

# 형상기억합금이 삽입된 복합재료 평판의 동적특성 연구

노진호\*, 한재흥\*\*, 이 인\*\*

## Thermo-Dynamic Response of a Composite Plate with Embedded SMAs

Jin-Ho Roh\*, Jae-Hung Han\*\* and In Lee\*\*

**Key Words** : composite plate, shape memory alloys, finite element method, active frequency tuning, thermo-dynamic response

### ABSTRACT

The dynamic analysis of composite plate with embedded shape memory alloys (SMAs) is studied using the finite element method. Active frequency tuning of a composite plate under electrical heating of SMAs is analyzed. The actuation of SMAs is modeled by Brinson's one-dimensional constitutive equation. The influences of the boundary conditions, the ply orientations and the pre-strains of SMA wires on the thermo-dynamic response of composite plate are discussed. It is found that the effect of SMAs on the dynamic response of composite plate is significant.

기호설명

$S$  : 2nd Piola-Kirchhoff stress,  $E$  : Green strain

### 1. 서 론

스마트 재료와 스마트 구조 기술의 실용적인 관심의 증가로 과거 10 년 동안 형상기억합금에 대한 연구가 활발히 진행되었다. 감지기와 작동기가 결합된 스마트 구조물은 진동 제어, 형상 제어 그리고 손상 탐지 등의 기능들을 할 수 있게 되었다. 다른 종류의 기계적 또는 전기적 작동기에 비해 형상기억합금의 장점은 재료의 물리적인 형상이 작은 온도의 변화에도 쉽게 그리고 정확하게 제어 될 수 있다는 것이다. 따라서, 열 변화가 기계적 구동 장치의 원리로 쓰이는 응용 기구에선 형상기억합금을 작동시키기 위한 외부적인 작동기가 필

요 없어진다. 또한 형상기억합금 선의 배열을 통해 쉽고 경제적으로 작은 온도 변화를 통하여 상(phase) 변화를 얻을 수 있고, 결과적으로 원하는 운동과 힘을 얻을 수 있다. 형상기억합금이 가지고 있는 매우 큰 복원(recovery) 변형률은 구조물의 큰 변형이나 가변 변형을 설계하는데 있어 매우 큰 장점을 가지고 있다. 또한 형상기억합금은 기계적인 작동기에 비해 상대적으로 무게가 가볍고, 생체조직의 적합성 그리고 무게 비에 따른 매우 큰 작동력을 가지고 있다는 장점을 가지고 있다. 형상기억합금의 실용성에 대한 큰 잠재력과 새로운 응용 연구에 대한 높은 관심은, 유한요소 해석(FEM)을 통한 모델링과 형상기억합금 요소를 포함한 구조물의 정확한 해석을 필요로 하고 있다. Liang 과 Rogers [1]는 비교적 간단한 해석적인 식을 이용하여 형상기억합금의 구성방정식을 전개하였고 또한 열-응력-변형률의 관계식을 정립하였다. Brinson 과 Lammering [2]은 유한요소해석을 통하여 형상기억합금의 구성방정식을 해석하였고 형상기억합금과 구조물이 서로 연계된 해석도 수행하였

\* 한국과학기술원 항공우주공학전공 대학원

\*\* 한국과학기술원 항공우주공학전공

다. 이런 형상기억합금 구성방정식의 해석을 기초로 구조물에 응용하는 연구가 많이 진행되었다. Rogers [3] 등은 형상기억합금이 삽입된 복합재료 평판의 진동, 좌굴 등 여러 동역학적인 해석을 수행하였고 형상기억합금의 응용성을 고찰하였다. Sun [4] 등은 형상기억합금이 삽입된 복합재료 평판에 열-점탄성 효과를 고려하여 정적 하중이 가해질 때 구조물의 적응성을 고찰하였다.

본 연구에서는 수학적인 모델을 기반으로 유도된 Brinson [2]의 일차원적 형상기억합금의 구성방정식을 모델로 유한요소 정식화를 통하여 열역학적 반응을 고려한 특성들을 수치적으로 계산하였다. 이런 형상기억합금의 열적 특성 해석을 바탕으로 형상기억합금이 삽입된 복합재료 평판의 동적 특성을 살펴 보았다.

