

Simulated Annealing법을 이용한 저널베어링의 최적설계

Optimum Design of Journal Bearing Using Simulated Annealing Method

구형은* · 송진대* · 양보석**

Hyong-Eun Goo, Jin-Dae Song and Bo-Suk Yang

Key Words : Optimum Design(최적 설계), Simulated Annealing(시뮬레이티드 어닐링), Journal Bearing(저널 베어링)
Finite Different Method(유한 차분법), Simple Rotor(단순 회전체)

ABSTRACT

This paper describes the optimum design for journal bearing by using simulated annealing method. Simulated annealing algorithm is an optimum design method to calculate global and local optimum solution. Dynamic characteristics of a journal bearing are calculated by using finite difference method (FDM), and these values are used for the procedure of journal bearing optimization. The objective is to minimize the resonance response (Q factor) of the simple rotor system. Bearing clearance and length to diameter ratio are used as the design variables.

기호설명

- C : 베어링 간극
- $C_{i,j}$: 베어링의 감쇠계수 ($C_{i,j} = \bar{C}_{i,j} \mu \omega RL (R/C)^2$)
- $K_{i,j}$: 베어링의 강성계수 ($K_{i,j} = \bar{K}_{i,j} \mu \omega RL (R/C)^2$)
- P : 유막 압력 ($P = \bar{P} \mu \omega (R/C)^2$)
- L : 저널의 길이
- R : 저널의 반경 ($R = D/2$)
- x, y, z : 유막의 직교좌표계
($\theta = x/R, \bar{y} = y/h, \bar{z} = z/L$)
- h : 유막 두께
- k_s : 축의 강성계수
- ϵ : 편심률 (e/C)
- μ : 윤활유의 점도
- ϕ : 위치각
- ω : 축의 각속도 ($2\pi N/60$)

1. 서론

일반적으로 회전기계의 성능이 향상되기 위해서는 진동과 소음의 발생이 부가적으로 발생하고 있다. 즉, 기계의 에너지 효율을 향상시키기 위해 소형화, 경량화, 고속화 및 고온화 등을 통하여 에너지 손실을 최소화하지 않으면 안 되고, 이러한 과정은 진동 및 소음을 발생시키는 요인이 되는 경우가 많다. 그 중에서 회전기계를 지지하는 베어링은 회전기계의 동력 손실 및 안정성을 좌우하는 핵심 부품 중의 하나라고 할 수 있으며, 따라서 이에 대한 연구는 회전체 설계기술 자립을 위해 필수적이라고 할 수 있다.

저널베어링의 강성과 감쇠계수는 회전체의 위험속도와 불안정현상과 같은 시스템의 고속안정성에 직접 영향을 미치고, 특히 베어링 유막의 영향으로 발생하는 자력진동으로 인해 회전체에서 불안정화(instability)가 발생한다. 그러므로 고속안정성이 우수한 시스템을 설계하기 위해서는 먼저 베어링의 동특성이 정확하게 예측되어야 하고, 이 베어링의 정확한 설계가 회전체에서 고려되어야 할 중요한 요인으로 자리 잡고 있다. 이 베어링의 최적화의 목적은 시스템의 저진동을 위한 베어링 요소의 설계변수들에 대한 최적값을 찾는 것이다. 이러한 문제를 해결하기 위해 많은 최적화 탐색 방법들이 개발되어 왔다.^(1,2) 본 연구에서는 그 중 하나인 시뮬레이티드 어닐링 알고리즘을 사용하여 회전체와 지지 베어링의 저

* 부경대학교 대학원
E-mail : rokmc793@mail1.pknu.ac.kr
Tel : (051) 625-1604, Fax : (051) 620-1406

** 정회원, 부경대학교 기계공학부

진동화를 위한 최적설계를 수행하고 그 결과를 나타내었다. 실제 설계에서 공진배율인 Q 계수(Q-factor)는 위험 속도에서 진동진폭을 예측하기 위해 사용된다. 회전체·베어링 시스템에서 진동진폭이 너무 높다면, 이러한 과대 진동은 과도한 불평형, 정렬불량 및 접촉(rubbing) 등의 문제에 기인하여 발생할 수 있다. 본 논문에서는 유한차분법(finite different method)을 사용하여 저널 베어링의 지지강성 및 감쇠계수인 동특성 계수를 구하고, 베어링의 이 값을 이용하여, Q-factor를 최소화하는 목적 함수로 베어링 형상의 최적화를 수행하였다.

