

일반적인 접촉특성을 이용한 휠/레일 접촉모듈 프로그램 개발에 관한 연구

A study on the development of wheel-rail contact module using general contact mechanism

박찬경* 배대성** 조희재*** 조영걸****
Park, Chan-Kyoung Bea, Dea-Sung Cho, Hee-Jae Cho, Young-Geol

ABSTRACT

The railway vehicle is composed of many suspension components, such as 1st springs, 2nd dampers, that have an influence on the dynamic characteristics of high speed train. Also, the wheel/rail shapes and its contact mechanism affect the dynamic behavior of high speed train. but these geometric contact characteristics are nonlinear functions of the wheelset lateral displacement and it do not exact dynamic analysis for high speed train. there is a need to develop a new wheel/rail contact module for dynamic behavior and wheelset model is divided motor box, wheel box and wheel body. This wheel is moved by motor box and constrained by joint. It is almost same a train and its result is more exactly.

1. 서론

철도차량은 여러 질량 요소들이 각종 현가장치들과 연결된 하나의 시스템으로 구성되어 있기 때문에 동특성 해석에 있어서 많은 시간과 노력이 요구되고 있다. 이로 인해 동특성 해석을 위한 방법은 축소 구성한 모델의 해석이며, 이 결과를 통해 전체 열차 편성에 대한 동적 거동을 유추하고 있다. 그러나 이러한 해석은 상업운행에 대한 동적 거동을 완벽하게 모사하지 못할 뿐만 아니라 후부의 사행동 현상을 예측하기 어렵다. 일반적인 휠과 레일의 접촉 메커니즘은 Creep 이론을 바탕으로 해서 Creep force를 계산하는데 이것은 저속 차량에 대해서는 신뢰성을 가지고 있지만 KTX와 같이 고속 주행하며, 상대적으로 작은 변화량을 가지는 접촉 메커니즘을 완벽하게 구현하기에는 어려움이 있다. 따라서 본 연구는 고속전철의 동특성을 파악하기 위해 기존의 Creep 이론과는 다른 접근이 필요하게 되었고 휠/레일 접촉 메커니즘을 Compliance contact force와 Friction force로 구현하게 되었다. 이 논문은 크게 접촉 위치를 찾는 알고리즘과 접촉 하중 및 작용력의 계산 그리고 차량 모델링으로 나뉘어져 있다. 먼저 접촉 위치는 기존의 알고리즘들이 휠의 y방향 변위로만 접촉 위치를 찾게 되는 것과는 다르게 실제적인 접촉 위치는 휠의 yaw량에 의해서 달라질 수도 있다는 것에 착안하여 시도되었다. 따라서 본 논문에서는 연속성을 가진 데이터로부터 출발하여 정확한 접촉점으로 접근하는 방식을 취하였으며, 휠에서의 접촉하중과 작용력은 실제 휠에 작용하는 힘들과 가깝게 하기 위하여 구해진 접촉점에 관한 정보를 통하여 얻어진 휠과 레일의 접촉력과 마찰력을 이용해 계산하였고, 기존의 휠셋모델을 휠과 휠 박스로 구분하여 휠의 회전이 가능하도록 하였으며, 휠은 모터에 의해 구동되는 모델로 전환하여 보다 실제와 동일한 조건을 만들 수 있도록 하였다. 이러한 과정들은 앞서 밝힌 것과 같이 레일 위에서 고속에서 구동하게 되는 차량의 동특성을 보다 빠르게 파악하게 되었으며 이를 토대로 본 논문의 마지막에는 저속의 모델을 가지고 VAMPIRE와의 특성을 비교한 결과를 가지고 이론의 검증을 시도하였으며 7량의 모델을 구성하여 그 결과를 그래프로 답았다.

