

# 유전자 알고리즘을 이용한 유연 복합재 구동축의 최적 설계

## Optimum Design of a Flexible Matrix Composite Driveshaft Using Genetic Algorithms

홍을표\* · 신응수\*\*

Eulpyo Hong, Eungsoo Shin

**Key Words** : Flexible matrix composite(유연 복합재), Supercritical driveshaft(초임계 구동축), Misalignment(어긋남), Whirling stability(선회 안정성), Rotating internal damping(회전 내부감쇠), Genetic algorithms(유전자 알고리즘), Optimum design(최적 설계)

### ABSTRACT

This study intends to provide an optimum design of flexible matrix composite driveshafts using a genetic algorithm. An objective function is defined as a combination of shaft flexibility, whirling stability and torsional buckling and the design variables are selected as ply angles and the shaft thickness. Results show that the genetic algorithm can successfully find an optimum solution at which the overall performance of the FMC shafts is significantly enhanced.

### 1. 서 론

복합재는 자체의 경량성 뿐만 아니라, 섬유와 모재의 조합에 따라 폭넓은 강도 특성을 가질 수 있기 때문에 최근 고속 회전축의 설계에 많이 이용되고 있다. 특히 유연성이 매우 큰 모재에 강도가 높은 섬유를 결합시킨 유연 복합재(Flexible Matrix Composite, FMC)의 경우는 섬유의 방향의 선택에 따라 매우 큰 횡방향 유연성과 비틀림에 아주 강한 특성을 갖는다. 따라서 피할 수 없는 횡방향의 축 어긋남이 존재하는 시스템에 이를 적용할 경우, 기존의 유연 커플링 없이 축 어긋남을 보상할 수 있어 형상 단순화가 가능하고, 기존의 동력 전달의 손실이 없는 시스템을 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

이러한 장점을 가지고 있는 반면 FMC 구동축은 강화된 횡방향의 유연성으로 인해 굽힘모드 진동수가 저하되어 초임계 구동조건 하에서 불안정을 유발하게 된다.<sup>(1,2)</sup> 또한 기존의 복합재에 비해 내부감쇠가 더 크기 때문에<sup>(3)</sup> 횡방향 불안정 유발과 더불어 축의 온도를 증가시킬 수 있다. 이로 인해 요구되는 모든 FMC 구동축의 성능을 만족시키는 변수들을 결정하는 데 어려움이 수반된다. 따라서 FMC 구동

축에 요구되는 여러 가지 성능 조건을 동시에 충족시키기 위해서는 FMC 설계 변수들이 각 성능에 미치는 영향에 대한 면밀한 분석이 필요하다. 이와 관련하여 FMC 파라미터들을 변화시키면서 그 성능을 분석한 사례가 발표된 바 있는데<sup>(4)</sup> 그 상관 관계가 매우 비선형적이고 또한 파라미터의 수가 증가할 경우 광범위한 파라미터 분석이 어렵다.

본 논문에서는 유전자 알고리즘을 이용한 최적화 방법을 적용하여 FMC 구동축의 성능을 극대화할 수 있는 FMC 변수들을 정하고자 한다. 구동축의 성능으로는 횡방향 유연성, 선회 안정성 및 비틀림 좌굴의 안전성을 고려하였으며 설계 변수는 FMC의 섬유방향, 층 두께로 정하였다.

### 2. 유연 복합재 구동축의 성능 분석

#### 2.1 시스템 모델링

Fig. 1은 본 연구의 해석모델로 FMC 구동축, 양단의 베어링, 이를 지지하는 보와 끝단의 집중 질량 그리고 외부 댐퍼로 구성되며 구조적 특성치들은 Table 1에 타나낸 바와 같다.

FMC 구동축은 여러 개의 복합재층으로 된 원형튜브이고 끝단의 로터와 기어박스에 의한 관성을 받으며, Table 2에 정리된 하중 조건을 갖는다. 한편 지지보는 고정단으로부터 자유단까지 2.2°타이퍼가 된 타원형 튜브형태이다.

