

경사기능재료 사각평판의 정적 및 진동해석 Statics and Free Vibration Characteristics of Rectangular Plates Made of Functionally Graded Materials

민준식* · 송오섭** · 이윤규*** · 정남희*** · 강호식***

Jun Sik Min, Ohseop Song, Yoon-kyu Lee, Namheui Jeong and Ho-Shik Kang

Key Words : Functionally Graded Materials(경사기능재료), Power law exponent(멱지수), Navier Solution(나비에 해석)

ABSTRACT

In the recent years, functionally graded materials(FGM) have gained considerable attention in the high temperature environment applications. In the present work, study of the deflection and vibration of a functionally graded rectangular plate made up of Ti-6Al-4V and Al₂O₃ is presented. Material properties are graded in the thickness direction of the plate according to volume fraction power law distribution. Effects of volume fractions(power law exponent) on the deflection and natural frequency of FGM plate is studied. Also effects of temperature is studied. Navier Solution is used to analyzed the FGM plate.

1. 서 론

항공우주분야를 비롯한 현대의 첨단장비 및 설비개발이 가속화됨에 따라, 보다 가혹한 환경에서 사용될 수 있는 소재에 대한 필요성이 증대되고 있다. 특히, 단일재료의 물성 향상이 거의 한계치에 다다르고 있기 때문에 복합재료에 대한 연구개발이 다각적으로 추진되고 있다. 이러한 연구개발의 일환으로 최근에 경사기능재료라는 신소재가 각광을 받고 있다. 경사기능재료란 1984년 일본의 Niino 등에 의해 열차단재로 제안된 신소재로서, 성질이 서로 다른 두가지 이상의 재료를 단순히 접합하지 않고 재료의 조성을 서서히 변화시켜줌으로써 재료의 물성이 연속적으로 변화되도록 설계한 새로운 개념의 복합재료이다. 즉, 재료의 설계단계에서 사용조건에 적합하도록 의도적으로 조성, 조직, 열전도도, 열팽창계수 등을 연속적으로 변화시킴으로써 재료에 발생하는 열응력과 기타 기능을 적극적으로 제어하도록 시도한 재료로서, 우주항공용 단열차폐재료, 원자로의 내벽, 터빈 블레이드, 공구재료 등 여러 분야에서의 응용이 기대된다. 일 본에서 고안된 경사기능재료는 여러 분야에서 우수성 및 활

용가능성이 보고되고 있으며, 경사기능재료를 구조물에 적용하여 이론해석을 한 사례는 다음과 같다.

Sang-Yong Oh, Librescu 그리고 Ohseop Song⁽¹⁾는 박판 보로 이루어진 로터블레이드를 경사기능재료를 이용하여 모델링하고, 블레이드 상·하부에 온도구배가 존재할 때의 동특성을 연구하였다. S. C. Pradhan 외 3인⁽²⁾은 경사기능재료를 원통에 적용하여 동특성을 연구하였으며, 경계조건의 변화 및 경사기능재료의 특성인 체적비의 변화에 따른 고유진동수의 변화를 고찰하였다. K. M. Liew 외 3인⁽³⁾은 경사기능재료 판에 센서와 액츄에이터를 부착한 일체형 판을 모델로 경사기능재료의 특성에 따른 자유진동해석 및 능동제어를 통한 동특성 값의 변화에 대해 고찰을 하였다. Abdulhakim Almajid 외 2인⁽⁴⁾은 압전물질(piezo material)로 이루어진 판을 물성의 변화에 따라 2가지 종류의 판으로 모델링을 하고 2가지 종류의 판에 대하여 응력 및 압전성질을 비교 고찰하였다.

그러나 국내에서는 몇 몇 대학 및 연구소에서 현황조사와 초보적 시험제조 정도가 진행되고 있는 실정이다. 특히, 경사기능재료를 구조물에 적용한 이론해석은 그 예를 찾아보기 힘들다.