* 한국철도기술연구원 선임연구원, 정회원

** 한양대학교 기계정보공학부 교수, 비회원

*** 한양대학교 정밀기계공학과 박사과정, 비회원

****한양대학교 정밀기계공학과 석사과정, 비회원

2. Wheel / Rail Contact module 알고리즘

2.1 접촉점의 계산

Fig 2.1처럼 휠과 레일의 접촉점은 항상 휠의 중심을 지나는 선 위에 존재하게 된다. 이것은 휠의 중심선 위에 있는 반경이 가장 큰 접촉 반경을 가지기 때문이다. Fig 2.1에서처럼 휠과 레일의 접촉이 일어나면 하나의 휠 선형식과 두 개의 레일 선형식으로부터 접촉점을 계산할 수 있다. 물론 플랜지에 접촉이 될 경우에는 접촉점이 이동될 수 있는데 만약 휠이 플랜지에서 레일과 접촉이 되면 따로 접촉점을 계산하게 된다. 먼저 휠과 두 레일의 중심선 위의 임의의 점을 각각 정하면 아래와 같은 선형식들을 구성할 수 있으며 이 점들은 레일의 중심좌표를 기준으로 벡터값으로 변환할 수 있다.

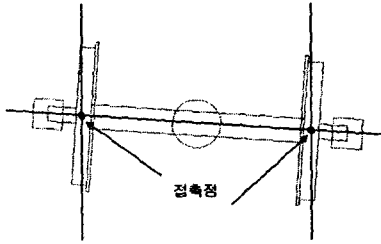


Fig 2.1 Line of Wheel/Rail

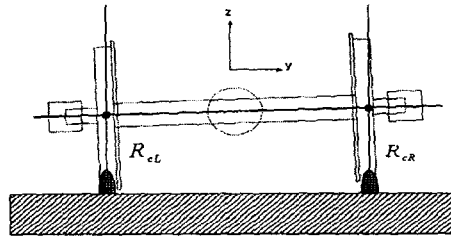


Fig 2.2 Contact point and Real point

$$P_{w1} = A_r^T (r_W + A_W s'_{wn,r} - r_r)$$

$$(1) \text{ 휠에서의 두 점 : } P_{w2} = A_r^T (r_W + A_W s'_{wn,l} - r_r) \quad (1)$$

$$(2) \text{ 휠의 두 점을 이용한 선형식 : } L_w = P_{w1} + u(P_{w2} - P_{w1}) \quad (2)$$

$$(3) \text{ 레일에서의 점들을 이용한 선형식 : } L_{RR} = s'_{m,r1} + v_R(s'_{m,r2} - s'_{m,r1}), \quad L_{RL} = s'_{m,l1} + v_L(s'_{m,l2} - s'_{m,l1}) \quad (3)$$

위의 식 (2), (3), (4)를 연립하여 풀면 휠과 레일의 선형식은 2차원 문제로 전환할 수 있으며, 항상 해가 존재하기 때문에 식 (2)의 z 방향 값은 의미가 없다. 따라서 식을 풀게 되면 해 u_r, u_l 와 v_r, v_l 을 계산할 수 있고. 여기서 나온 식을 원래의 식 (2), (3), (4)에 대입하면 휠과 레일의 각각 오른쪽과 왼쪽의 휠 중심 선상에 있는 점을 구할 수 있다.

(4) 휠과 레일의 좌우 접촉점 :

$$\text{오른쪽 접촉점 : } P_{cr,w} = P_{w1} + u_r(P_{w2} - P_{w1}), \quad P_{cr,r} = s'_{m,r1} + v_r(s'_{m,r2} - s'_{m,r1}) \quad (4)$$

$$\text{왼쪽 접촉점 : } P_{cl,w} = P_{w1} + u_l(P_{w2} - P_{w1}), \quad P_{cl,r} = s'_{m,r1} + v_l(s'_{m,r2} - s'_{m,r1}) \quad (5)$$

2.2 휠의 자세 변화

휠은 그 횡방향 축을 중심으로 계속 회전하는 강제이다. 이 축을 중심으로 휠의 x, z방향축은 변하게 되는데 이것은 접촉점을 계산하는데 매우 어려운 요인이 된다. 만약 휠이 횡방향 축으로 회전 운동을 하지 않는 어떤 임의의 좌표계를 생각해 보자. 그 좌표계에서는 휠의 y축에 대한 회전을 무시했기 때문에 그 x축은 휠의 진행 방향과 같고, 그 y-z 평면은 휠의 단면을 나타내며 플랜지 접촉이 없으면 그 단면에 접촉점이 존재하게 된다. 그 새로운 단면 기준 좌표계는 다음과 같이 계산할 수 있다. 또한 휠의 단면 좌표계뿐만 아니라 휠이 레일과 직접 맞닿는 접촉 좌표계는 항상 그 단면에 존재하며 진행 방향 축은 단면 좌표계의 그것과 동일하다. 따라서 접촉 좌표계는 그 단면 좌표계에서 x축 회전해서 만들어지는 좌표계이다. 이것의 회전각은 식 (8)을 이용하여 계산할 수 있다. 그리고 이러한 휠의 자세 변화는 반드시 roll 각과 yaw 각의 변화도 가져오고 특히 처음에는 고려하지 않았던 roll 각의 계산을 통하여 2차원 평면의 개념에서 접근하였던 접촉점을 실제의 접촉점으로 이동시켜 실제와