\* 충북대학교 대학원  
E-mail : hong23478@hanmail.net  
Tel : (043) 261-3159, Fax : (043) 263-2448

\*\* 충북대학교 기계공학부

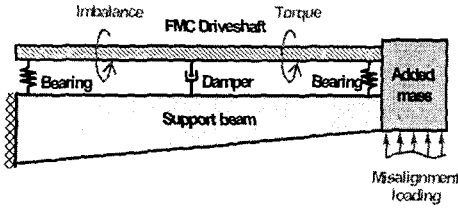


Figure 1 Schematic of a tailrotor driveline

Table 1 System properties

Component	Properties	Remark
FMC Shaft	Outer diameter: 0.11 m	Tube
	Length: 7.26 m	
	Offset from the beam -Longitudinal: 0.79 m -Vertical: 0.63 m	Fixed end
Support Beam	Outer diameter -Vertical: 0.58 m -Horizontal: 0.45 m -Thickness: 1mm	Elliptic tube Tapered: 2.2°
	Length: 8.05 m	
	Material: aluminum	
	Mass: 187.8 kg	
Concentrated Mass	Offset from the beam -Longitudinal: -4.35 m -Vertical: 1.03 m -Horizontal: 0.12 m	Free end

Table 2 Drivetrain loadings

Type	Magnitude	Remark		
Torque	489.4 N · m			
Misalignment (Beam tip)	Vertical -Displacement: 0.09 m -Slope: 2.1°	Thermal analysis only		
	Horizontal -Displacement: 0.05 m -Slope: -1.1°			
	Imbalance (Shaft middle)		Mass: 0.01% of shaft Eccentricity: 10% of shaft OD	Thermal analysis only

시스템의 모델링은 유한요소법을 적용하는데, 구동축과 지지보는 절점당 6개의 자유도를 갖는 보요소를 사용하였다. 유연 복합재 구동축의 등가특성치는 고전적층이론(Classical Laminate Theory)를 적용하여 구하였으며 내부 감쇠를 고려하기 위해 복소 탄성계수를 이용하였다. 지지보 끝단의 기

어박스와 로터는 집중 질량으로 모델링 하였다. 이에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [G]\{q\} + [K]\{q\} = \{Q\} \quad (1)$$

여기서  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[G]$  그리고  $[K]$ 는 관성, 감쇠, 자이로스코프 그리고 강성 행렬이며  $\{q\}$ 는 횡방향과 축방향 변위 그리고 비틀림각으로 구성된 변위 벡터이고,  $\{Q\}$ 는 구동축의 구동 토크와 불평형 하중 그리고 지지보에 작용하는 어긋남 하중으로 구성된 외부 하중 벡터이다. 한편  $\eta$ 는 내부 감쇠를 나타내며,  $\Omega$ 는 구동축의 회전 속도이다.

## 2.1 성능 지수

### (1) 횡방향 유연성

본 연구의 구동 시스템은 축 어긋남이 클수록 구동축의 유연성이 뛰어나 유연 커플링으로 횡방향의 축 어긋남을 보상하는 기존 복합재나 금속 구동축 시스템을 단순화된 형태로 바꿀 수 있게 된다. 허용 가능한 축 어긋남은 식(1)을 변위 벡터  $\{q\}$ 에 대해 풀고, Tsai-Wu 기준<sup>(7)</sup>을 적용하여 허용 가능한 축 어긋남을 계산한다. 식 (1)에서 외부 하중은 구동 토크와 지지보의 축 어긋남 하중이고, 구동 토크는 Table 1에서와 같은 일정한 값을 유지하므로 축 어긋남 하중은 Tsai-Wu 기준에서 축의 안전계수가 1이 되는 값을 탐색하여 얻는다.

### (2) 선회 안정성

횡방향 유연성 증가로 인해 구동축은 굽힘모드 진동수의 저하로 초임계 구동 조건 하에서 구동하게 되고 회전 내부 감쇠로 인한 피할 수 없는 선회 불안정을 나타내게 된다. 따라서 초임계 하의 구동축의 안정성을 확보하는 것이 필수적이며 이를 위해 외부 감쇠가 필요하게 된다. 일단 손실 계수  $\eta$ 가 구해지면 식(1)로부터의 상태 행렬의 고유치 해석을 통하여 안정성을 평가한다.

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C+G] \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서  $C$ 는 내부와 외부 감쇠를 포함하는 행렬이다. 상태 행렬  $[A]$ 의 고유치의 실수부가 음의 값이면 시스템은 안정하며 반대로 양의 값이면 불안정을 의미하는데, 외부 감쇠 값을 점진적으로 증가시키면서 모든 고유치의 실수부가 안정영역으로 변화하는 때의 값을 최소의 외부 감쇠값으로 결정한다. 유연성 증가로 구동축의 굽힘모드 진동수가 저하되었기 때문에 불안정한 모드의 수가 또한 증가될 수 있으므로 각 모드에 적합한 외부 감쇠기의 수와 위치가 달라지게 된다. 본 연구에서는 외부 감쇠기의 수를 하나로 정하고 40개의 위치를 기준으로 위치를 달리하면서 최소의 외부 감쇠

값을 요구하는 위치를 결정하였다.