2. 해석 이론

2.1 저널 베어링 해석

저널 베어링 해석방법에는 경계조건에 따라서 소폭 베어링(short bearing), 무한 폭 베어링(infinity bearing) 및 유한 폭 베어링(finite bearing) 이론 등이 있으며, 소폭 베어링이나 무한 폭 베어링 이론은 저널 베어링을 해석하는데 제한적이므로, 최근에는 유한 폭 베어링이론이 많이 사용되지만, 수치적인 계산이 복잡하다는 단점을 가지고 있다.

저널 베어링의 Reynolds 방정식은 다음과 같으며,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

Reynolds 방정식으로부터 저널 베어링 내의 압력 분포를 구하기 위하여 Sommerfeld 조건, half-Sommerfeld 조건, Reynolds 조건과 같은 경계조건을 사용한다. 보통 압력을 계산할 때, 계산의 편의성을 위해서 half-Sommerfeld 조건을 많이 사용하고, 본 논문에서도 이 조건을 사용하였다.

저널 베어링의 동특성 계수를 구하기 위해서는 먼저 정적 평형상태 해석이 수행되어야 한다. 즉, 편심률 ϵ 과 위치각(attitude angle) ϕ 가 계산되어진 후 정적 평형위치에서의 미소 변동에 대한 힘을 계산함으로써 동특성 계수들이 계산되어진다. 저널 중심이 정적 평형위치에서 미소량만큼 변한다고 가정하면, 미소섭동법(perturbation method)을 이용하여 압력과 유막 두께를 다음과 같은 무차원식으로 나타낼 수 있다.

$$\bar{P} = \bar{P}_0 + \bar{P}_1 \bar{d}\bar{x} + \bar{P}_2 \bar{d}\bar{y} + \bar{P}_3 \bar{d}\bar{x} + \bar{P}_4 \bar{d}\bar{y} \quad (2)$$

$$\bar{h} = \bar{h}_0 + \Delta \bar{x} \cdot \cos(\theta + \phi) + \Delta \bar{y} \cdot \sin(\theta + \phi) \quad (3)$$

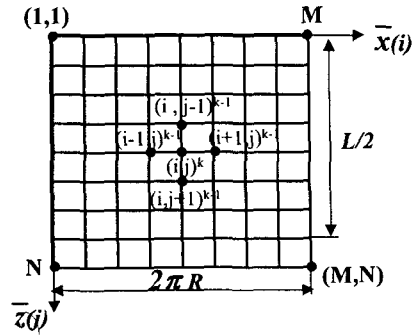


Fig. 1 Mesh point of journal bearing

여기서, \bar{h}_0 는 정적 평형 상태의 유막두께

$$\bar{h}_0 = 1 + \epsilon \cos \theta \quad (4)$$

이며, \bar{P}_0 는 정적 평형상태의 무차원 압력, \bar{P}_1 , \bar{P}_2 , \bar{P}_3 , \bar{P}_4 등은 무차원 동압력이다.

식 (2)에 식 (3)과 (4)를 대입하여 각각의 성분끼리 변수분리하면, 미소 변동이 발생할 때의 압력에 대한 지배방정식이 얻어진다.

베어링 내 유동에 대한 지배방정식의 해를 구하기 위하여 Fig. 1과 같이 베어링 면을 원주방향과 축방향으로 각각 M개와 N개로 분할하여 각 포인트의 해를 유한차분법(finite different method)으로 계산한다. 여기서 저널 베어링은 폭 중심선에 의해 대칭을 이루므로, 축방향의 반에 대해서만 각 압력분포를 구하고, 얻어진 압력분포에 대한 식을 유한차분식화 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{P}_0^k(i, j) = & X_1 \bar{P}_0^{k-1}(i+1, j) + X_2 \bar{P}_0^{k-1}(i-1, j) \\ & + X_3 \bar{P}_0^{k-1}(i, j+1) + X_4 \bar{P}_0^{k-1}(i, j-1) + C_0 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 k 는 반복횟수, X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , C_0 등은 각 노드 (i, j) 에 관계하는 상수로 다음과 같다.