동일한 입체적인 휠의 접촉점을 구할 수 있게 되는 것이다.

$$(6) \text{ 휠의 단면 좌표계 ; } A_c = \{f_c, g_c, h_c\}^T \quad (g_c = g_w, f_c = \tilde{g}_c h_r, h_c = \tilde{f}_c g_c) \quad (6)$$

위의 식에서 g_w 는 휠의 y 방향 축이고 h_r 은 레일의 z 방향 축을 의미한다. 또한 식 (8)에서 δ_r 은 휠을 선형으로 가정했을 때 conicity를 의미한다.

(6) 휠의 접촉 좌표계 :

$$c_{cr} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta_r) & -\sin(\delta_r) \\ 0 & \sin(\delta_r) & \cos(\delta_r) \end{bmatrix} \quad c_{cl} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta_l) & \sin(\delta_l) \\ 0 & -\sin(\delta_l) & \cos(\delta_l) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$(7) \text{ Roll 과 Yaw angle의 결정 : } \phi = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}(g_c^T h_r), \quad m = \cos^{-1}(g_c^T f_r) - \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

(8) 좌우 접촉반경 :

$$\begin{aligned} r_{c,r}^* &= r_n + \Delta l_r \cdot \tan \delta_R & r_{c,l}^* &= r_n + \Delta l_l \cdot \tan \delta_L \\ \Delta l_r &= l_n - l_{y,r} & \Delta l_l &= l_n - |l_{y,l}| \\ l_{y,r} &= a_{w,y} + u_r \cdot b_{w,y} & l_{y,l} &= a_{w,y} + u_l \cdot b_{w,y} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 r_0 과 l_n 은 nominal 접촉 반경과 휠의 nominal 접촉점까지의 횡방향 거리이고 δ_R 과 δ_L 은 휠의 conicity이다. 만약 휠의 roll 각을 고려한다면 접촉 반경과 그 접촉점은 아래와 같은 식으로 계산된다.

(9) roll 각을 고려한 접촉위치 :

$$1) \phi = 0 \text{ 일 때 } r_{c,r}^* = r_{c,r}, \quad r_{c,l}^* = r_{c,l} \quad (10)$$

$$2) \phi > 0 \text{ 일 때 } \therefore r_{c,r} = \frac{r_{c,r}^* \cdot \sin(90 - \delta_R)}{\sin(90 - \delta_R - \phi)} \quad \therefore r_{c,l} = \frac{r_{c,r}^* \cdot \sin(90 - \delta_L)}{\sin(90 - \delta_L - \phi)} \quad (11)$$

$$3) \phi < 0 \text{ 일 때 } \therefore r_{c,r} = \frac{r_{c,r}^* \cdot \sin(90 - \delta_R)}{\sin(90 + \delta_R - |\phi|)} \quad \therefore r_{c,l} = \frac{r_{c,r}^* \cdot \sin(90 + \delta_L)}{\sin(90 - \delta_L - |\phi|)} \quad (12)$$

위에서의 접촉반경과 roll 각을 고려한 접촉점은 다음과 같고 이것은 휠의 단면 좌표계에서 바라본 벡터들이다.

$$s'_{cc,r} = \begin{Bmatrix} 0 \\ l_{y,r} - r_{c,r} \sin \phi \\ -r_{c,r} \cos \phi \end{Bmatrix} \quad s'_{cc,l} = \begin{Bmatrix} 0 \\ l_{y,l} - r_{c,l} \sin \phi \\ -r_{c,l} \cos \phi \end{Bmatrix} \quad (13)$$

(10) 접촉 침투량 (contact penetration)

위에서 구한 두 점과 레일에서의 접촉점과의 관계를 이용하면 접촉점에서의 휠과 레일의 상대 위치 벡터를 단면 좌표계의 값으로 나타낼 수 있다.