본 연구에서는 Fig.1과 같이 물성의 변화가 다른 2가지 Type의 경사기능재료 사각평판을 모델링하고 해밀턴 정리를 이용하여 운동방정식을 유도하였다. 그리고 Navier Solution 기법을 이용하여 균일분포 하중이 주어졌을 때의

* 충남대학교 대학원 기계공학과
E-mail : avallon@hanmail.net
Tel : (040) 822-8502, Fax : (042) 822-5642

** 충남대학교 공과대학 기계공학과

*** 충남대학교 대학원 기계공학과

정적해석 및 자유진동해석을 수행하였다. 경사기능재료 사각평판의 설계시 중요한 시스템 파라미터인 온도의 변화, 체적비의 변화에 따른 정적처짐 및 동특성의 변화를 고찰하였다. 또, 2가지 Type의 경사기능재료 사각평판에 대하여 결과를 비교 고찰하였다.

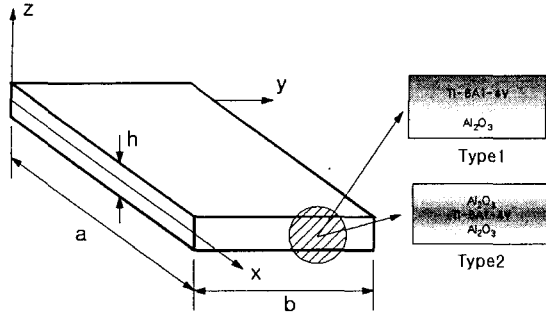


Fig 1. Configuration FGM plate

2. 경사기능재료의 특성

경사기능재료는 물성치를 다음과 같이 온도에 관한 함수로 표현할 수 있다.

$$P = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3) \quad (1)$$

여기서, $P_0, P_{-1}, P_1, P_2, P_3$ 는 온도에 관한 계수로 구성물질 고유의 값이다. 본 논문에서는 경사기능재료 판의 구성물질로 내열 성능이 뛰어난 Al_2O_3 , 기계적 성능이 뛰어난 Ti-6Al-4V를 사용하였다.

또한, 경사기능재료는 두께방향을 통해 재료의 조성이 변하므로, 결과적으로 다음과 같이 온도와 위치에 관한 함수로 물성을 표현할 수 있다.

$$P(T, z) = P_T(T)V_T(z) + P_A(T)(1 - V_T(z)) \quad (2)$$

2.1 Type 1

윗면은 Ti-6Al-4V이고 밑면은 Al_2O_3 이 되도록 재료의 조성이 변하는 기능재료 형태로서 한 쪽 면에서만 열을 받는 구조물, 즉 우주왕복선의 내열타일, 원자로의 내벽 등에 응용될 수 있다. Ti-6Al-4V의 체적비는 다음과 같다.

$$V_T = \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^n \quad (3)$$

여기서 n 은 체적비의 멱지수(Power law exponent)로 n 값에 따라 Ti-6Al-4V의 체적비가 그림2와 같이 변한다.

2.2 Type2

윗면과 밑면은 Al_2O_3 이고, 판의 가운데가 Ti-6Al-4V가 되도록 재료의 조성이 변하는 기능재료 형태로 양쪽면에서

열하중을 받는 구조물인 터빈블레이드 등에 응용될 수 있다. 판이 두 개의 layer로 이루어졌다고 가정하면, 각 layer의 체적비를 달리하여 물성을 표현할 수 있다.

상부 layer에서 Ti-6Al-4V의 체적비

$$V_A = \left(\frac{-2z+h}{h}\right)^n \quad (4)$$

하부 layer에서 Ti-6Al-4V의 체적비

$$V_A = \left(\frac{2z+h}{h}\right)^n \quad (5)$$

식(4)와 (5)의 Ti-6Al-4V의 체적비를 이용하면 식(2)의 물성식은 $z=h/2, z=-h/2$ 일 때, Al_2O_3 의 물성값을 가지며 $z=0$ 일 때는 Ti-6Al-4V의 물성값을 가진다. 식(5)는 Power law exponent의 변화에 따라 그림2와 같은 경향을 보이며, 식(4)는 그림2와 반대의 경향을 보인다.

