

다공성 금속의 성형공정 후 열탄성 계수

이 종원*, 김 진원*

Thermoelastic Properties of Porous Metals After Material Forming Processes

Jong-Won Lee*, Jin-Won Kim*

Key Words: Elastic Moduli, Thermal Expansion Coefficients, Porous Metal, Eshelby's Tensor

Abstract

The effective thermoelastic properties of porous metals are discussed herein after each material forming process such as hot pressing or extrusion. The voids in metal matrix are assumed to be initially spherical in shape and to be distributed randomly. Once the porous material deforms plastically due to each material forming process, the voids change their shape from a sphere to an ellipsoid and align in one direction. Since the voids are compressible in nature, the void volume fraction is assumed to be decreasing during each material forming process.

기호설명

- C_{ijkl} : stiffness tensor of the composite material,
- C_{ijkl}^0 : stiffness tensor of the matrix material,
- C_{ijkl}^1 : stiffness tensor of the inhomogeneity
- C_{ijkl}^a : stiffness tensor after material forming
- C_{ijkl}^b : stiffness tensor before material forming
- f : volume fraction of inhomogeneity
- f_a : void volume fraction after material forming
- f_b : void volume fraction before material forming
- S_{ijkl} : Eshelby's tensor
- S_{ijkl}^a : Eshelby's tensor after material forming
- S_{ijkl}^b : Eshelby's tensor before material forming
- α : shrinkage coefficient for hot pressing
- β : shrinkage coefficient for extrusion
- ν_m : Poisson's ratio of the matrix material

1. Introduction

복합재료의 기지에 묻혀 있는 보강재나 기공의 형상이 Ellipsoid 형태이고 모든 Ellipsoid가 한 방향으로 정렬돼 있으며 그 분포가 무작위인 경우, 참고문헌(1) 및 참고문헌(2)에서 제시한 방법을 따르면 복합재료의 열탄성계수를 용이하게 예측할 수 있다. 참고문헌(1)로부터:

$$C_{ijkl}^0 [\tilde{\epsilon}_{kl} + f(\epsilon_{kl}^1 - \epsilon_{kl}^*)] = 0, \quad (1)$$

$$C_{ijkl}^0 (\epsilon_{kl}^0 + \tilde{\epsilon}_{kl} + \epsilon_{kl}^1 - \epsilon_{kl}^*) = C_{ijkl}^1 (\epsilon_{kl}^0 + \tilde{\epsilon}_{kl} + \epsilon_{kl}^1), \quad (2)$$

여기서

$$\epsilon_{kl}^1 = S_{klmn} \epsilon_{mn}^*. \quad (3)$$

복합재료 내에 저장되는 탄성에너지는 유일한 값을 가져야 하므로, 참고문헌(2)로부터:

$$\frac{1}{2} (C_{ijkl})^{-1} \sigma_{ij}^0 \sigma_{kl}^0 = \frac{1}{2} (C_{ijkl}^0)^{-1} \sigma_{ij}^0 \sigma_{kl}^0 + \frac{f}{2} \sigma_{ij}^0 \epsilon_{ij}^* \quad (4)$$

식(1), (2), (3), (4)로부터 일련의 계산과정을 거치면, 한 방향으로 정렬된 다수의 Ellipsoid 형태의 보강재가 기지 내에 무작위로 분포한 복합재료의 열탄성계수가 다음과 같이 구해진다.