$${}^c d_{wR} = A_c^T (r_r + A_r s'_{rc} - r_w) - s'_{cc} \quad (14)$$

식 (15)와 휠의 conicity를 이용해서 휠의 오른쪽과 왼쪽의 접촉 침투량을 각각 계산하면 다음과 같다.

$$\delta_R = \cos \lambda_R \cdot {}^c d_{wR,R}(z) \quad \delta_L = \cos \lambda_L \cdot {}^c d_{wR,L}(z) \quad (15)$$

(11) 접촉점에서의 상대 속도 :

접촉점에서의 상대 속도는 그 상대 위치를 시간에 대한 미분을 취하여 아래와 같이 얻을 수 있다. 이 때 레일은 ground 좌표계에 고정되어있다고 가정하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$w'_c = A_c^T w_w \quad (16)$$

$$\dot{d}_c = \dot{r}_w + A_c \tilde{w}'_c s'_{cc} \quad (17)$$

식 (17)과 (18)을 접촉 좌표계의 벡터로 계산하면 아래와 같이 된다.

$${}^c \dot{d}_c^* = (A_c c_c)^T \dot{d}_c \quad (18)$$

$${}^c w_c^* = c_c^T w'_c \quad (19)$$

2.3 작용력 계산

앞서서 구한 접촉점과 그 점에서의 상대 속도는 실제로 휠에 작용하게 되는 하중과 마찰력을 구하는데 사용된다. 본 절에서는 휠과 레일의 Compliance 특성을 고려한 접촉 하중과 마찰력을 계산하도록 하고 점으로 표현되었지만 실제로는 일정부분의 면적에 대한 접촉이 생기는 만큼 그에 대한 회전 마찰력을 구하도록 한다. 또한 이 힘들은 임의의 접촉 좌표계에서 계산된 힘들이므로 동특성 해석을 위한 모델링을 위하여 휠의 질량중심으로 이동시켜서 표현하도록 한다.

(12) 수직하중 :

$$f_s = k \cdot \delta \quad (20)$$

$$f_d^* = -2 \cdot \sqrt{m_w \times k} \cdot \xi \cdot \dot{\delta} \quad (21)$$

식 (21)에서 k 는 접촉점의 탄성계수이고 식 (22)에서 m_w 은 휠의 질량, ξ 는 감쇠비, $\dot{\delta}$ 은 식 (19)에서의 z축 성분을 의미한다. 따라서 접촉 수직하중은 식 (23)과 같이 계산할 수 있다.

$$f_n = \text{Max}(0, f_s + f_d^*) \quad (22)$$

(13) 휠의 진행방향과 횡방향의 마찰력 :

$$f_{long} = -\text{sign}({}^c \dot{d}_c^*(long)) \cdot \mu_1 \cdot |f_n|, \quad f_{lat} = -\text{sign}({}^c \dot{d}_c^*(lat)) \cdot \mu_2 \cdot |f_n| \quad (23)$$

(14) 회전에 의한 마찰 토크 :

$$\tau_s = -k \cdot \varphi \cdot \cos(\delta) - c \cdot \omega_{cz}^* \quad (24)$$

여기서 k , c 는 각각의 탄성계수와 감쇠계수를 나타내며 φ 는 휠의 yaw량, δ 는 휠의 conicity이고 ω_{cz}^* 는 휠의 z방향 각속도를 의미한다.

(15) 휠의 질량중심으로의 이동식 :

$$f_c = A_c c_c f_c^*, \quad \tau_{c1} = \tilde{s}_{cc} f_c, \quad \tau_{c2} = A_c c_c \tau_c^*, \quad \tau_c = \tau_{c1} + \tau_{c2} \quad (25)$$

여기서 $s_{cc} = A_c s'_{cc}$ 와 같이 계산될 수 있으며 접촉점까지의 거리 벡터이다. 그리고 토크는 접촉점에서의 수직하중이 휠의 질량중심으로 옮겨지면서 생기는 토크와 순수하게 접촉점에서 계산된 토크가 휠 질량 중심에 작용하는 토크로 변환될 때의 하중을 의미한다. 따라서 질량중심에서의 총 토크의 값은 식 (25)과 같고 수직하중과 같이 고려되면 식 (26)과 같이 쓸 수 있게 된다.

