}$$

로 주어진다. 설계를 간단히 하기 위하여 마찰계수를 부하에 포함 시키면 식 (12)는

$$K_p = \frac{J_m w_{cc}}{3K_T}, \quad K_I = \frac{J_m w_{cc}^2}{27K_T} \tag{13}$$

로 간단하게 나타난다.

### 2.3 관성계수변화에 대한 견실성

본 논문에서 설계된 제어기의 특성과 관성계수변화에 대한 견실성을 조사하기위하여 식 (6)의 특성방정식에서 관성계수가 -60%에서 +100%까지 변했을 경우를 가정하여 안정한  $K_P$ 와  $K_I$ 의 범위를 구하기로 한다. 제어계의 특성방정식의 차수가 3차이므로 Kharitonov 다항식은  $Q_1(\lambda)$ 이 안정한 다항식인가를 검토하면 된다.  $Q_1(\lambda)$ 은 식 (14)로 주어진다.

$$Q_1(\lambda) = a_3^{(M)}, a_2^{(m)}, a_1^{(m)}, a_0^{(M)} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 a_0^{(M)} &= 1, & a_1^{(m)} &= w_{cc} \\
 a_2^{(m)} &= \frac{w_{cc}K_T K_P}{2J_m}, & a_3^{(M)} &= \frac{w_{cc}K_T K_I}{0.4J_m}
 \end{aligned} \tag{15}$$

여기서 M, m은 관성계수의 변화에 대한 특성방정식의 각계수의 최대 값과 최소 값을 의미하며 각 계수들은 식 (15)에 나타내었다.

$Q_1(\lambda)$ 가 안정한 다항식이 되기 위해서는 Hurwitz의 행렬  $\Delta_2$ 가 식 (16)의 조건을 만족하면 된다.

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} a_1^{(m)} & a_3^{(M)} \\ a_0^{(M)} & a_2^{(m)} \end{pmatrix} = a_1^{(m)}a_2^{(m)} - a_3^{(M)}a_0^{(M)} > 0 \tag{16}$$

따라서 관성변화에 대하여 견실한 제어기의 이득은

$$0 < \frac{K_I}{K_P} < \frac{w_{cc}}{5} \tag{17}$$

을 만족하여야 한다. 식 (13)은 식 (17)을 만족하므로 본 논문에서 제안한 속도제어기의 이득 설정이 관성계수의 변화에 대해서도 견실한 특성을 지님을 알 수 있다.

## III. 모의실험 결과

모의실험 순서는 표 1에 있는 400[W] PMSM[6]을 대상으로 속도응답특성을 저속에서 고속까지의 속도 영역 및 관성변화, 부하변화에 따른 응답특성을 확인 하였으며, 이때 진류제어기의 대역폭은 3000[rad/sec]으로 하였다. 여기서 PI제어기에서 발생할 수 있는 적분기 포화 현상을 방지하기위해서 적분기 와인드업을 사용하였다.[5]

표 1. 400[W] PMSM의 정격 및 상수

정격 출력	400[W]
정격 속도	3000[rpm]
토크 상수	0.332[Nt-m/A]
관성 계수	$3.6 \times 10^{-5}$ [kg-m <sup>2</sup> ]
마찰 계수	$1.8 \times 10^{-4}$ [Nt-m/(rad/s)]

### 3.1 무부하시 속도응답

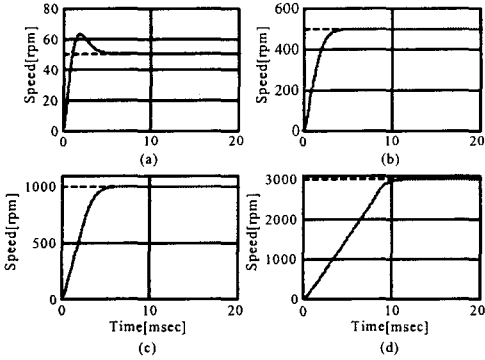


그림 2. 여러 가지 속도지령에 대한 속도응답

그림 2는 무부하시 속도 명령을 각각 50, 500, 1000, 3000[rpm]을 인가했을 경우의 속도응답특성을 나타낸다. 저속영역인 50[rpm]에서는 오버슈트가 많이 발생하였으나 중, 고속 영역에서는 오버슈트 없이 빠른 응답을 보임을 알 수 있다.