### (3) 비틀림 좌굴

FMC 구동축은 높은 강도 특성을 가지고 있어 고하중 전달에 유리하지만 축 두께의 감소로 비틀림 좌굴에 의해 하중 전달 용량을 제한 받게 된다. 박판 쉘 이론(Thin Shell Theories)에 기초하여 적층 관계식을 표현한 후 좌굴 방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$[L] \{u, v, w\}^t = 0 \quad (3)$$

식(3)에서  $u, v$  그리고  $w$ 는 축 방향, 원주 방향 그리고 법선 방향의 변위이며  $[L]$ 은 축의 기하학적, 구조적 특성치들 그리고 구동 토크로 표현할 수 있는 미분연산자이다. 좌굴 가정모드법을 적용하여 변위를 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u &= U \cdot \cos\left(\frac{\lambda x}{R} - \frac{ny}{R}\right) \\ v &= V \cdot \cos\left(\frac{\lambda x}{R} - \frac{ny}{R}\right) \\ w &= W \cdot \sin\left(\frac{\lambda x}{R} - \frac{ny}{R}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)에서  $x$ 와  $y$ 는 축 방향과 원주 방향 좌표이며,  $R$ 은 축의 중립면의 반경이다. 또한  $\lambda$ 와  $n$ 은 축 방향 및 원주 방향 파동변수이다. 길고 가는 축으로 가정하면 식(4)에 경계 조건은 지정되지 않는다. 따라서 식(4)을 식(3)에 대입하여 고유치 문제로 변화되고 좌굴 토크는 다양한 파동변수에 따른 여러 개의 한계 토크들 중의 최소값으로 결정된다.

## 3. 최적화

### 3.1 최적화 문제 설정

FMC 구동축의 성능 분석을 바탕으로 최적의 해를 도출하기 위해 다음과 같은 사항을 고려하였다. 첫째, 앞서 언급한 것과 같이 FMC 구동축의 성능은 여러 구동축 변수 즉, 소재의 재질, 복합재 층의 개수와 섬유 방향 그리고 축 두께의 조합에 따라 변하므로 본 연구에서는 각각의 복합재 층의 섬유 방향과 축 두께를 설계 변수로 선택하였으며 정수의 형태를 갖도록 했다. 여기서 FMC 층은  $[\pm\theta_1/\mp\theta_2]$ 의 적층 순서로 가정했다. 둘째, 목적 함수는 구동축의 선회 안정성을 확보하기 위한 외부 감쇠가 작은 방향으로, 횡방향 유연성이 증가하는 방향으로, 그리고 비틀림 좌굴에 대한 안전 계수가 큰 방향으로 잡았다. 이를 표현하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \Psi(X) = C_{ext} + \frac{1}{\Theta_{misalign}} + \frac{1}{SF_{tb}} \quad (5)$$

$$\text{where, } X = \{x_1, x_2, x_3\}^t$$

여기서  $C_{ext}$ ,  $\Theta_{misalign}$ ,  $SF_{tb}$ 는 외부 감쇠기의 감쇠값, 축 어긋남 그리고 비틀림 좌굴에 대한 안전 계수이며  $X$ 는 설계 변수 벡터로  $x_1, x_2$ 는 섬유 방향 그리고  $x_3$ 는 축 두께이다. 셋째, 제약 조건은 구동축 성능 요건과 각 설계 변수의 경계 조건을 고려하여 다음과 같이 정의하였다.

$$g_1(X) = T_{shaft}(X) - T_{max} \leq 0 \quad (6)$$

$$g_2(X) = SF_{min} - SF_{steadystate}(X) \leq 0 \quad (7)$$

$$g_3(X) = d_{spinup}(X) - d_{max} \leq 0 \quad (8)$$

$$0 \leq x_1 \leq 90^\circ \quad (10)$$

$$0 \leq x_2 \leq 90^\circ \quad (11)$$

$$1.0 \leq x_3 \leq 2.0 \text{ mm} \quad (12)$$

식(6)은 축의 온도에 대한 상한값을 지정한 것으로  $T_{max} = 65^\circ\text{C}$ 이고 식(7)은 정상 상태에서 축에 발생하는 응력에 대한 안전 계수의 최소값을 지정한 것으로 여기서  $SF_{min} = 1.5$ 이다. 또한 식(8)은 구동축이 정상 상태의 속도에 도달하기까지의 응답에 대한 상한값을 지정한 것으로  $d_{max} = 0.16$ 으로 설정하였다.