*한국항공우주연구원

$$(C_{ijkl}^0)^{-1} = (C_{ijkl}^0)^{-1} + \frac{f}{2}(C_{mnpq}^1 - C_{mnpq}^0) \times \left[(\varepsilon_{ijmn})^{-1}(C_{pqkl}^0)^{-1} + (\varepsilon_{klmn})^{-1}(C_{pqij}^0)^{-1} \right] \quad (5)$$

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^0 + f (\varepsilon_{ijmn})^{-1} C_{mnpq}^1 (\alpha_{pq}^1 - \alpha_{pq}^0) \quad (6)$$

여기서

$$\varepsilon_{ijkl} = (1-f)C_{ijkl}^0 + (1-f)(C_{ijmn}^1 - C_{ijmn}^0)S_{mnkl} + fC_{ijkl}^1 \quad (7)$$

참고문헌(3) 및 (4)에서는 Whisker의 방향이 무작위인 금속기지 복합재료가 Hot Pressing, 압출, 압연 등 일련의 성형과정을 거쳤을 때, Whisker의 방향이 일정한 각도 범위 내에서 다시 정렬된다는 점을 고려하여 해당 복합재료의 열탄성계수를 아래의 적분 방정식으로 예측하였다.

$$\bar{C}_{ijkl} = \frac{1}{V} \int_{-\phi}^{+\phi} \int_{-\sigma}^{+\sigma} C_{ijkl} \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (8)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \int_{-\phi}^{+\phi} \int_{-\sigma}^{+\sigma} \sigma_{ij} \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \bar{C}_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \bar{\alpha}_{kl} \Delta T) \quad (9)$$

2. Modelling of Porous Metals

본 연구에서 다루고자 하는 금속기지 내에는 보강 Whisker 없이 다수의 기공만 존재하므로 성형과정을 거치면서 기공의 방향은 오직 한 방향으로만 정렬된다. 또한, Figure 1에서 보는 바와 같이 성형 전에는 구형이었던 기공의 형태가 압출 후에는 Prolate spheroid 형태로 변하고, Hot Pressing 후에는 Oblate Spheroid 형태로 변한다. 압연 후에는 기공이 일반적인 Ellipsoid 형태로 변하게 되나 본 연구에서는 다루지 않기로 한다.

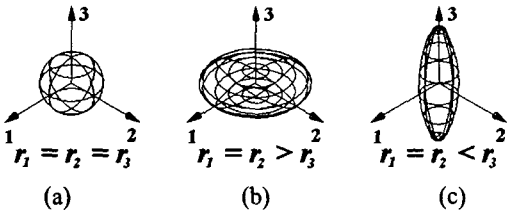


Fig. 1. Void Shapes in Porous Metals

(a) before (b) after hot pressing; (c) after extrusion.

이와 더불어 성형과정을 거치면서 기공이 압축되면서 기공의 부피비가 줄어들게 되는데, 본 연구에서는 참고문헌(5)에서와 같이 성형에 따른 기공의 부피비 변화가 아래와 같은 지수법칙을 따른다고 가정하였다.

$$\frac{f_a}{f_b} = \left(\frac{r_3}{r} \right)^\alpha \text{ for hot pressing,} \quad (10)$$

$$\frac{f_a}{f_b} = \left(\frac{r_1}{r} \right)^\beta \text{ for extrusion,}$$

α and β : experimentally determined constants.

식(10)의 지수법칙은 Figure 2와 같이 성형과정 및 재료의 특성을 다양하게 반영해 줄 수 있다.

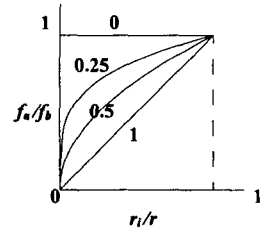


Fig. 2. α and β Dependency of Void Volume Fraction

성형과정을 거친 후 전체 형상의 비율이 기공의 형상 변화의 비율과 동일하다고 추가로 가정하면:

$$\frac{r_3}{r} \text{ (known a priori)}$$

$$\frac{r_1}{r} = \frac{r_2}{r} = \sqrt{\frac{(1-f_b) \frac{r}{r_3}}{1-f_b \left(\frac{r_3}{r} \right)^\alpha}} \quad (11)$$

for hot pressing;

$$\frac{r_1}{r} = \frac{r_2}{r} \text{ (known a priori)}$$

$$\frac{r_3}{r} = \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 \frac{1-f_b}{1-f_b \left(\frac{r_1}{r} \right)^\beta} \quad (12)$$

for extrusion;