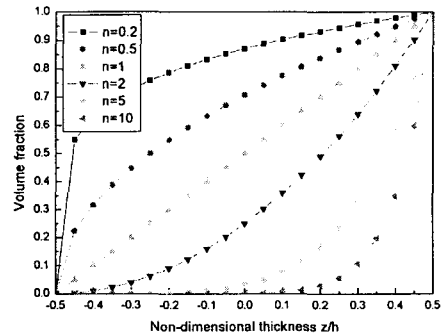


Fig 2. Variation of volume fraction of Ti-6Al-4V

다음의 표는 본 연구에서 사용된 구성물질의 온도에 따른 계수를 나타낸다.

Table 1. Material constants of Al_2O_3

Material constants	Al_2O_3		
	$E (N/m^2)$	ν	$\rho (kg/m^3)$
P_0	349.55×10^9	0.2600	3750
P_{-1}	0	0	0
P_1	-3.853×10^{-4}	0	0
P_2	4.027×10^{-7}	0	0
P_3	-1.673×10^{-10}	0	0

Table 2. Material constants of Ti-6Al-4V

Material constants	Ti-6Al-4V		
	$E (N/m^2)$	ν	$\rho (kg/m^3)$
P_0	122.56×10^9	0.2884	4429
P_{-1}	0	0	0
P_1	-4.568×10^{-4}	1.121×10^{-4}	0
P_2	0	0	0
P_3	0	0	0

3. 운동방정식 유도

3.1 변형률-변위 관계식

사각평판 내의 임의의 한 점에서의 x, y, z 방향의 변위는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y} \\ w(x, y) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (6)$$

변형률-변위 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ \chi_{xy} \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad \epsilon_{yy}^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y}, \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \chi_{xx} &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, \quad \chi_{yy} = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, \quad \chi_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{aligned}$$

3.2 구성 방정식

평면응력(Inplane Stress)만을 고려한 2차원 구성방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\{\sigma_{ij}\} = [C] \{\epsilon_{ij}\} \quad (8)$$

여기서 $\{\sigma_{ij}\}$, $[C]$, $\{\epsilon_{ij}\}$ 는 각각 응력, 강성, 변형률을 나타낸다.

그리고, 2차원 구성방정식을 두계방향을 따라서 적절한 합응력과 합 모멘트는 다음과 같은 구성방정식을 만족한다.

$$\begin{bmatrix} N_{ij} \\ M_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon^0 \\ \chi \end{bmatrix} \quad (9)$$

Type 1

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz, \quad \begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) \equiv \int_{-h/2}^{h/2} [Q_{ij}] (1, z, z^2) dz$$

Type 2

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^2 \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}^k dz$$

$$\begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^2 \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}^k z dz$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) \equiv \sum_{k=1}^2 \int_{z_k}^{z_{k+1}} [Q_{ij}]^k (1, z, z^2) dz$$

3.3 운동 방정식

운동방정식을 유도하기 위하여 다음과 같은 해밀턴 변분원리를 이용한다.

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta U + \delta W - \delta T) dt = 0 \quad (10)$$

$$t = t_0, t = t_1 \text{ 에서 } \delta u_0 = \delta v_0 = \delta w_0 = 0$$

탄성체의 변형에너지는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} U &= \int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV \\ &= \int_A \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{xx} \epsilon_{xx} + \sigma_{yy} \epsilon_{yy} + 2\sigma_{xy} \epsilon_{xy}) dz dA \end{aligned} \quad (11)$$

변형에너지 식(11)에 변형률-변위 관계식(7), 구성방정식(9)를 대입하고 변분하여 δU 를 구한다.