### 3.2 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘은 다윈의 생태계의 진화 원리 즉, 자연선택과 적자 생존에 바탕을 둔 최적해에 대한 탐색 알고리즘의 하나로 설계 변수의 형태에 관계없이 다양한 종류의 문제에 대해 적용할 수 있다. 기존 알고리즘의 국소 탐색은 지역해로 빠질 가능성이 많은 반면 여러 개의 지역해로 구성된 개체군으로 해를 병행 탐색하는 유전자 알고리즘은 전역해로의 접근 가능성이 크다.

우선 대상 문제에 대한 가능한 임의의 해들을 정해진 자료 구조 즉, 이진수화(0 또는 1)하여 Fig. 2와 같이 하나의 열(string)로 만들고 이를 각 개체의 염색체로 하여 이들을 점차적으로 변형함으로써 더 나은 해로 진화해 가도록 자연선택의 원리에 의해 우수한 개체들을 선택해야 한다. 개체의 선택 정도는 적합도(fitness)로 평가하는데 이는 목적 함수와 관련된다. 적합도에 따라 선택되는 확률이 달라져 지속과 소멸이 결정된다. 선택된 각 개체는 교배(crossover)와 변이(mutation)의 유전 연산자에 의해 유전 정보가 달라진다. 새로운 개체들의 적합도가 다시 평가하고 기존 개체들의 것과 비교하여 적합도가 더 나은 것이 있으면 이를 유전 연산의 과정에 투입시킨다.

#### (1) 초기 개체군의 결정(Initial population)

유전자 알고리즘상에서 개체의 수는 최적해의 도출과 관계가 깊다. 즉 개체수가 많을수록 많은 지역적 해를 가질 수 있어 전역해에 접근할 가능성이 높아진다. 하지만 지나치게

많으면 탐색 시간이 길어진다. 이러한 문제를 극복하기 위해 본 연구에서는 설계 변수인 적층 방향과 층 두께를 0도에서 90도, 1에서 2mm사이가 되도록 하고 초기 개체군이 제약 조건을 모두 만족하도록 개체군을 구성하였다.

### (2) 선택 (Selection)

선택 단계는 각 개체의 적합도에 따라 보다 환경에 적합한 개체를 확률적으로 선택하는 것이다. 본 연구에서는 일반적인 선택기법인 룰렛휠(roulette wheel) 방법을 적용하였는데, 적합도에 비례하는 확률만큼 선택되는 특성 때문에 같은 개체가 여러 번 선택될 수 있다. 따라서 다양한 개체가 발생하지 않아 국소적인 탐색이 이루어진다. 이러한 단점을 보완하기 위해 본 연구에서는 반복 선택된 개체 수만큼 다시 제약 조건을 만족하는 임의의 개체를 발생시켜 주어진 개체수를 충족시켰다.

### (3) 교배 (Crossover)

교배 단계는 기존 개체들의 성질이 유전되도록 하는데 기존 개체들의 우성 형질과 열성 형질이 모두 유전될 수 있는데 열성 형질의 개체는 선택 단계에서 소멸되어 다음 세대로 이어질 가능성이 작다. 선택된 두 개체에서 교차될 유전자의 위치가 결정되면 그 지점을 기준으로 두 개체의 염색체를 교환한다. 본 연구에서는 단일점 교배(one-point crossover)방식을 적용하였으며 Fig. 2은 그 예를 보여주고 있다.

**Encoding**

개체 1:[56°34°18mm] ▶ 111000, 100010, 010010  
 개체 2:[22°90°19mm] ▶ 010110, 1011010, 010011

**Crossover**

111000100010010010 (before)  
 0101101011010010011

1101101011010010011 (after)  
 011000100010010010

**Mutation**

0101101011010010011 (before)  
 0101101011110010011 (after)

