ARIMA 수요과정을 갖는 장기보충계약의 중앙통제모형

A Centralized System Model for a Long-term Replenishment Contract With ARIMA Demand Process

최 병 두 · 김 종 수

Byeungdoo Choi · Jong Soo Kim

한양대학교 산업공학과 E-mail : bdchoi@mecors.hanyang.ac.kr

Department of Industrial Engineering , Hanyang University

Abstract

In this paper we presents a centralized model for a long-term replenishment contract model in the supply chain system. We assume ARIMA demand process for reflecting more realistic demand data and present a solution which minimizes total system cost of the contract model between single supplier and buyer under centralized system. From the result of experiments we can observe that the proposed model generate better result than the decentralized model.

1. 서론

복잡, 다양화 되어가는 치열한 경영환경 속에서 기업들은 고객의 요구를 만족시킴으로써 경쟁우위를 차지하려고 노력하고 있다. 이때 고객만족을 위해 무엇보다도 필요한 것은 제품의 안정적인 수급이라고 할 수 있다. 반도체 중에서도 메모리 제품들과 같이 경제상황의 변화에 민감한 제품의 경우 이는 더욱 중요한 문제라 할 수 있다.

본 논문에서는 안정적인 제품 수급을 위해 단일 구매자와 공급자 사이에 체결되는 장기보충계약을 분석하며 기존의 모형들의 비현실성을 보완하기 위해 비정상적 수요를 기준으로 공급자와 구매자를 동시에 고려한 모형을 수립하고 계약안의 도출에 필요한 해법을 제시하고자 한다.

장기공급계약에 관한 기존 연구로는 Bassok 과 Anupindi[1]와 Liao 와 Yang[5]등의 연구가 있으며 가격할인에 관한 연구로는 Lal 과 Staelin[4], Monahan[6] 있다. 공급자와 구매자모형에 관한 연구로는 Corbett 과 de Groote[2]의 논문이 있다. 이 논문 에서는 공급자가 가지는 구매자의 정보량에 따라 장기공급계약시 공급사슬의 비용을 최소화하는 해법을 제시하였다. 하지만 기존 연구들은 구매자와 공급자가 통합되지 않은 관점에서 문제를 접근하였다.

따라서 본 연구에서는 단일 구매자와 공급자가 장기공급계약을 체결하고자 서로 협상(bargaining)할 때, 중앙통제모형을 기준으로 전체 시스템 비용을 최소화하는 결정변수를 찾아내는 해법을 제시하며 실험을 통해 본 논문이 제시하는 모형이 우수함을 확인하였다.

2. 공급자 구매자의 장기보충계약모형

2.1 모형의 가정과 기호

본 논문에서 사용하는 가정과 기호는 아

래와 같다.

(1) 단일품목을 고려한다.

(2) 수요는 ARIMA 과정에서 발생한다.

(3) 완전경쟁 시장을 가정하므로 가격은 관리 대상이 아니라고 본다.

(4) 품절이 발생한 수요는 상실되며 품절비용은 품절이 난 개수에만 관계가 있고 품절이 지속되는 시간과는 무관하다.

(5) 양 참여자는 자신의 이익을 최대화하는 방향으로 순차적으로 계약을 체결한다.

(6) 고가이면서 부피가 작으므로 발주비용은 무시한다.

t: 기(period)

τ: 예측시점으로부터의 기간(period)

