# 구면 및 색수차 보정 접합 렌즈의 광학유리 선정조건

# Glass selection Condition for Spherically Corrected Achromatic Doublet Lens

이계훈, 김민정, 김재순, 이재형
서울대학교 물리학부
jskim@phya.snu.ac.kr

1. 구면수차 (Spherical aberration; S.A)

lens를 통과하는 두 광선(paraxial ray, marginal ray)이 lens의 축이나 focal plane과 만나는 지점이 서로 일치하지 않을 때, 두 개의 서로 다른 교차점 사이의 거리나 높이를 종, 횡 구면수차 (Lateral, Longitudinal Spherical aberration) 이라 한다. 수차의 크기는 lens의 굽어짐 (bending)형태에 따라 달라지는데 3차 근사 lens 공식으로 유도한 식은 다음과 같으며, 그 결과의 그래프는 그림.1 과 같다.

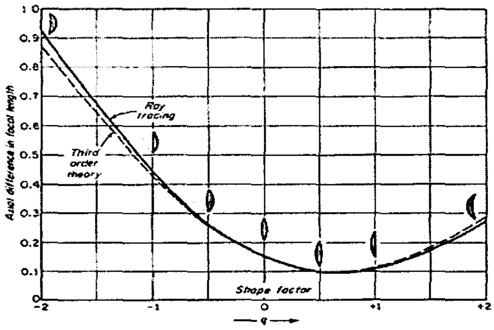


그림.1 Bending과 구면수차 그래프 (Jenkins,pp157)

$$L_s = \frac{h^2}{8f^3}\frac{1}{n(n-1)}\left[\frac{n+2}{n-1}q^2 + 4(n+1)pq + (3n+2)(n-1)p^2 + \frac{n^3}{n-1}\right] \quad (1)$$

단, $L_s = \frac{1}{s_h'} - \frac{1}{s_p'}$, $p = \frac{s'-s}{s'+s}$ (s, s′: 물체 및 상 거리), $q = \frac{r_1+r_2}{r_2-r_1}$

($r_1$, $r_2$ ; lens 반경), f: focal length, n: refractive index, h: marginal height.

2. S.A와 Chromatic aberration이 교정된(Achromat) 접합렌즈(Doublet lens)

Doublet lens를 이용하면 S.A와 Chromatic aberration을 한꺼번에 0으로 만들 수 있다. 단일 렌즈에 대해 이 두 가지를 함께 고려한 aberration 수치는 다음과 같은 식을 만족한다.

$$S.A = \frac{y^4}{n_0' u_0'^2}\Sigma(G_1c^3 - G_2c^2c_1 + G_3c^2v_1 + G_4cc_1^2 - G_5cc_1v_1 + G_{6c}v_1^2) \quad (2)$$

여기서 $c = 1/r_{total} = 1/r_1 - 1/r_2$ , $v = 1/s$

위 식에 접합렌즈의 요건들을 대입하여 얻은 결과를 합하면 2차식 형태로 나오게 된다.

$$S.A_{total} = A\,c_1^2 + Bc_1 + C \quad (3)$$

위 식의 값을 0으로 만들어주는 조건을 찾아주면 된다.

3. New achromat & Old achromat

모든 doublet 조합에서 위 조건( $S.A_{total}=0$)을 만족하는 것은 아니며. 식(3)이 실근을 갖는 조건에서 만 두 가지 수차를 동시에 없앨 수 있다. 이때 New achromat 과 Old achromat의 두 가지 형태의 광학유리 조합 조건이 존재한다. Old와 New의 구분은 굴절률과 분산 값의 조건에 따라 구분된다.

4. 근을 갖는 조건 탐색.