$$Q = Q_c + \begin{Bmatrix} f_c \\ \tau_c \end{Bmatrix} \quad (26)$$

3. 차량 모델링

철도차량의 동적거동 해석은 FunctionBay사의 RecurDyn이라는 동역학 해석프로그램을 사용하여 수행하였다. 먼저 새로운 휠/레일 접촉 모듈의 신뢰성을 검증하기 위하여 간단한 대차모델의 휠에 횡방향으로 10 KN의 Impulse를 가하여 그 동적거동을 철도차량 해석프로그램인 Vampire와 비교하였

다. 또한 동적거동 해석을 위한 시스템 편성 모델은 총 7량으로 그 구성은 한국형 고속전철 시제차량의 편성인 동력차 + 동력객차 + 객차(3대) + 동력객차 + 동력차로 구성되었으며, 대차는 동력차용 동력대차 (PMB, Power Motor Bogie) 4대, 동력객차용 동력대차(MTB, Motorized Trailer Bogie) 전후 2대 및 동력객차와 객차, 객차와 객차를 연결하는 관절대차(ATM, Articulated Trailer Bogie) 4대로 구성되어 있다. Fig 3.1은 이런 시스템 편성모델을 질량요소와 탄성요소의 특성치를 이용하여 RecurDyn으로 구성한 것이며 총자유도는 242 DOF이다. 또한 실제와 동일한 모델링을 위하여 휠셋에 별도의 모터 박스와 휠 박스를 장착하였다. 모터 박스는 실제 휠에서 편심을 가지고 모델링 되어야 하지만 회전 운동을 전달하는 목적으로 설계되었기 때문에 휠의 중심에 위치해도 상관없다. 따라서 본 연구에서는 휠 중심에 무 질량체로 모터 박스를 정의 했고 휠과 상대 회전 조인트로 연결되어 있어 지속적인 구동력을 휠에 가해줌으로써 원활하게 휠이 운동할 수 있도록 했다. 하지만 모터 박스가 무 질량체이기 때문에 수치적으로 매우 불안한 자유도를 가지게 된다. 따라서 휠이 돌지 않고 모터 박스가 상대적으로 돌아 갈 수 있기 때문에 이러한 현상을 없애기 위해 대차와 모터 박스 사이에 1자유도 회전 구속 조건인 perpendicular 조인트를 이용하게 되었다. 또한 1차 현수 장치들 역시 실제로는 휠 박스에 연결되게 된다. 이 휠 박스는 휠의 원활한 회전 자유도를 위해서 필요하며 그 위치는 휠의 가장 끝 쪽에 위치하도록 하고 상대 회전 조인트로 휠과 연결된다.



Fig 3.1 RecurDyn Train Modeling

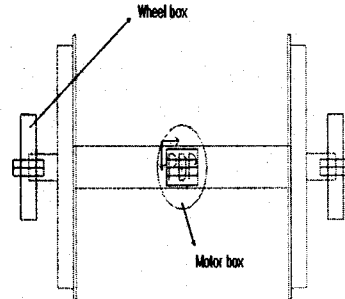


Fig 3.2 Wheel Set and Motor Box

4. 결과 분석

Fig 4.1은 철도차량 전용 해석프로그램 Vampire와 같이 간단한 대차모델을 가지고 10 m/s의 속도로 움직일 때 횡방향 Impulse 10 KN을 휠에 가하였을 경우 그 변위량의 변화를 비교해보는 것인데 대체로 그래프의 모양이 유사하게 이루어진 것이 어느 정도의 신뢰성을 가질 수 있다고 볼 수 있다. 다만 Vampire에 비해 수렴의 속도가 느린 것은 모델링 방법에서 오는 차이점이 있을 수 있으며 계산식에 들어가는 계수들의 값이 다른 경우일 수도 있다. 그리고 다음 Fig 4.2는 시속 400 Km로 달리는 7량 고속철도 차량의 동력차 앞부분 대차의 휠의 변위의 변화량인데 초기 충격에 대한 변화는 심하지만 그 이후에는 다른 현가장치들에 의하여 완만하게 변화량이 줄어드는 것을 알 수 있다. 다음의 그래프는 4번째 객차의 앞부분 대차의 휠의 변위 변화량이다. 이것은 처음의 동력차의 휠과는 다르게 아무런 Impulse를 가하지 않은 것으로 차량의 진행과 함께 약 4.0×10^{-4} m 정도의 떨림이 있는 것으로 보여지며, 다음 그래프에서 보듯이 후미 동력차의 휠 부분에서도 약간의 떨림이 나타나는 것을 알 수 있었다.