ψ: 할인이 적용되지 않은 공급단가

ψ_p: 공급자의 단위당 원가

h: 단위재고를 단위시간 보관할 때 구매자의 보관비용

h_s: 단위재고를 단위시간 보관할 때 공급자의 보관비용

b: 구매자에게 단위개의 품절이 발생할 때의 품절비용

σ_s: 공급자의 준비비용

$\hat{\delta}_{t+\tau}$: $t+\tau$ 기간의 조달기간수요의 예측치

$\hat{d}_{t+\tau}$: $t+\tau$ 기간의 기간수요의 예측치

$P(e_{t+\tau})$: 예측기준점 t 에서 τ 기 앞의 조달기간수요 예측치 오차의 확률분포

$\xi_{t+\tau}$: 예측기준점 t 에서 τ 기 앞의 조달기간 수요 예측오차의 표준편차

$\tilde{n}$: 허용되는 발주횟수의 최대 상한치

κ: 안전계수

$\Re(n,Q)$: 구매자의 단위시간당 비용함수

$\wp(n,Q)$: 공급자의 단위시간당 비용함수

$\aleph(n,Q)$: 중앙통제시스템의 단위시간당 비용함수

n: 발주횟수

Q: 발주량

$s(\tau,n)$: 발주횟수가 n일 경우의 τ기 재주문점

2.2 재보충수준의 결정

확정발주횟수가 n일 경우, $t+\tau$ 기간의 재발주점은 다음과 같이 결정된다.

$s(\tau,n)$ = τ기의 조달기간의 수요 예측치
+ 안전재고
= τ기의 조달기간의 수요예측치
+ 안전계수 × τ기 앞 조달기간의 수요 예측 오차의 표준편차

$$= \hat{\delta}_{t+\tau} + \kappa\xi_{t+\tau} \quad (1)$$

만약 구매자가 매 발주시점에 새로이 1기 앞 리드타임 수요를 예측하고 이를 이용하여 다음 기간의 발주점을 결정할 수 있게 된다면 $s(\tau,n) = \hat{\delta}_{t+\tau} + \kappa\xi_{t+\tau}$ 대신 $\hat{\delta}_{t+1} + \kappa\xi_{t+1}$ 로 낮출 수 있다.

2.3 발주횟수가 n 인 경우의 구매자, 공급자의 연간 총 기대비용

2.3.1 계약기간의 길이와 단위시간의 정의

수요자료가 비정상인 경우 주기의 길이는 Q를 소모하는데 걸리는 시간이고 확률 변수이다. 주기의 기대길이는 ((Q/주기동안의 수요 발생율의 예측치) 단위시간)으로 표현할 수 있으므로 $t+\tau$ 기간의 상대길이는 $Q/\hat{d}_{t+\tau}$ 이 된다. 계약은 n개의 주기들로 구성되고, 계약의 길이는 각각의 주기 길이의 합이므로 이를 m으로 표시하면

$$m=\sum_{\tau=1}^{n}(Q/\hat{d}_{t+\tau})=Q\sum_{\tau=1}^{n}(1/\hat{d}_{t+\tau})=Q\hat{d}_n^{-1}$$ 이다.

단, $\sum_{\tau=1}^{n}(1/\hat{d}_{t+\tau})$ 을 $\hat{d}_n^{-1}$ 으로 나타내었다.

2.3.2 구매자의 연간 총 기대비용

(1) 연간 기대 보관비용

$H(n,Q)$ = 계약기간 동안의 평균 재고수준 × 단위비용당 연간 보관비용

× 단위 구매비용

$= ((Q/2)+\kappa\xi_{t+1})h$ (2)

(2) 연간 기대 품절비용

$G(n,Q)$ = 계약기간 동안의 기대 품절 개수

× 단위 개당 품절비용

× (1/ 계약기간의 기대길이)

$$= n\sum_{\substack{e_1=\lceil \kappa\xi_{t+1}\rceil \\ integer}}^{\infty}(e_1-\kappa\xi_{t+1})P(e_1)b\ (1/m) \quad (3)$$

단, $\sum_{\substack{e_1=\lceil \kappa\xi_{t+1}\rceil \\ integer}}^{\infty}(e_1-\kappa\xi_{t+1})P(e_1)=\Xi$ 로 나타내기로 한다.