렌즈의 여러 가지 조건들을 대입한 후 얻은 식 (3)형태의 식의 판별식은 다음과 같다.

$$\frac{D}{f^4}=\left[\frac{1}{2}(2n_a+1)(n_a-1)c_a^2+\left\{\frac{(n_b+2)(n_b-1)}{n_b}+\frac{2(n_b^2-1)(n_a-1)}{n_b}\right\}c_ac_b+\right.$$
$$\left.\frac{1}{2}(2n_b+1)(n_b-1)c_b^2\right]^2-4\left[\frac{1}{2}\,\frac{(n_a+1)(n_a-1)}{n_a}\,c_a+\frac{1}{2}\,\frac{n_b+1)(n_b-1)}{n_b}\,c_b\right]\times$$
$$\left[\frac{1}{2}\,n_a^2(n_a-1)c_a^3+\left\{\frac{1}{2}\,\frac{(n_b+2)(n_b-1)}{n_b}+\frac{2(n_b^2-1)(n_b-1)}{n_b}+\frac{1}{2}\,\frac{(3n_b+1)(n_b-1)(n_a-1)^2}{n_b}\right\}c_a^2c_b+\right.$$
$$\left.\left\{\frac{1}{2}(n_b+1)(n_b-1)+\ 1_2(3n_b+1)(n_b-1)(n_a-1)\right\}c_ac_b^2+\frac{1}{2}\,n_b^2(n_b-1)\,c_b^3\right] \tag{4}$$

실근이 존재하는 D>0 의 조건을 위 식을 풀어 구하기에는 너무 복잡하므로, 수치대입(numerical)에 의한 방법으로 탐구해 보았다. 주어진 glass에 대해 D>0이 되게 만드는 glass는 old achromat 조합의 경우 매우 넓은 범위의 index를 가질 수 있었으나 new achromat 조합의 경우에는 상대적으로 매우 국한된 범위의 index만을 가질 수 있었다. new achromat에서 S.A를 0으로 보내기가 원천적으로 불가능한 것은 아니었지만 앞서 밝힌 대로 매우 국한된 범위의 index만이 허용되므로 조건에 맞는 glass를 찾기는 두척 힘들다.

그림.2 는 서로 다른 재질로 구성된 복합 렌즈에서 한 재질을 고정(굴절률n, 분산v)한 경우 다른 재질 n그정)의 근을 갖기 위한 분산(v)의 선정범위에 대한 분석결과의 그래프이다.

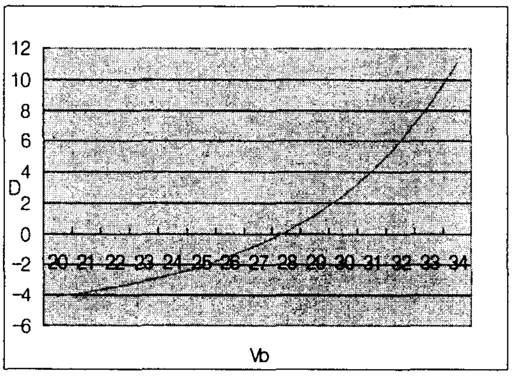


그림. 2-1 $n_a=1.5$, $V_a=60$, $n_b=1.7$
$V_b$ = 30~60(old) 사이에서 실근 존재

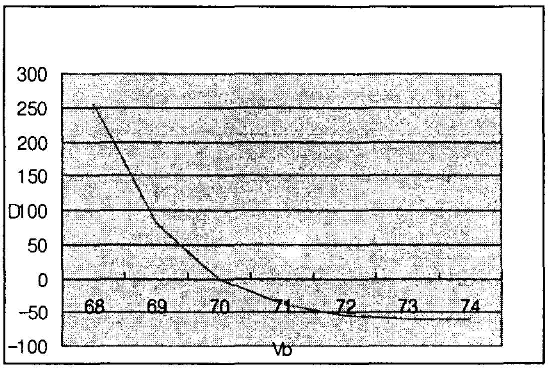


그림. 2-2 $n_a=1.5$, $V_a=60$, $n_b=1.7$
$V_b$ = 60~69 (new)사이에서 실근 존재