교배가 많이 이루어진다 해도 전역해에 도달하는 것을

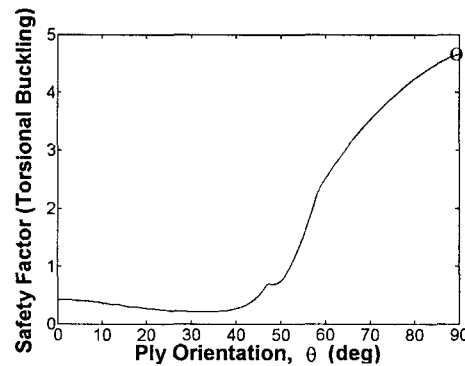
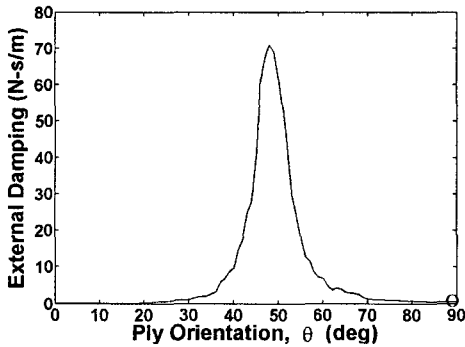
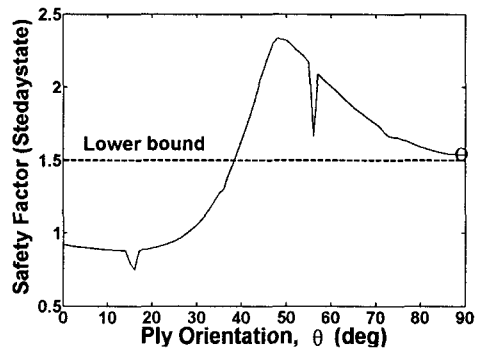
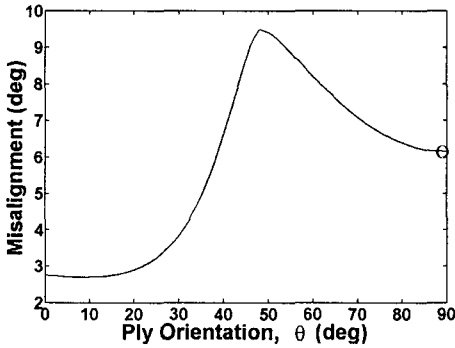
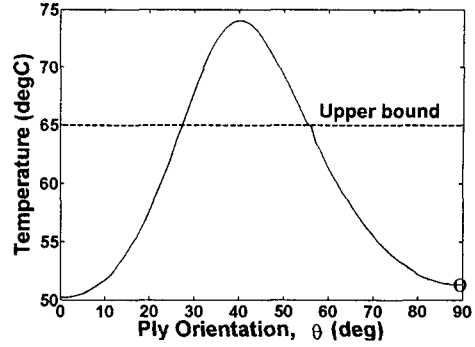
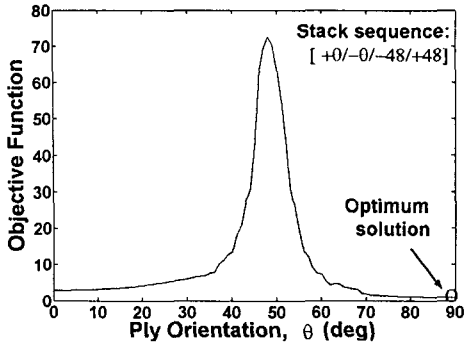
보장할 수 없다. 즉 기존 개체의 형질의 많은 부분을 전달하는 교배 연산만으로는 예상치 못한 해에 접근할 수 있는 가능성이 적다. 이러한 교배 연산의 한계를 보완하는 것이 변이 연산인데 최적해를 탐색하는 과정에서 임의성 즉 돌연변이를 부여함으로써 지역해에 정체가 되는 것을 방지해 준다. 선택된 개체의 염색체 상에서 임의의 지점이 지정되면 Fig. 2에서와 같이 그 위치의 유전자가 바뀐다. 변이 연산이 일어날 확률은 자연 현상에서와 같이 매우 작게 부여한다.