기공 자체의 탄성계수는 0으로 가정할 수 있으므로 식(5), (6), 그리고 (7)은 성형 전의 다공성 금속재료에 대해서 다음과 같이 단순화된다.

$$(C_{ijkl}^b)^{-1} = (C_{ijkl}^0)^{-1} + \frac{f_b}{2} [(\varepsilon_{ijkl}^b)^{-1} + (\varepsilon_{klij}^b)^{-1}] \quad (13)$$

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^0 \quad (14)$$

여기서

$$\varepsilon_{ijkl}^b = (1-f_b)(C_{ijkl}^0 - C_{ijmn}^0 S_{mnkl}^b) \quad (15)$$

성형 후의 다공성 금속재료에 대해서는, 기공의 형상 및 부피비가 전부 달라지므로 아래의 식이 성립해야 한다.

$$(C_{ijkl}^a)^{-1} = (C_{ijkl}^0)^{-1} + \frac{f_a}{2} [(\varepsilon_{ijkl}^a)^{-1} + (\varepsilon_{klij}^a)^{-1}] \quad (16)$$

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^0 \quad (14)$$

여기서

$$\varepsilon_{ijkl}^a = (1-f_a)(C_{ijkl}^0 - C_{ijmn}^0 S_{mnkl}^a) \quad (17)$$

성형과정을 거친 다공성 금속재료의 탄성계수는 변하지만 열팽창계수는 변하지 않으므로 응력과 변형률의 관계식은 다음과 같아야 한다.

$$\sigma_{ij}^b = C_{ijkl}^b (\varepsilon_{kl} - \alpha_{kl}^b \Delta T) \quad (18)$$

$$\sigma_{ij}^a = C_{ijkl}^a (\varepsilon_{kl} - \alpha_{kl}^a \Delta T)$$

3. Thermoelastic Properties

다공성 금속 내에 존재하는 기공들이 성형 전에는 모두 구형이며 금속기지는 등방성이라고 가정하고, 기공의 부피비에 따른 탄성계수의 추세를 구하면 Figure 3과 같다.

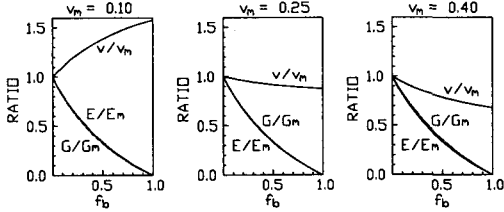


Fig. 3. Void Volume Fraction vs. elastic constants

Figure 3에서 보는 바와 같이 금속기지의 포와송비에 따라 다공성 금속재료의 포와송비는 크게 영향을 받음을 알 수 있다. 또한, 적절한 포와송비를 갖는 금속기지를 사용해서 다공성 금속재료를 만들면 기공의 부피비가 변해도 전체의 포와송비는 거의 일정한 값을 갖게 할 수 있음을 알 수 있다.

$v_m = 1/3, f_b = 1/3$ 인 다공성 금속재료가 압출을 거쳤을 때, 성형 비율에 따른 탄성계수의 추세를 Figure 4로 나타내었다.

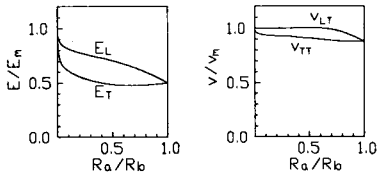


Fig. 4. Normalized Elastic Constants after Extrusion ($v_m = 1/3, f_b = 1/3, \beta = 1/4$)

Figure 4에 의거하여 압출을 거친 다공성 금속재료의 변형을 모든 방향에 대해 구속하고 균일한 온도 변화를 가했을 때, 금속재료 내부에 발생하는 열응력을 식(18)로 구하면 Figure 5와 같다.