$$X_1 = X_2 = 1/(\Delta \theta^2 \cdot HS)$$

$$X_3 = X_4 = (R/L)^2 / [\Delta \bar{z}^2 \cdot HS]$$

$$\begin{aligned} HS = & 2/\Delta \theta^2 + 2 \left(\frac{R}{L} \right)^2 \Delta \bar{z}^2 + 0.75/A^2 \cdot \left[\left(\frac{\partial A}{\partial \theta} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right)^2 + 2A \left(\frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right) \right] \end{aligned}$$

(6)

$\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \bar{P}_4$ 에 대해서도 같은 방법으로 해를 구할 수 있다. 이렇게 계산되어진 압력항에 의해 편심률과 위치각이 계산되어지고, 무차원화된 강성 및 감쇠계수는 각각 식 (7) 및 (8)과 같다.

$$\begin{cases} \bar{K}_{XX} \\ \bar{K}_{YX} \\ \bar{K}_{XY} \\ \bar{K}_{YY} \end{cases} = - \int_0^1 \int_0^{2\pi} \bar{P}_1 \begin{cases} \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \\ \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \end{cases} d\theta d\bar{z} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \bar{C}_{XX} \\ \bar{C}_{YX} \\ \bar{C}_{XY} \\ \bar{C}_{YY} \end{cases} = - \int_0^1 \int_0^{2\pi} \bar{P}_3 \begin{cases} \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \\ \cos(\theta + \phi) \\ \sin(\theta + \phi) \end{cases} d\theta d\bar{z} \quad (8)$$

위의 유한차분법과 동특성 계수의 계산 과정을 이용하여, $L/D=1, C=139 \mu\text{m}$ 인 저널 베어링의 강성 및 감쇠계수를 계산하였다. 계산결과는 Fig. 2 및 3과 같으며, 참고문헌⁽³⁾의 결과와 거의 일치하고 있다. 여기서 사용된 기준 Sommerfeld 수는 다음과 같다.

$$S = \frac{\mu NLD}{W} \left(\frac{R}{C} \right)^2 \quad (9)$$

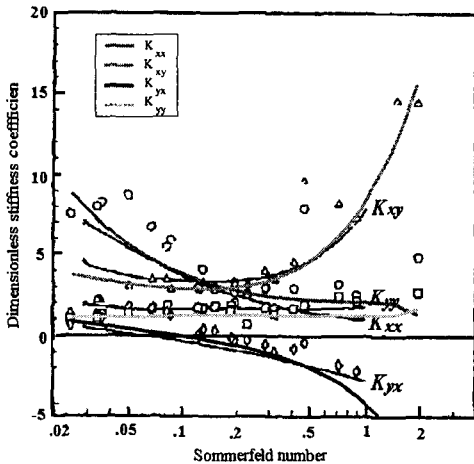


Fig. 2 Comparison with stiffness coefficient

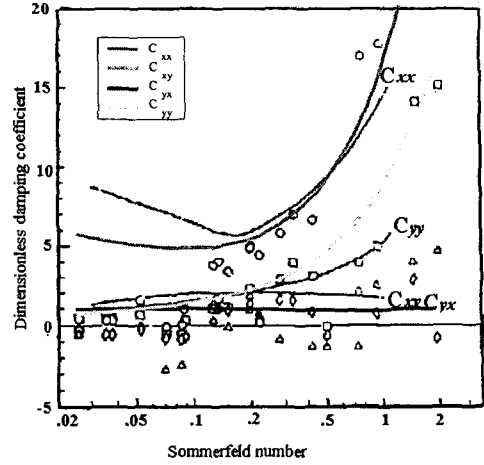


Fig. 3 Comparison with damping coefficient

2.2 시뮬레이티드 어닐링(Simulated Annealing: SA)

본 논문에서는 SA 알고리즘을 이용하여 최적설계를 수행하였다. SA란 기존의 반복적인 개선(iterative improvement)에 근거한 발견적 기법들이 국부 최소점(local minimum point)에 빠져버리는 단점을 개선한 범용의 최적화 기법이다. 이 SA는 고체를 열탕에 넣어 액체상태가 될 때까지 가열한 후 온도를 서서히 낮추어 가장 에너지 수준이 가장 낮은 상태 즉, 안정한 결정 상태를 얻기 위해 사용하는 어닐링의 물리적 과정을 조합 최적화 문제에 모사한 방법으로 Kirkpatrick⁽⁴⁾에 의해 최초로 소개되었고, 그 과정은 다음과 같다.