## 4. 최적화 결과분석

Fig. 3에서 8은 유전자 알고리즘을 통해 얻어진 최적의 파라미터에 대한 성능 지수의 변화를 보여주고 있다. 적층 개수가 4인 FMC 구동축에 대한 최적의 변수 조합은 섬유 방향이  $[\pm 89^\circ / \mp 48^\circ]$ , 축 두께가 1.7mm인 것으로 나타났다. 앞서 언급한 것처럼 FMC 구동축의 성능은 적층 방향 및 층 두께에 따라 크게 달라진다고 하였는데 결과에서 이를 확인할 수 있다. 특히, 적층 방향에 따른 성능의 변화가 현저한데 적층 방향이 모두 48°일 때 횡방향의 유연성과 비틀림 강성이 가장 커져 이상적인 구동축 성능을 얻게 됨을 알 수 있다. 즉 Fig. 7에서를 보면 적층 방향이 모두 48°일 때 구동축의 탄성 계수가 최소값이 되고 전단 계수가 최대인 것으로 이 결과를 유추할 수 있다. 하지만 이러한 적층 방향에서 횡방향 유연성의 강화와 동시에 Fig. 8에서와 같이 손실 계수가 최대가 되어 선회 안정성에 문제를 야기시킨다. 게다가 구동축의 온도가 상승함으로써 축 내부의 열하중이 발생하여 바람직하지 못한 결과를 나타내게 된다. 이러한 구동축 성능의 특성으로 인해 그림에서 보는 바와 같이 최적의 성능을 갖는 적층 방향은 한 개의 적층 방향이 횡방향 유연성이 증가하는 48°로 향할 때 다른 한 적층 방향은 이를 벗어나는 방향으로 이동되어야 함을 알 수 있다. 또한 이러한 결과는 Fig. 4에서도 알 수 있다. 즉 축 어긋남의 변화만을 봤을 때에는 앞서 보인 바와 같이 모든 적층 방향이 48°일 때이지만 선회 안정성을 확보하기 위한 외부 감쇠 및 좌굴에 대한 안전성 그리고 축 온도와 정상상태하의 구동의 안정성을 고려하게 되면 다른 한 적층 방향은 48°를 벗어나야 한다는 것을 알 수 있고 그 방향은 90°를 향한다는 것을 확인할 수 있다.

층 두께에 대한 FMC 구동축의 성능은 적층 방향에 대한 것보다 비교적 변화가 작다. Fig. 6으로부터 층 두께가 커질수록 축 어긋남과 비틀림 좌굴에 대한 안정성이 좋아지는 반면 외부 감쇠 또한 커져 선회 안정성의 문제를 안게됨을 알 수 있다. 횡방향 유연성과 비틀림에 대해 최적의 적층 방향을 갖는 상태에서 층 두께가 증가함에 따라 FMC 내에 유연성이 매우 큰 모재의 비율이 커지게 되어 횡방향 유연

Figure 3 FMC shaft performance vs. ply angel



성이 더욱 더 커지고 비틀림에 점점 강해지게 된다. 하지만 모재의 비율이 커짐과 함께 내부감쇠가 커져 횡방향 유연성을 저하시키고, 축 내부의 온도를 상승시켜 결국 층 두께의 증가를 제한하게 된다.

결과적으로 최적의 FMC 구동축 변수는 횡방향 유연성과 비틀림 강성을 동시에 만족시키는 것이어야 한다. 축 어긋남과 정상상태하의 안정성을 향상시키기 위해서는 횡방향 유연성이 증가하는 방향 즉, 적층 방향을 48°에 근접시켜야 한다. 반면 선회 안정성과 비틀림 좌굴에 대한 안정성의 향상을 위해서는 횡방향 유연성이 떨어지는 적층 방향을 생각해 봐야 한다. 이러한 모든 성능을 만족시키기 위해서는 결과그림을 바탕으로 볼 때 적층 방향은 48°와 90°사이에 있어야 한다. 이러한 사실은 본 연구에서 적용한 유전자 알고리즘의 모든 개체들로부터 재확인 할 수 있는데, 각 지역해를 의미하는 개체들은 전역해에 접근하면서 적층 방향이 위에서 언급한 방향을 지시하고 있다.

본 연구에서 적용한 유전자 알고리즘의 성능을 평가하기 위해 그 수렴과정을 Fig. 9에 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 모든 경우 최적해에 도달하는 것을 확인 할 수 있고 초기 개체군의 적합도 즉 최적해에 가까운 개체가 있을 경우 최적해로의 기울기가 완만하다. 반면 최적해와 거리가 있는 개체가 많을 경우 최적해로의 기울기는 급한 것을 확인할 수 있다. 하지만 단계가 거듭될수록 최적해에 접근하는 시간은 모든 경우 거의 차이가 없는 것으로 나타났다.