(3) 연간 기대 구매 비용

$R(n,Q)$ = 단위구매가

× 계약기간 동안의 총 기대구매량

× (1/계약기간의 기대길이)

$= \psi nQ/m$. (4)

(4) 구매자의 연간 총 기대비용

$$\Re(n,Q)=R(n,Q)+H(n,Q)+G(n,Q)$$

$$= \frac{n\psi}{\hat{d}_n^{-1}}+\frac{hQ}{2}+h\kappa\xi_{t+1}+\frac{bn\Xi}{Q\hat{d}_n^{-1}} \quad (5)$$

2.3.3 공급자의 연간 총 기대비용

계약기간이 n 일때 생산단가는 ψ_p에서 $\psi_p e^{-\beta n}$ 으로 된다고 가정하며 이 경우 절감 비용은 단위개당 $\psi_p-\psi_p e^{-\beta n}$ 이 된다. 계약기간동안의 공급자의 기대비용은 (6)과 같다.

$$-(\psi_p-\psi_p e^{-\beta n})nQ+n\sigma_s+\frac{h_s Qn}{2} \quad (6)$$

따라서 단위기간당 기대비용은 위 (6) 을 m 으로 나눈 값이며

$$\wp(n,Q)=\frac{-n(\psi_p-\psi_p e^{-\beta n})}{\hat{d}_n^{-1}}+\frac{n\sigma_s}{Q\hat{d}_n^{-1}}+\frac{h_s Q}{2} \quad (7)$$

과 같다.

3. 중앙통제 모형 (Centralized System)

중앙통제 시스템이란 가상의 관리책임자가 존재하며 시스템 전체의 관점에서 이익이나 비용을 최적화하도록 관리변수를 조절하는 것을 일컫는다. 따라서 이 문제에서는 시스템의 비용을 최소화하도록 Q, n 과 발주점을 결정하는 것을 의미한다.

3.1 중앙통제모형의 총 비용함수

중앙통제 모형의 비용함수는 구매자와 공급자의 비용함수를 합한 것으로 나타내어지며 식(8)과 같이 표현되어 질 수 있다.

$$\aleph(n,Q)=\Re(n,Q)+\wp(n,Q)$$

$$= \frac{(h+h_s)Q}{2}+\frac{(b\Xi+\sigma_s)n}{Q\hat{d}_n^{-1}}+h\kappa\xi_1+\frac{n\psi-n(\psi_p-\psi_p e^{-\beta n})}{\hat{d}_n^{-1}} \quad (8)$$

3.2 중앙통제모형의 해법

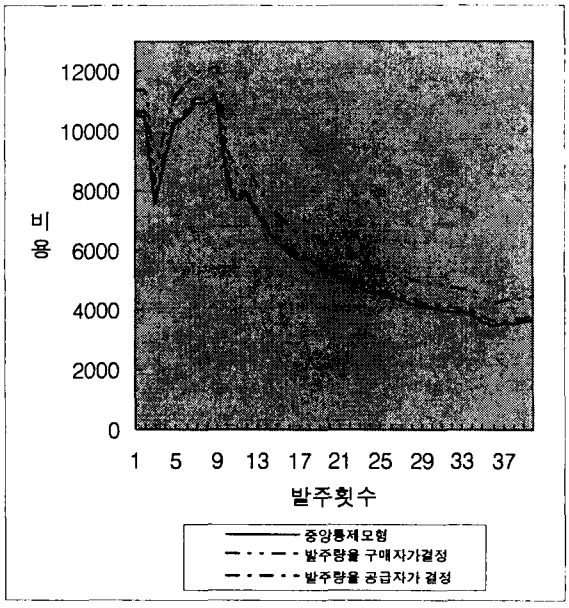
시스템의 비용을 최소화 하기 위한 일회 공급량 Q 를 정한다. 위의 식(8)에서 최적 발주량을 구하는 식 $Q_{c/n}^{*}=\sqrt{\frac{2(b\Xi+\sigma_s)n}{(h+h_s)\hat{d}_n^{-1}}}$ 을 유도할 수 있다. 따라서 모든 가능한 발주횟수 $n=1,\mathrm{K},\aleph$ 에 대하여 각 발주횟수에 대한 발주량 $Q_{c/n}$ 을 계산하고 후에 식(8)을 이용하여 비용 $\aleph(n,Q)$ 를 계산 후 이중 가장 작은 비용을 가질 때의 n과 Q를 n_c^{*}와 Q_c^{*}로 제시한다.