탄성체의 운동에너지는 다음과 같이 정의된다.

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{u}_i \dot{u}_i dV \quad (12)$$

운동에너지 식(12)에서 회전관성을 무시하고, 변분을 한 후 적분을 취하면 결과적으로 다음과 같은 운동에너지의 변분값을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} \delta T dt &= - \int_{t_0}^{t_1} \left[\int_A \rho \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \delta u_0 + \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \delta v_0 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \delta w_0 \right) dA \right] dt \end{aligned} \quad (13)$$

$$\rho = \sum_{k=1}^2 \int_{z_k}^{z_{k+1}} \rho^k dz$$

외력에 의한 일은 다음과 같이 정의된다.

$$W = \int_V \rho H_i u_i dV + \int_A \bar{\sigma}_i u_i dA \quad (14)$$

여기서 H_i 는 체적력, $\bar{\sigma}_i$ 는 외부표면력을 나타낸다. 체적력은 무시하고 판의 상·하부에 작용하는 외부표면력만 고려하면 분포외력 $q(x, y, t)$ 에 의한 가상일은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta W = - \int_A q \delta w_0 dA \quad (15)$$

3.3.1 운동방정식 및 경계조건

해밀턴 변분원리를 통해서 유도된 사각평판의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta u_0 : \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \\ \delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \\ \delta w_0 : \frac{\partial M_{xx}^2}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + q &= \rho \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (16)$$

단순지지된 사각평판의 경우, 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{at } x=0 \text{ and } x=a; \quad v_0 = w_0 = \frac{\partial w_0}{\partial y} = 0, \\ N_{xx} = M_{xx} = 0 \end{aligned} \quad (17.a)$$

$$\begin{aligned} \text{at } y=0, \text{ and } y=b; \quad u_0 = w_0 = \frac{\partial w_0}{\partial x} = 0, \\ N_{yy} = M_{yy} = 0 \end{aligned} \quad (17.b)$$

3.3.2 이산화된 운동방정식

Navier solution 기법을 이용하여 수치 해를 구하기 위한 이산운동 방정식을 유도하였다. 변위변수와 하중함수를 다음과 같이 이중 푸리에 급수로 가정한다. 이 때, 각 변수는 경계조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} u_0(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} U_{mn}(t) \cos ax \sin by \\ v_0(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} V_{mn}(t) \sin ax \cos by \\ w_0(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{mn}(t) \sin ax \sin by \\ p(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} P_{mn}(t) \sin ax \sin by \end{aligned} \quad (18)$$

식(18)에서 m 은 x 축 방향의 모드를 의미하며, n 은 y 축 방향의 모드를 의미한다.

식(18)을 운동방정식(16)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{P\} \quad (19)$$

여기서 $[M]$, $[K]$, $\{P\}$, $\{q\}$ 는 각각 질량행렬, 강성행렬, 하중벡터, 변위벡터(generalized displacements vector)를 나타낸다.

4. 수치 해석

4.1 정적처짐 해석

하중변수의 계수는 함수의 Orthogonality 관계를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b p(x, y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \quad (20)$$

그림3과 같이 균일분포하중이 판에 작용한다고 하면, 균일분포하중은 다음과 같다.

$$p(x, y) = p_0 \quad (21)$$

식(21)을 식(20)에 대입하고 정리하면 하중의 계수는 다음과 같다.

$$P_{mn} = \frac{16p_0}{\pi^2 mn} \quad (22)$$

그리고, 이산화 된 운동방정식(18)에서 가속도 항을 무시

하면 정적평형 방정식은 다음과 같다.

$$[K]\{q\} = \{P\} \quad (23)$$

식(23)에서 구한 변위의 계수 W_{mn} 과 하중의 계수 P_{mn} 을 식(18)에 대입하면 급합에 의한 판의 처짐을 구할 수 있다.