- Step 1. 고체의 초기 상태를 무작위로 선택 (X)
- Step 2. 현재상태에서 약간의 변동을 주어 다음 상태 생성 (Y)
- Step 3. 두 상태의 에너지 차이 계산
($\Delta = E(Y) - E(X)$)
- Step 4. 차이 값이 0보다 작거나 같을 때(나중상태 에너지가 더 작을 때)는 변동을 허용하고, 차이 값이 0보다 클 때(나중상태 에너지가 더 클 때)는 변동을 확률로 결정한다. 이 때 확률로서 받아들이는 식은 아래와 같고, 이 조건을 메트로폴리스 조건이라 부른다.

$$(\exp(-\Delta/k_B T)) > 0 \quad (10)$$

여기서 k_B 는 볼츠만 상수이고, T 는 온도이다.

- Step 5. 온도를 고정하고 위 과정을 충분히 반복하면 고체의 상태분포가 열평형을 이룬다.

SA 알고리즘이 반복적 개선 알고리즘과는 다른 주요

한 차이점은 새로운 구성이 더 나쁜 상태가 되었을 때도 즉, 비용(cost)이 증가했을 때도 그 새로운 구성을 받아들일 수 있는 확률이 주어진다라는 점이다. 이러한 방법은 SA 알고리즘이 국부적인 최적(local optimum)으로부터 벗어나서 전역 최적(global optimum)인 결과에 도달할 수 있게 한다. Fig. 4에 SA 방법으로 최적해를 구하는 흐름도를 나타내었다.

각 단계에 대한 설명은 먼저 Initialize에서 초기온도(T), 초기해(X), 초기반복수(L)를 설정하고, Pertube에서 현재의 해와 근접한 새로운 해(Y)를 만들어, Metropolis 조건을 검토하여 새로운 해를 받아들이는 과정을 거친다. 내부루프가 충분히 반복된 후, Update과정에서 온도를 낮추고 적절히 내부루프 수도 수정하여 Stop-Criterion 조건을 충족시킬 때까지 반복하여 해를 구한다. 이러한 기본적인 알고리즘을 바탕으로 시물레이티드의 변형⁽⁵⁾, 병렬처리를 통한 방법⁽⁶⁾, 효과적인 냉각 스케줄을 찾는 방법⁽⁷⁾ 등 더 빠르고 정확한 탐색을 위해 개선되고 있다.