### 3.2 관성변화에 따른 속도응답

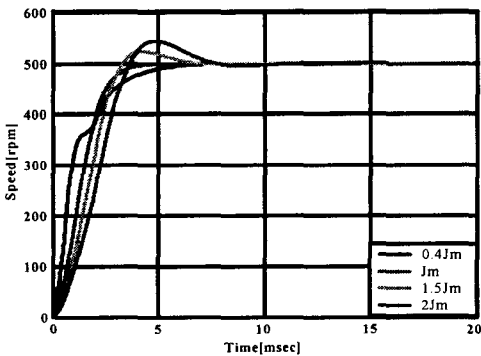


그림 3. 관성변화에 따른 속도응답

그림 3은 관성변화에 대한 속도응답으로 관성변화가 -60%에서 +100%변했을 경우의 응답을 나타낸다. 관성이 증가함에 따라 오버슈트는 발생하나 안정한 특성을 가짐을 알 수 있다.

### 3.3 부하변화에 따른 속도응답

그림 4는 3000[rpm]의 속도로 회전하고 있는 전동기에 50[msec]에서 50[ms]동안 정격 부하를 인가했을 경우 응답특성이다. 부하 변화 전후에만 약간의 속도 변화( $\pm 130$ [rpm])만을 가지며 부하에 대해 빠르게 반응함을 알 수 있다.

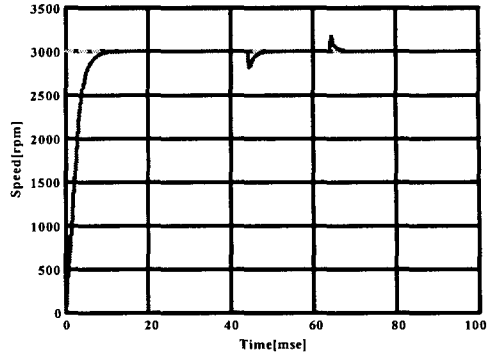


그림 4. 부하변화에 대한 속도응답

## IV. 결론

본 논문에서는 기존의 고성능 전동기 구동시스템의 속도제어기에서 사용되어온 PI형제어기의 이득설정에 따르는 시행착오를 줄일 수 있는 방안으로 안정성도 최대화 방법을 이용하여 빠른 응답특성을 가지는 제어기의 이득을 설정하였다. 또 시스템 파라미터 변동에 대한 문제점을 해결하기위해서 Kharitonov의 견실제어 이론을 적용하여 실제 구한 제어기 이득이 시스템 파라미터 변화에 견실한 조건을 만족함을 보였다. 모의 실험결과 설계된 제어기의 응답특성이 매우 우수함을 알 수 있었으며 실험을 통한 검증이 필요하다.

## 참고문헌

- [1] 小山正人, 玉井伸三, "산업용 서보모터의 제어시스템 설계," *대영사*, pp. 1-12, 2000.
- [2] K. Ogata, "Modern control engineering, 2nd," *Prentice-Hall*, pp. 579-588, 1996.
- [3] S. P. Bhattacharyya, H. Chapellat and L. H. Keel, "Robust control the parametric approach," *Prentice-Hall*, 1995.
- [4] D. P. Kim, "Automatic control theory of linear control systems," *한울출판사*, pp. 115-199, 1998.
- [5] 설승기 "진기기기제어론," *브레인코리아*, pp. 105-111, 2002.
- [6] 석줄기, 이동훈, "전류제어기 동특성을 고려한 산업용 서보 구동시스템의 속도제어기 설계," *전력전자학회 논문지 제7권 5호*, pp. 465-471, 2002.