## 2. 형상기억합금의 거동 특성

### 2.1 구성방정식

과거 10 년 동안 형상기억합금의 구성방정식 거동을 기술하기 위해 수 많은 연구가 수행되어졌고 이런 수학적인 방법에 기초하여 형상기억합금의 거동 특성을 정확하게 기술할 수 있을 뿐만 아니라 수학적인 모델을 수치적인 해석에 용이하도록 적절히 변형된 형태로 바꿀 수 있다. 본 연구에서는 Tanaka 와 Liang [1]의 해석에 기본하여 Brinson [2]의 모델의 구성방정식을 이용하였다.

에너지 평형 방정식에 기초하여 기본적인 형상기억합금의 구성 방정식이 간단한 미분 형태로 표현될 수 있으며, 형상기억합금의 매개 변수가  $\xi$  에 선형적인 함수라고 가정을 할 때 다음과 같이 형상기억합금의 구성방정식을 나타낼 수 있다

$$S - S_0 = D(\xi)E - D(\xi_0)E_0 + \Omega(\xi_0)\xi_{,xx} + \Theta(T - T_0) \quad (1)$$

여기서  $S$  는 2nd Piola-Kirchhoff stress 를  $E$  는 Green strain 을  $\xi$  는 내부 상 변화를 나타내주는 변수를 나타낸다. 함수  $D(E, \xi, T)$  는 modulus 를  $\Omega(E, \xi, T)$  는 변형 텐서(transformation tensor) 그리고  $\Theta(E, \xi, T)$  는 열팽창 계수를 나타낸다.

식 (1)은 넓은 범위의 형상기억합금에서 사용 가능하지만, 실제적인 SMA의 재료 물성치가 마르텐사이트 양 뿐만 아니라 다른 독립적인 변수의 함수이기 때문에 직접적인 구성방정식의 표현과 더불어 응력과 온도의 함수인 마르텐사이트 양 과 다른 독립적인 변수들을 연성 시켜 형상기억합금

의 거동을 완전하게 표현할 수 있다.

### 2.2 유한요소 정식화

마르텐사이트와 오스텐나이트 각각의 상 변화 관계식과 1차원으로 단순화된 Green strain,  $E$  를 이용하여 다음과 같이 선형화된 형상기억합금의 구성방정식을 구할 수 있다.

$$\frac{d}{d\varepsilon} \{S(\bar{x} + \varepsilon u)\} \Big|_{\varepsilon=0} = H \bar{D} \bar{F}^T \cdot \text{grad } u \quad (2)$$

여기서  $\bar{F}$  는 기준 형상  $\bar{x}$  에서 변형 gradient,  $\text{grad } u$  는 변위 gradient 로서 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{F} = \begin{Bmatrix} 1 + \bar{u}_{,x} \\ \bar{v}_{,x} \\ \bar{w}_{,x} \end{Bmatrix}, \quad \text{grad } u = \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ v_{,x} \\ w_{,x} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

4 절점의 truss element 를 이용하였고 다음과 같은 노드 변위들을 이용하였다.

$$u = \sum_{k=1}^4 N_k u_k, \quad v = \sum_{k=1}^4 N_k v_k, \quad w = \sum_{k=1}^4 N_k w_k \quad (4)$$

따라서 다음과 같은 형상기억합금의 비선형 강성 행렬을 구할 수 있다.

$$[K]_s^e = H \bar{D} A \int [B]^T F F^T [B] dx + \bar{S} A \int [B]^T [B] dx \quad (5)$$

여기서  $A$  와  $l$  은 각각 단면적과 길이를 나타낸다.  $F$  는 식(3)에 의해 표현되고  $H$  는 각각의 다른 상 변화 조건 경우를 나타낸다[2]. 식 (5)는 형상기억합금의 tangent modulus 를 나타내게 된다. 따라서 Newton-Raphson 방법을 이용하여 각각의 상 변화에 따른 열-응력-변형을 해석을 수행할 수 있다.

## 3. 시스템 모델링

형상기억합금 선이 삽입된 복합재료 평판 모델은 Fig. 1 과 같다. SMA 선은 평판의 중립면에 위치하게 된다.

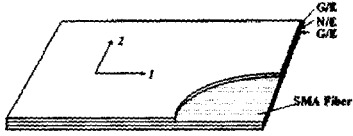


Fig. 1. SMA reinforced composite plate.

