

비선형 Kerr 매질에서의 공간 솔리톤의 전파특성

Propagation Characteristics of Spatial Solitons in Nonlinear Kerr Media

최봉필, 김재관, 정제명, 장호성*

한양대학교 전자통신전파공학과, *단국대학교 전자통신공학과

bio95121074@hanmail.net

비선형 Kerr 매질에서 광파의 전파 특성을 해석하기 위해 지금까지 다양한 수치해석 방법들이 연구되어오고 있다. 그중 FDTD 방식은 시간의 종속적인 Maxwell curl 방정식에 대해 어떠한 시간적, 공간적 근사를 사용하지 않고 광파의 전파 특성을 시뮬레이션하기 위해 유도되었기 때문에 산란과 같은 종축방향 불연속 문제나 비종축 광파의 전파 특성 문제에 대해 보다 신뢰성 있는 해석 결과를 얻을 수 있으며, 비선형 Kerr 매질에서의 광파의 전파 특성에 대해서 보다 정확한 해석이 가능하다고 알려져 있다.

본 논문에서는 전계 (또는 자계)를 포락선 함수 부분과 반송파 부분으로 나누어 FDTD 방식에 적용한 새로운 형태의 envelope FDTD 방식을 제시하고, 이를 이용하여 비선형 Kerr 매질에서의 전파 특성을 시뮬레이션을 하였다.

2차원 TM_z모드의 광파를 포락선 성분과 반송파 성분으로 분리한 후, 이를 기존의 FDTD 방식에 따라 Maxwell curl 방정식에 적용시키면 다음과 같은 식들을 유도할 수 있다.

$$D_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) = \frac{2-j\omega_0\Delta t}{2+j\omega_0\Delta t} D_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j) + \frac{2\Delta t}{(2+j\omega_0\Delta t)\Delta x} \left[\begin{array}{l} H_y^n(i+\frac{1}{2}, j) - H_y^n(i-\frac{1}{2}, j) \\ -H_x^n(i, j+\frac{1}{2}) + H_x^n(i, j-\frac{1}{2}) \end{array} \right] \quad (1a)$$

$$D_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) = \epsilon(i, j) \times E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) \quad (1b)$$

$$H_x^{n+1}(i, j+\frac{1}{2}) = \frac{2-j\omega_0\Delta t}{2+j\omega_0\Delta t} H_x^n(i, j+\frac{1}{2}) - \frac{2\Delta t}{\mu\Delta y(2+j\omega_0\Delta t)} [E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j+1) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j)] \quad (1c)$$

$$H_y^{n+1}(i+\frac{1}{2}, j) = \frac{2-j\omega_0\Delta t}{2+j\omega_0\Delta t} H_y^n(i+\frac{1}{2}, j) + \frac{2\Delta t}{\mu\Delta x(2+j\omega_0\Delta t)} [E_z^{n+\frac{1}{2}}(i+1, j) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j)] \quad (1d)$$

한편, 비선형 Kerr 매질에서의 비선형 굴절률⁽²⁾은

$$\epsilon_r = n^2 = (n_0 + n_2|E|^2) \cong n_0^2 + 2n_0n_2|E|^2 \quad (2)$$

와 같이 표현할 수 있으며 따라서, 식 (2)와 식 (1b)에 의해 전계의 값은 다음과 같다.

$$E_z = \frac{D_z}{\epsilon_0(n_0^2 + 2n_0n_2|E_z|^2)} \quad (3)$$

$n_0 = 2.46$, $n_2 = 1.25 \times 10^{-18} \text{ m}^2/\text{W}$ 인 실리카 매질에서 파장이 $1.3\mu\text{m}$ 인 공간 솔리톤들 간의 상호 인력 성질을 2-D envelope FDTD 방식을 이용하여 시뮬레이션 하였다. 일반적으로 두 공간 솔리톤이 동위상을 가지고 비선형 Kerr 매질에서 나아가는 경우에 두 공간 솔리톤은 일정한 주기를 가지고 충돌과 반발을

반박한다. 참고문헌 (1)에 의하면 주기(z_p)는 NLSE (Nonlinear Schrödinger Equation)에 의해 다음과 같이 예측된다.