Figure 4 FMC shaft constraints vs. ply angle

Figure 5 FMC shaft performance vs. thickness

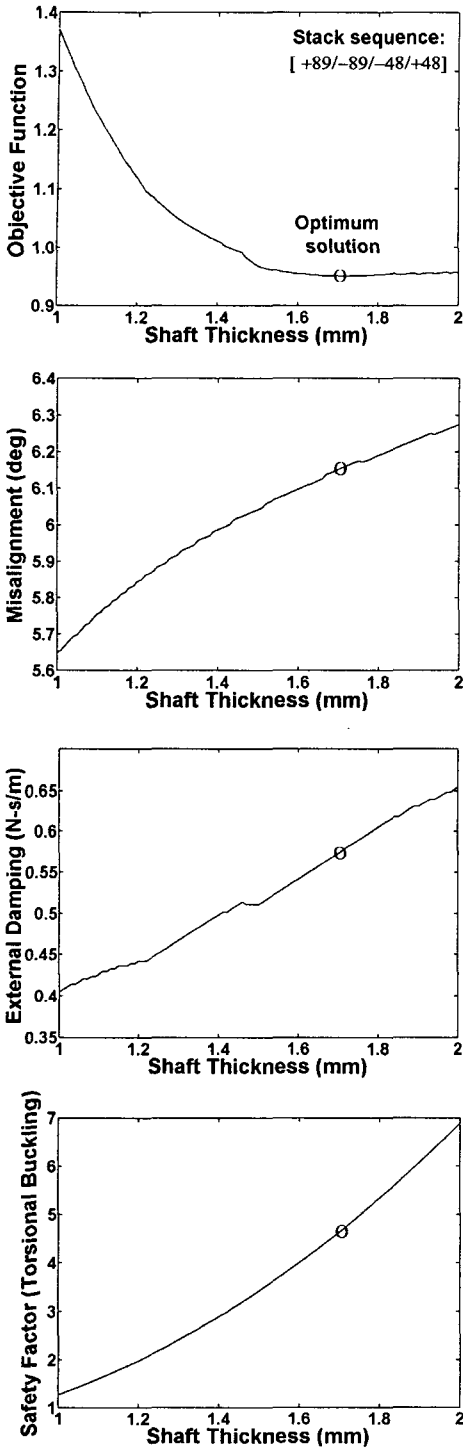


Figure 6 FMC shaft characteristics vs. ply angle

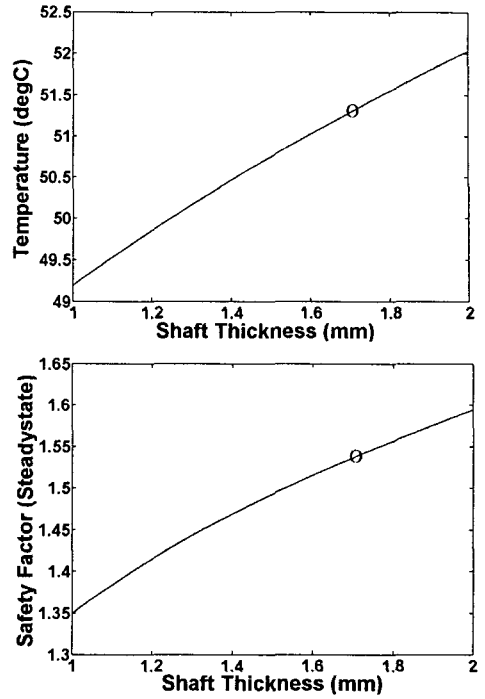


Figure 7 Equivalent FMC shaft properties

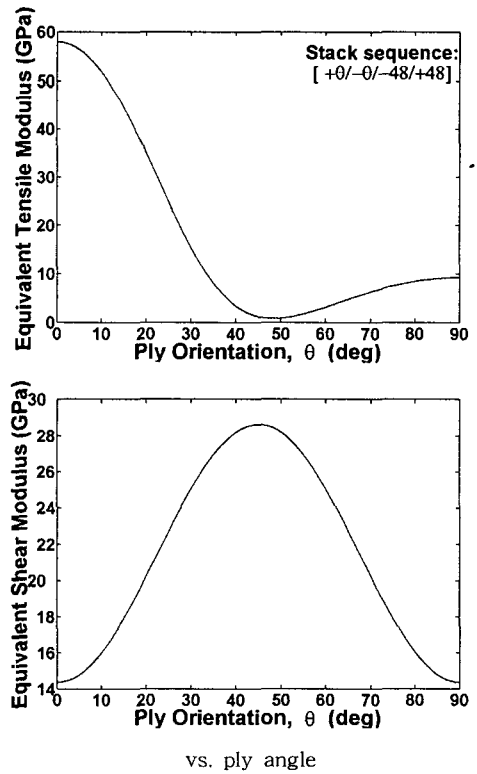


Figure 8 Equivalent FMC shaft properties vs. ply angle

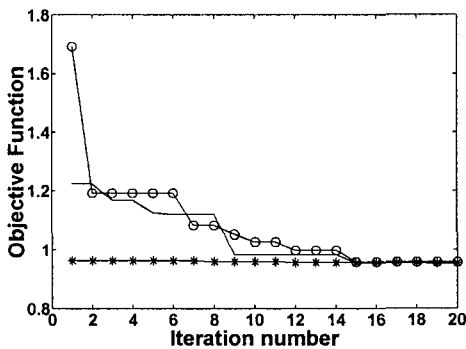
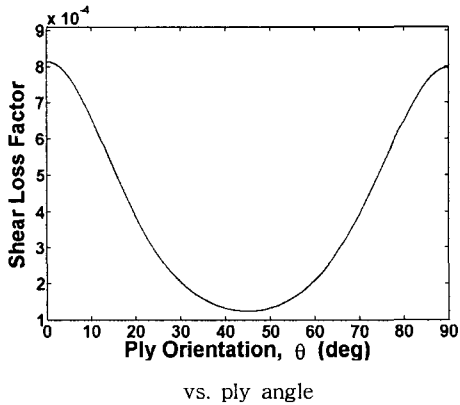
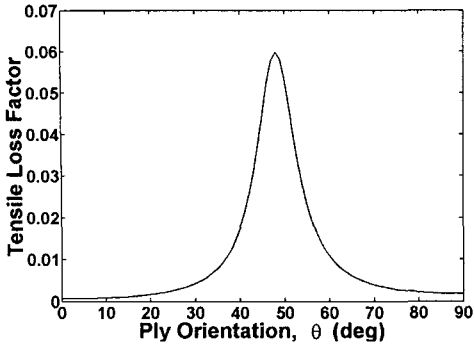


Figure 9 Convergence of genetic algorithm

### 5. 결론

모든 시스템 성능을 만족하는 구동축 변수 조합을 찾기 위해 유한요소법과 유전자 알고리즘을 적용하였다. 횡방향의 유연성과 선회 안정성을 동시에 만족하는 변수 조합은 한 개의 적층 방향이 48° 다른 적층 방향이 이와 다른 방향이 되어야 한다는 것이 확인되었다. 또한 본 연구를 통해 유전자 알고리즘이 FMC 구동축과 같은 많은 변수조합에 따른

비선형적인 성능 변화를 가진 시스템의 최적 설계에 효과적임을 확인하였다. 차후 좀더 일반적인 FMC 구동축 변수 조합에 대한 최적 설계에 유전자 알고리즘을 적용하여 광범위한 특성분석에 이용될 수 있음을 확인했다.

### 참 고 문 헌

- (1) H. A. DeSmidt, K. W. Wang, and E. Smith, 2002, "Coupled Torsion-Lateral Stability of a Shaft-Disk System Driven through a Universal Joint", ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 69, No. 3, pp. 261-273.
- (2) Chen, L. and Peng, W., 1998, "The stability behavior of rotating composite shafts under axial compressive loads", Composite Structures, Vol. 41, pp. 253-263.