Mindlin 평판 이론을 이용하여, 다음과 같은 형상 함수를 이용하여 변위장을 기술하였다.

$$\{q\}_e = \{u'_0, v'_0, w'_0, \theta'_x, \theta'_y, \dots, u''_0, v''_0, w''_0, \theta''_x, \theta''_y\}^T \quad (6)$$

형상기억합금의 복원력(recovery stress)은 해석적 또는 실험적으로 얻을 수 있다. 본 연구에서는 유한요소로 형상기억합금의 구성방정식을 모델링한 식 (5)를 이용하여 온도에 의한 복원력을 구하여 사용하였다. 형상기억합금을 작동시키기 위해서 전기적인 열을 이용하였고, 따라서 형상기억합금이 삽입된 복합재료 평판의 구성방정식에서 다음과 같이 열 효과를 고려하였다.

$$\{\sigma\} = [Q]\{\varepsilon\} + \{\sigma_r\} \kappa_c - [Q]\{\alpha\} \kappa_c \Delta T, \quad (7)$$

여기서  $\{\sigma_r\}$  은 형상기억합금에 의한 복원력,  $\{\alpha\}$  는 열 팽창 계수를 나타낸다. 그리고  $\kappa_c$  와  $\kappa_c$  는 각각 형상기억합금 선과 복합재의 체적율을 나타낸다. 형상기억합금이 삽입된 복합재료의 기계적인 물성치를 구하기 위하여 Chamis's multicell 모델[5] 을 이용하였다. 외부적인 기계적, 열 하중 그리고 복원력이 작용하는 복합재료 평판의 운동방정식을 구하기 위하여 virtual work principle 를 이용하여 다음과 같은 운동방정식을 구하였다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + ([K_r] + [K_c] - \Delta T[K_r])\{q\} = \{F\}, \quad (8)$$

여기서  $[M]$  과  $[K_r]$  는 시스템의 질량, 강성 행렬을 각각 나타낸다. 그리고  $[K_c]$  는 형상기억합금의 복원력에 의한 기하학적 강성 행렬,  $[K_r]$  는 열 응력에 의한 기하학적 강성 행렬을 나타낸다.

진동수  $\omega$  와 모드 형상  $\{q\}$  를 구하기 위해 다음과 같은 고유치(eigenvalue) 문제를 풀었다.

$$([K_r] + [K_c] - \Delta T[K_r] - \omega^2[M])\{q\} = \{0\}. \quad (9)$$

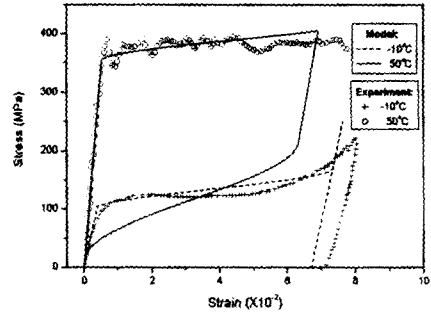


Fig. 2. Stress-strain curves with the pseudoelastic effect and the shape memory effect.

#### 4. 해석 결과 및 검토

우선 형상기억합금의 특성을 살펴보기 위하여 다음과 같은 해석을 수행하였다. i) 온도에 따른 응력-변형률 관계, ii) 온도 변화에 따른 복원력. 우선 형상기억합금의 응력-변형률 관계를 수치적으로 해석해 보았다. 형상기억합금의 자세한 물성치는 참고문헌 [2]를 참고하였다. Fig. 2 는 50°C 와 -10°C 에서 응력에 따른 이력(hysteresis) 곡선을 Liang [2]의 실험적인 결과와 비교하였다. 유한요소 해석과 실험치가 잘 일치하는 것을 알 수 있다.  $A_1$  보다 높은 온도인  $T = 50^\circ\text{C}$  에서 의탄성(pseudoelastic) 거동을 보여주고 있다. 또한 -10°C 인 경우는 최대 잔류 변형률이 생기는 것을 보여주고 있다. 이 상태에서 온도를 가해주게 되면 형상기억효과(Shape Memory Effect: SME)가 생기게 된다. 복원력의 경우 온도가  $A_1$  이상으로 증가하는 동안 일어나게 되고 이때 잔류 변형률의 변형을 유지하기 위해서 구속시킨다. Fig. 3 은 0.5%의 잔류 변형률을 가해 주었을 때의 복원력을 나타낸다. 초기 응력이  $\sigma_0 = 128\text{MPa}$  와  $\sigma_0 = 0$  일때 복원력을 비교하였다. 이때 0.5%의 변형률을 주기 위해서  $\sigma_0 = 128\text{MPa}$  이 필요하게 된다. Fig. 4 는 초기 잔류 변형률을 증가함에 따른 온도에 따른 복원력 곡선을 나타내고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 초기 잔류 변형률이 증가함에 따라 해당되는 복원력 역시 증가함을 알 수 있다. Fig. 5 는 SME 효과를 이용하여 형상기억합금이 삽입된 4 면이 고정된 복합재료 평판,  $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/SMA]_s$  의 고유진동수를 조율 해주는 것을 보여주고 있다. 이때 형상기억합금의 초기 변형률은 0.5% 그리고