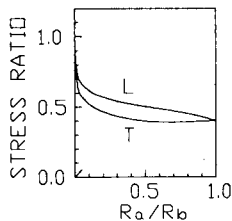


Fig. 5. Thermal Stresses in Extruded Specimens ($v_m = 1/3, f_b = 1/3, \beta = 1/4$)

Figure 5에서 Stress Ratio는 다음 식으로 정의되는 값이다.

$$\text{Stress Ratio} = \frac{C_{ijk}^a \alpha_{kl}^0 \Delta T}{C_{ijk}^0 \alpha_{kl}^0 \Delta T} \quad (19)$$

Figure 5에서 보는 바와 같이 압출 후와 압출 전의 지름비가 0.65 부근일 때 Transverse 방향의 열응력이 최소가 됨을 알 수 있다.

4. Concluding Remarks

본 연구에서는 압출 등의 성형과정을 거친 다공성 금속재료의 탄성계수와 열팽창계수를 이론적으로 구하는 방안을 제시하였다. 성형 전의 다공성 금속재료 내에 존재하는 기공의 형상은 구형으로 가정하였으며 성형을 거치면서 기공의 형상과 부피비가 모두 변화한다고 가정하였다. 압출의 경우, 압출 후와 압출 전의 지름비가 0.65 부근일 때 변형이 완전히 구속된 압출후의 재료에서 Transverse 방향의 열응력이 최소가 됨을 확인하였다.

다공성 금속재료를 적절히 압출시켜 제작한 Bushing이나 Insert를 온도변화가 심한 환경에 노출되는 복합재료 구조물에 적용하면 Bushing이나 Insert와 복합재료 구조물과의 열팽창계수 차이에 의한 열응력을 최소화 할 수 있을 것이다.

또한 Bushing이나 Insert의 내부와 표면에 다수의 기공이 존재하므로 경량화가 가능하며, 복합재료 구조물과 접착제로 접합할 경우에는 보다 높은 접착강도를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

향후, Figure 6과 같은 Insert를 제작하여 본 연구의 결과를 정량적으로 확인할 예정이다.

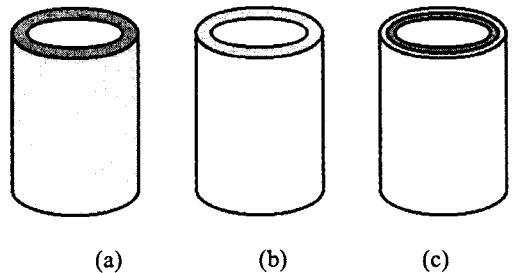


Fig. 6. Inserts for Fastening Composite Materials (a) solid, (b) porous, (c) hybrid

참고문헌

- (1) Taya, M. and Mura, T., On Stiffness and Strength of an Aligned Short-Fiber Reinforced Composite Containing Fiber-End Cracks under Uniaxial Applied Stress, *J. of Appl. Mech.*, Vol. 48, pp. 361-367, 1981.
- (2) Taya, M. and Chou. T. W., On two kinds of ellipsoidal inhomogeneities in an infinite elastic body: An application to a hybrid composite, *int. J. Solids Structures*, Vol. 17, pp. 553-563, 1981.
- (3) Lee, J. W. and Allen D. H., A Model for Predicting the Effective Elastic Properties of Randomly Oriented Fiber Composites Subjected to Hot Pressing, Extrusion, and Rolling, *Proc. AIAA/ASME, 30th SDM Conference*, Paper No. 89-1253, 1989.
- (4) Allen, D. H. and Lee, J. W., Effective Thermoelastic Properties of Whisker-Reinforced Composites, *Micromechanics and inhomogeneity, The Toshio Mura 65th Anniversary Volume*, pp. 17-39. 1989.
- (5) Lee, J. W. and Kim, J. W., The Effects of Material Forming on Elastic Moduli of Porous Metals, *The Fourth Korea-Japan Joint Symposium on Composite Materials*, October 15-17, 2003.