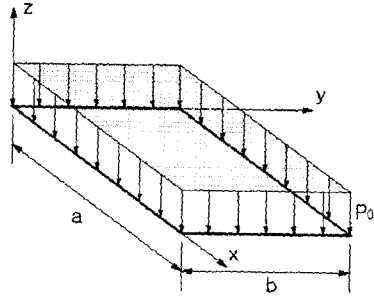


Fig 3. Configuration of FGM plate under uniformly distributed load

4.2 자유진동 해석

고유치 문제의 해를 구하기 위해 변위변수(generalized displacement Variable)를 아래와 같이 위치와 시간에 대한 함수의 곱으로 가정한다.

$$\begin{aligned} U_{mn}(t) &= U_{mn}^0 e^{\lambda t} \\ V_{mn}(t) &= V_{mn}^0 e^{\lambda t} \\ W_{mn}(t) &= W_{mn}^0 e^{\lambda t} \end{aligned} \quad (24)$$

식(24)를 운동방정식 (19)에 대입하고 우변을 0으로 놓으면, 다음의 고유치 문제를 얻을 수 있다.

$$([K] + \lambda^2[M])\{q\} = \{0\} \quad (25)$$

식(25)의 고유치 문제에서 변위벡터 $\{q\}$ (generalized displacements vector)가 무용근을 갖지 않기 위해서는 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$\det([K] + \lambda^2[M]) = 0 \quad (26)$$

위의 식(26)에서 구해지는 특성방정식을 만족하는 λ 의 값들이 고유진동수(natural frequency)가 되고, 각각의 고유진동수에 대한 계수벡터값들이 모우드 형상(mode shape)이 된다.

5. 결과 및 고찰

5.1 참고문헌과의 비교

본 연구의 신뢰도를 확인하기 위하여 동일한 물성치 및 경계조건하에서 수행된 Ref.(8)에 인용된 Bishop의 자유진동 해석결과와 본 연구의 결과를 비교하였다. 종횡비(aspect ratio)는 1로 하였다. 비교결과는 다음에 제시하고 있는 표와

같으며, 동일한 결과를 얻음을 확인할 수 있었다.

Table 3. Comparison of natural frequency(Hz) of simply supported FGM plates for the two special cases of isotropy

Mode no.	n=0 (Ti-6Al-4V)		n=2000 (Al ₂ O ₃)	
	Present	Bishop	Present	Bishop
1	145.04	145.04	271.23	271.23
2	362.61	362.61	678.06	678.06
3	362.61	362.61	678.06	678.06
4	580.18	580.18	1084.90	1084.90
5	725.22	725.22	1356.13	1356.10
6	725.22	725.22	1356.13	1356.10
7	942.79	942.79	1763.96	1763.00
8	942.79	942.79	1763.96	1763.00
9	1233.00	1233.00	2305.40	2305.40

5.1 정적해석 결과

사각평판에 작용하는 균일분포하중은 100N/m²으로 적용하였으며, 사각평판의 종횡비(aspect ratio)는 2로 하였다. 즉, x축의 길이 a=0.8m, y축의 길이 b=0.4m이다. 그리고 두께는 0.005m이며, 판의 중앙에서의 처짐을 관찰하였다.

그림 4는 체적비의 멱지수(Power law exponent)의 변화에 따른 Type1과 Type2의 처짐을 나타내고 있다. 이 그림에 의하면 2가지 타입 모두 체적비의 멱지수 값이 증가함에 따라 처짐이 감소하는 것을 알 수 있다. Type1이 Type2보다 처짐량이 높게 관찰되었으며, Type1은 체적비의 멱지수 값이 0에서 1로 변함에 따라 급격히 감소하며, 그 이후로는 서서히 감소하는 경향을 보였다. Type2는 Type1과 마찬가지로 멱지수 값이 0에서 1로 변함에 따라 급격히 감소하며, 일정한 값에 수렴하였다.