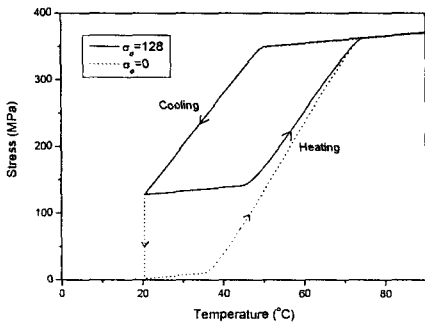


Fig. 3. Restrained recovery stress with  $\epsilon_0 = 0.5\%$ ,  $\sigma_0 = 128$  (MPa) and  $\sigma_0 = 0$  (MPa).

초기 응력은  $\sigma_0 = 0$  이다. 그림에서 볼 수 있듯이 형상기억합금의 온도가 증가함에 따라 약  $35^\circ\text{C}$  까지 진동수가 감소하다가 다시 증가함을 보여주고 있고 다시 온도가 내려감에 따라 Fig. 3 에서 볼 수 있는 이력 곡선을 보여주고 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 Brinson 모델을 기반으로 형상기억합금의 1-D 구성방정식을 유한요소법을 이용하여 모델링 하였고 형상기억합금의 열-응력-변형률 해석을 수행하였다. 이런 형상기억합금의 해석 알고리즘을 바탕으로 형상기억합금이 삽입된 복합재료 평판의 동적 특성을 살펴보고, 형상기억효과(SME)가 복합재료 평판의 고유진동수 변화에 매우 큰 영향을 줄 수 있었다. 보다 효과적으로 구조물의 고유진동수를 조율하기 위해서는 형상기억합금의 삽입 방향, 체적을 그리고 열 해석을 고려한 최적 설계가 선행되어야 할 것이다.

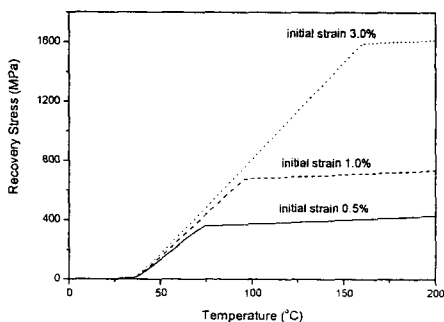


Fig. 4. Recovery stress vs. temperature for restrained SMA wire.

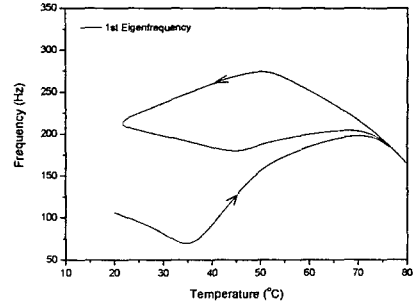


Fig. 5. Variation of frequency of composite plate with temperature. For embedded SMA wires  $\epsilon_0 = 0.5\%$ .

## 후 기

이 연구(논문)은 과학기술부 지원으로 수행하는 21 세기 프론티어 연구사업(스마트무인기기술개발)의 일환으로 수행되었습니다.

## 참고문헌

- (1) C. Liang and C. A. Rogers, "One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials", J Intell Mater Sys Struct, Vol. 1, pp. 207-234, 1990
- (2) L.C. Brinson and R. Lammering, "One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable", J Intell Mater Sys Struct, Vol. 4, pp. 229-242, 1993.
- (3) C. A. Rogers, C. Liang and J. Jia, "Structural modification of simply-supported laminated plates using embedded shape memory alloy fibers", Comput Struct., Vol. 38, pp. 569-580, 1991
- (4) S.S. Sun, G. Sun, F. Han and J.S. Wu, "Thermoviscoelastic analysis for a polymeric composite plate with embedded shape memory alloy wires", Composite Struct, Vol. 58, pp. 295-302, 2002.
- (5) J. H. Roh and J.H. Kim, "Adaptability of hybrid smart composite plate under low velocity impact", Composite: B, Vol. 34, 117-125, 2003