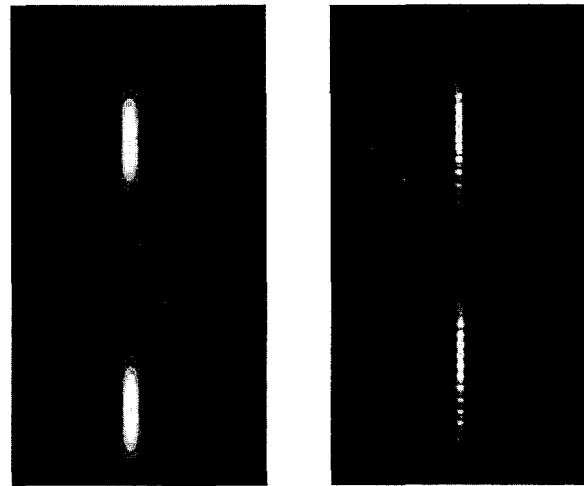
$$z_p = \frac{2z_0 \sinh(2x_0/w) \cosh(x_0/w)}{2x_0/w + \sinh(2x_0/w)} \quad (4)$$

여기서, $w = x_0/1.42$ 이고 $2x_0$ 는 두 공간 솔리톤의 침투치 간의 간격이며 $z_0 = \pi^2 n_0 \omega^2 / \lambda$ 이다. 그림 1은 전계의 초기 침투치가 $6.87 \times 10^8 \text{ mV}$ 일 때 침투치 간의 간격이 $2.11 \mu\text{m}$ 인 두 공간 솔리톤이 동위상을 가지고 나란히 전파해 갈 경우의 결과이다. 그림 1(a)와 (b)는 두 공간 솔리톤의 FWHM (Full Width Half Maximum)이 각각 $1.3 \mu\text{m}$, $0.65 \mu\text{m}$ 일 때 전파특성을 보여주는 것으로, 참고문헌 (1)의 기존 FDTD 방식에 따른 해석 결과와 차이를 보인다. 이를 표 1에 나타내었다.

먼저 표 1에서 기존 FDTD 해석 결과와 NLSE 해석 결과 및 envelope FDTD 해석 결과의 차이는 각각 종축 근사 및 비선형 Kerr 매질에서 전계의 세기를 반송파의 순시적인 값을 사용한 점으로부터 기인할 것이다. 하지만, 본 연구에서 제시한 envelope FDTD 해석 방식은 Maxwell curl 방정식을 이용하고, 반송파에 관한 항을 제거하지 않았기 때문에 SVEA (Slow Varying Envelope Approximation)와는 다른 방식이라 할 수 있다⁽³⁾. 한편, 본 연구에서 제시한 방식과 NLSE 방식에서는 비선형 파의 포락선 함수의 제곱을 전계의 세기로 사용하였다. 즉, 이는 비선형 매질에서 3차 비선형 Kerr 효과의 응답 속도가 매우 빨라서 전계의 세기에 따른 비선형 효과가 즉각적으로 나타남을 의미한다. 또한 이것이 기존의 FDTD 방식과 다른 결과를 보인 원인으로 생각된다. 한편, 그림 1(b)의 결과는 NLSE에서 예측한 주기와 일치하지만 두 공간 솔리톤이 합쳐지는 지점에서 여러 개의 침투치를 가지는 모습을 보인다.

Method \ FWHM (μm)	NLSE z_p (μm)	기존 FDTD z_p (μm)	Envelope FDTD z_p (μm)
0.65	9	∞	9
1.3	34	47	34

표 1 나란히 진행하는 두 공간 솔리톤의 주기



(a) $1.3 \mu\text{m}$ 일 때

(b) $0.65 \mu\text{m}$ 일 때

그림 1. 각각의 FWHM에 따른 동위상 두 공간 솔리톤

참 고 문 헌

1. R. Joseph and A. Taflove, "Spatial soliton deflection mechanism indicated by FD-TD Maxwell's equations modeling," *IEEE Photon. Tech. Lett.*, 6, 1251-1254 (1994).
2. G. Agrawal, "Nonlinear fiber optics," Academic Press (1995).
3. H. Rao, R. Scarmozzino, and R. Osgood, Jr., "An improved ADI-FDTD method and its application to photonic simulations," *IEEE Photon. Tech. Lett.*, 14, 477-479 (2002).