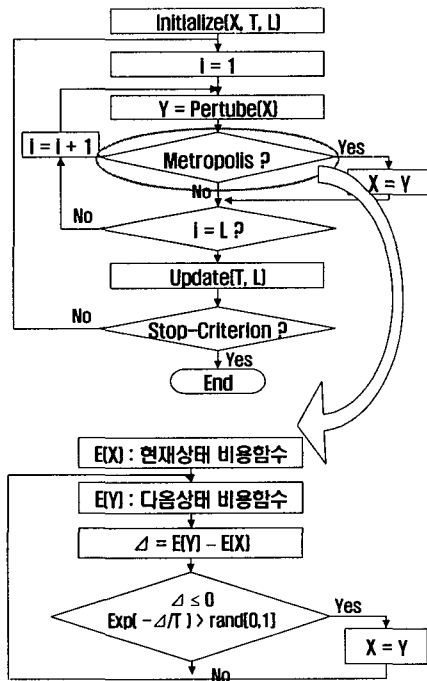


Fig. 4 The flow chart of simulated annealing

3. 회전체 시스템의 최적설계

3.1 Simple rotor 최적 설계⁽⁸⁻¹⁰⁾

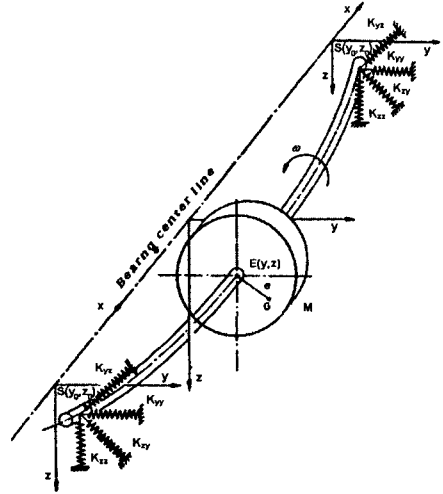


Fig. 5 Analytical model of simple rotor

회전축계의 감쇠가 작은 경우, 가진 주파수가 계의 고유진동수와 일치할 때 공진이 발생하고, 공진영역에 근접할수록 큰 진동이 발생한다. 불평형에 의한 i 차 모드가 가진될 때, 불평형 진동에 대한 동적 응답배율, 즉 진동확대계수(amplification factor) M_i 는 다음식과 같이 표현된다.

$$M_i(\Omega) = \frac{(\Omega/\omega_i)^2}{\sqrt{\{1 - (\Omega/\omega_i)^2\}^2 + 4\xi_i^2(\Omega/\omega_i)^2}} \quad (11)$$

여기서 Ω 는 회전각속도, ω_i 는 i 차 비감쇠 고유진동수, ξ_i 는 i 차 모드의 감쇠비를 나타낸다. 위 식에서부터 M_i 는 진동수비 $\Omega/\omega_i = 1/\sqrt{1-2\xi_i}$ 에서 최대가 된다. 근사적으로 공진 배율의 최대치는 $1/(2\xi_i)$ 라 하고, 이 공진 배율의 최대치를 Q_i 라 표시하고 Q-factor라 부른다.

$$Q_i = \frac{1}{2\xi_i} \quad (12)$$

이 Q_i 값을 이론적으로 계산할 경우, n 자유도를 가지는 회전축계의 운동방정식으로부터 복소 고유치해석을 수행하면 n 개의 복소 고유치(complex eigenvalue)

$$\lambda_i = \lambda_{ri} \pm j\lambda_{ii} \quad (i = 1 \sim n) \quad (13)$$

이들 고유치로부터 각 모드에 해당하는 감쇠비는

$$\xi_i = -\lambda_{ri} / \sqrt{\lambda_{ri}^2 + \lambda_{ii}^2} \quad (i = 1 \sim n) \quad (14)$$

과 같고, 이 감쇠비가 Q-factor의 계산에 사용된다.

회전 축계의 최적 설계는 Fig. 5와 같이 양 끝단이 저널베어링으로 이방성 지지되어 있는 simple rotor에 대해 상태변수로 정의되는 구속조건 하에서 목적함수를 최소로 하는 최적설계변수를 구하는 것이다. 상태변수로는 베어링 하중 $W(N)$, 회전속도 $N(\text{rpm})$, 축 강성계수 $k_s(N/m)$, 베어링 지지 강성계수 $K_{ij}(N/m)$, 감쇠계수 $C_{ij}(N \cdot s/m)$, 회전체 질량 $M(\text{kg})$ 이 고려된다. 이들 상태변수는 일반적으로 설계변수에 의해 결정되는 값들이다. 설계변수로는 반경름새 C , L/D 는 λ 이고, 설계변수벡터 \mathbf{X} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{X}^T = \{C, L/D\} \quad (15)$$

최적설계조건을 만족하기 위한 구속조건들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{X}) &\leq 0, \quad (i=1-4) \\ g_1 &= C_{\min} - C, \quad g_2 = C - C_{\max} \\ g_3 &= \lambda_{\min} - \lambda, \quad g_4 = \lambda - \lambda_{\max} \\ g_5 &= h_a - C(1 - \varepsilon_0(\mathbf{X})) \\ g_6 &= \omega - \omega_{cr}(\mathbf{X}) \\ g_7 &= p_{\max}(\mathbf{X}) - p_a \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, h_a 는 허용 유막두께, p_a 는 허용 유막압력, ω_{cr} 는 저널 베어링의 불안정한계 휘돌림 속도, ε_0 는 저널 베어링의 편심률이다.

식 (12)의 Q-factor를 최소화하기 위해, 지지베어링의 최적 설계를 수행한다. Q-factor의 계산에 사용되는 저널 베어링의 지지강성과 감쇠계수는 앞 절에서 유한차분법으로 구한 값을 사용하였다.

Table 1은 입력 파라미터의 값을 보여주고 있다.