- (3) Crane, R.M., Santiago, A.L., Ratcliffe, C.P., 1994, "Structural and Damping Characteristics of a Flexible Composite Shaft", Journal of Materials for Noise and Vibration Control, Vol. 80, pp. 65-72.
- (4) Darlow, M.S., Creonte, J., 1995, "Optimal Design of Composite Helicopter Power Transmission Shafts with Axially Varying Fiber Layup", Journal of American Helicopter Society, Vol. 40, No. 2, pp. 50-56.
- (5) H. Z. ter Wijlen and E. de Boer, 1994, "Designing, manufacturing and testing of sub- and supercritical composite shafts for helicopter tail drive line applications", Proceedings of the 20th European Rotorcraft Forum, Amsterdam, Netherlands, Vol. 4, pp. 123-1 to 123-15.
- (6) Abrate, S., 1990, "Optimum Design of Composite Shafts", Proceedings of the 5th Technical Conference, American Society for Composites, East Lansing, MI, pp. 647-656.
- (7) Jones, R. M., 1976, Mechanics of Composite Materials, McGraw-Hill, New York, pp. 80-83.
- (8) Zafer Gurdal, Raphael T. Hafka, and Prabhat Hat Hajela, 1990, Design and Optimization of Laminated Composite Materials, JOHN WILEY & SONS, New York/ Chichester/ Weinheim/ Brisbane/ Singapore/ Toronto, pp. 169-209.
- (9) 윤영수 등, 1998, "구조적 설계 문제 최적화를 위한 혼합 유전알고리즘", 한국경제과학회지, 제23권, 제3호.
- (10) 홍을표 등, 2003, "축 어긋남이 있는 유연 복합재 고속 구동축의 특성분석", 춘계학술대회 논문집, 한국소음진동학회, pp. 103-117