5. 결론

본 논문은 휠과 레일의 접촉점을 찾는 데 있어서 새로운 방법을 이용하여 그 정보들을 가지고 휠에 작용하는 Compliance contact force와 Friction force를 구현하였으며 이것을 바탕으로 이전의 모델링 보다 실제와 더욱 가까운 모델링을 하였으며 그 결과를 알아보았다.

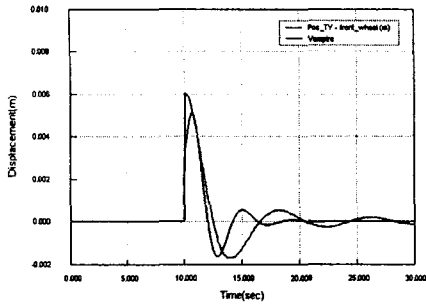


Fig 4.1 Comparison between Vampire and RecurDyn result

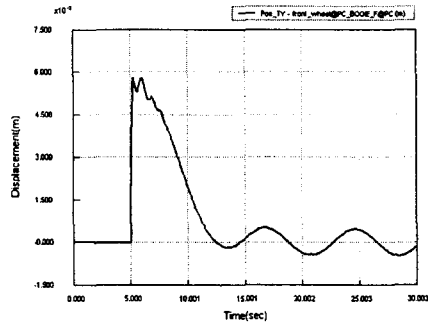


그림4.2 Front wheel displacement of Power Car Bogie

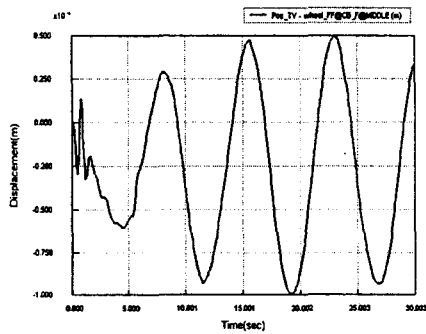


Fig 4.3 Front wheel displacement of Articulated Trailer Bogie

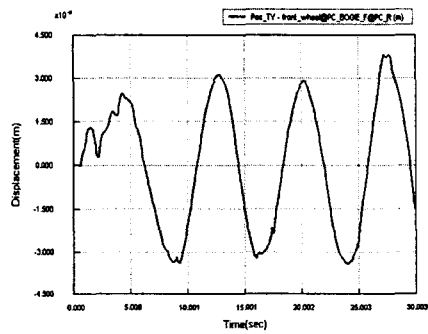


Fig 4.4 Front wheel displacement of Rear Power Car Bogie

또한 Vampire라고 하는 철도차량 전용해석 프로그램과의 비교를 통하여 그 신뢰성을 확보하였으며, 이를 토대로 7량의 철도차량의 동적 거동을 살펴보았다. 물론 이것이 정확한 결과인지는 보다 많은 검증이 있어야겠지만 실제 실험에 의한 측정치와 비교해 보고 그 비교를 통하여 보다 실제와 근접한 계수들을 계산식에 적용한다면 충분히 앞으로도 새로운 Contact module의 한 방법이 될 수 있을 것이며 고속의 차량의 거동 해석에 있어서도 그 신뢰성을 인정받을 수 있을 것이다.

6. 후기

본 내용은 건설교통부에서 시행하는 고속철도기술개발사업의 기술결과임을 밝힌다.

7. 참고문헌

- (1) 박찬경, 김기환 외2, 1998, "Vampire를 이용한 경부고속철도 차량의 동적 안정성 해석", 한국철도학회 춘계학술대회 논문집, pp510-516
- (2) AEA TECHNOLOGY, 1998, VAMPIRE Users Manual
- (3) 박찬경, 김영국 외2, 2001, "경부고속철도 시험선 구간에서 G7 고속전철 차량의 동특성 검토", 한국철도학회 논문집
- (4) 김희선, 2001, "비선형 Creep 이론을 이용한 한국형 고속전철의 동특성 해석", 한양대학교 대학원
- (5) 한형석, 이은호 외1, 2003, "차륜/레일 기하학적 접촉 시뮬레이션 프로그램 개발" 한국철도학회 논문집