Table 1 Input parameters for optimum design

Minimum radial clearance C_{\min}	20 μm
Maximum radial clearance C_{\max}	500 μm
Minimum length to diameter ratio λ_{\min}	0.35
Maximum length to diameter ratio λ_{\max}	0.65
Minimum film thickness h_a	40 μm
Maximum film pressure p_a	10 MPa
Viscosity of lubricant μ	0.01 Pa \cdot s
Journal diameter D	0.1 m
Applied load to bearing F_0	4000 N
Rotor mass M	125 kg
Rigid bearing critical speed ω	4,820 rpm

3.2 결과 및 고찰

앞 절에서와 같은 운전조건을 고려하여 최적설계를 수행한 결과 얻어진 최적 설계변수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C &= 65.05 \mu\text{m} \\ L/D &= 0.35001 \end{aligned}$$

Fig. 6은 설계변수를 변경하였을 때 설계변수와 목적함수 값인 Q-factor의 등고선 분포를 2차원으로 나타내고 있다. 구속조건에 따른 허용가능 해 영역(feasible solution region)을 그림에 함께 나타내었다. 허용가능 해 영역의 상부 한계선은 주로 허용안정한계 조건식 g_6 에 의해 결정되는 것으로 이 영역 위에서는 계가 불안정하게 됨을 의미한다. 따라서 이 한계선에 인접한 부분에서 Q-factor가 크게 되는 부분이 발생하는 것을 등고선으로부터 알 수 있다. 구속조건 중 압력에 대한 조건과 최소 틈새에 대한 조건은 고려하는 모든 설계영역에서 만족하는 것으로 평가되었다.

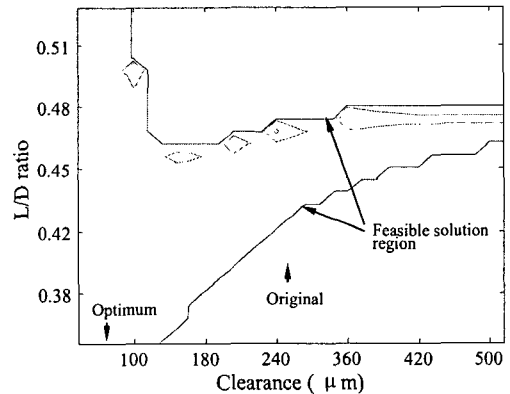


Fig. 6 Optimization results and feasible solution region

4. 결론

본 연구에서는 시뮬레이티드 어닐링 최적화 알고리즘을 적용하여 단순 회전축계의 공진응답을 줄이기 위한 저널 베어링의 최적 설계를 수행하였다. 사용한 저널 베어링의 강성과 감쇠계수는 유한차분법으로 계산하였다. 설계 파라미터는 베어링 간극 C 와 폭경비 L/D 이고, 목적함수로는 공진배율인 Q-factor를 고려하였다. 최적설계 결과는 만족스러우며, 향후 실제 회전기계 축계에 적용하여 기존의 방법과 비교, 검토할 예정이다.

참 고 문 헌

- (1) Rao, S. S., 1996, "*Engineering Optimization*", John Wiley & Sons. Inc.
- (2) Aroa, Jasbir S., 1989, "*Introduction to Optimum Design*", McGraw-Hill.
- (3) Someya, T., Ed., 1988, "*Journal-Bearing Databook*", Springer-Verlag.
- (4) Kirkpatrick, S., C.D. Gelatt Jr. and M.P. Vecchi, Optimization by Simulated Annealing, *Science*, 220, 671-680, May 1983
- (5) Saab, Y.G., V.B. Rao, Combinatorial optimization by stochastic evolution, *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, 10, 525-535, 1989
- (6) Aarts, E.H.L., J.H.J. Korst, *Simulated annealing and Boltzmann machines*, John Wiley & Sons, 1989
- (7) Tsitsiklis, J.N., Markov chain with rare transitions and simulated annealing, *Mathematics of Operations Research*, 14, 70-99, 1989
- (8) J.S. Rao., 1991, "*Rotordynamics*" New Age International
- (9) 양보석, 2002, "회전기계의 진동", 인터비전
- (10) 김영찬, 양보석, "전역 및 국소 최적화 탐색을 위한 향상된 유전 알고리즘의 제안", *대한기계학회논문집*, Vol. 26, No. 6, pp. 1008-1015, 2002