3.3 수치 실험

본 논문에서 제안하는 중앙통제모형의 효율성을 보이기 위해 구매자, 공급자가 경쟁적인 관계에 있는 비중앙통제 모형과 비교하였으며 이때 후자는 공급량을 구매자가 결정하는 경우와 공급자가 결정하는 두가지 경우를 고려해 실험하였다.

이 실험에 사용된 입력 변수값들은 $b=10$(만원/개), $h=10$(만원/개, 년), $h_s=8$

(만원/개,년), σ =300(만원/회), Ξ =2(개/주기), K =1.65, ξ =2, ψ = 80, ψ =60, β =0.1, M =40, 이며, d_n^{-1} 은 비정상수요를 표현할 수 있도록 불규칙적으로 발생시켜 사용했다.



[그림 1] 중앙통제모형과의 비용차이

실험결과 중앙 통제 모형의 최적발주횟수는 36회, 발주량은 62개였으며 이때의 비용은 3488만원 이었다. 이는 비중앙통제모형에서, 구매자가 발주량을 결정할 경우의 최소비용보다는 735만원, 공급자가 결정할 경우보다는 79만원의 비용감소를 가능케 했다.

4. 결론

본 논문에서는 ARIMA 수요를 가지는 중앙통제시스템 하의 장기보충계약 모형을 제안하였다. 또한 이를 이용하여 전체비용을 최소로 하는 중앙통제시스템에서의 최적 발주횟수와 발주량을 구하는 방법을 제시하였다.

본 논문의 의의는 첫째 현실적인 수요반영을 위하여 ARIMA 수요과정을 사용하였으며, 둘째 시스템에서 구매자와 공급자가 서로 분리되지 않고 전체적인 관점의 관리를 통해 최적화를 시키는 중앙통제 시스템을 제시한 것이다. 그리고 실험의 결과를 통해 비중앙통제 시스템에서 구매자, 공급자가 각자의 비용을 최소화했을 경우보다 중앙통제 시스템이 효율적임을 밝힘으로써 기존논문에서의 상호 경쟁적인 관점의 문제 접근보다 통합적인 관점에서의 접근이 필요함을 알 수 있었다. 따라서 본 논문에서 제안하는 모형은 많은 산업분야에서 장기공급계약시 유용하게 적용 될 수 있을 것이라 기대된다.

참고문헌

[1] Bassok, Y. and R. Anupindi, "Supply Chain Management with Minimum Purchasing Commitment," *IIE Transactions,* Vol. 29, pp. 373-381, 1997.

[2] Corbett, C. J. and X. de Groote, "A Supplier's Optimal Quantity Discount Policy under Asymmetric Information," *Management Science,* Vol. 46, No. 3, pp. 444-450, 1997.

[3] Jung, B. R. and J. S. Kim, A Long-term Replenishment Contract for the ARIMA Demand Process in SCM Environment, Ph.D. Dissertation, Hanyang University, 2002

[4] Lal, R. and R. Staelin, "An Approach for development and Optimal Discount Pricing Policy," *Management Science,* Vol. 30, No. 12, pp. 1524-1539, 1984.

[5] Liao, C. and W. H. Yang, "An Inventory System with Multiple Replenishment Scheduling," *Operations Research Letters,* Vol. 15, pp. 213-222, 1994.

[6] Monahan, J. P., "A Quantity Discount Pricing Model to Increase Vendor Profits." *Management Science,* Vol.30, No.6, PP. 720-726, 1984