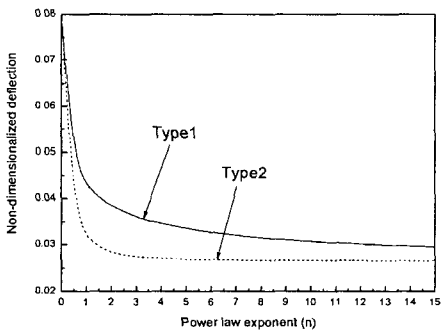


Fig 4. Variation of static deflection with power law exponent

이는 체적비의 멱지수 값이 증가함에 따라 외부하중에 잘 견디는 구조물이 된다는 것을 의미한다.

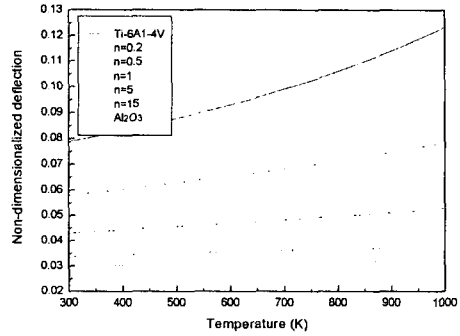


Fig 5. Variation of static deflection with temperature for Type1 case

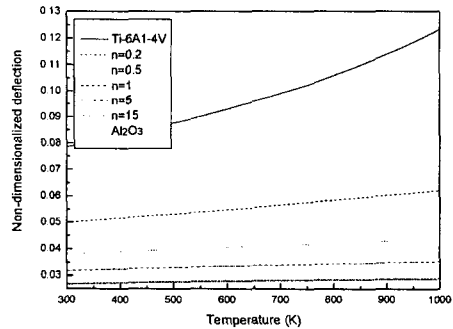


Fig 6. Variation of static deflection with temperature for Type2 case

그림 5와 6은 온도변화에 따른 Type1과 Typ2의 굽힘에 의한 처짐을 보여주고 있다. 2가지 경우 모두 온도가 증가함에 따라 처짐도 증가함을 보여주고 있다. 체적비의 멱지수(power law exponent)가 0일 때에는 연성인 100% Ti-6Al-4V의 물성치를 가지므로 처짐량의 변화폭이 큰 반면에 체적비의 멱지수가 무한대일 때는 경도가 높은100% Al₂O₃의 물성을 가지므로 처짐량의 변화폭이 작게 관찰되었다.

Type1에서는 n값의 변화에 따라 처짐량이 비교적 서서히 감소한 반면에, Type2에서는 n값의 변화에 따른 처짐량이 급격히 감소해 n=5이상에서는 Al₂O₃와 같은 처짐량을 가짐을 확인할 수 있었다. 이는 Type2가 Type1에 비하여 물성의 변화가 크기 때문이라 생각된다.

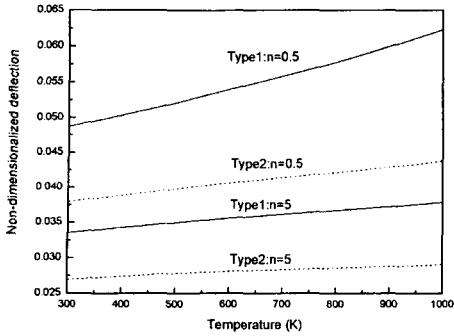


Fig 7. Variation of static deflection with Temperature for Type1 and Type2 cases

그림 7은 체적비의 멱지수 값이 같을 때 Type1과 Type2를 온도의 변화에 따라 비교한 그림으로 Type1이 Type2보다 처짐이 높은 것을 확인할 수 있었다.

두 가지 Type의 경사기능재료 사각평판의 체적비의 멱지수, 온도변화에 따른 정적해석을 통하여 일반금속재료보다 우수한 정적특성을 지닐 수 있었다.

5.2 동적해석 결과

사각평판의 종횡비(aspect ratio)는 2로 하였다. 즉, x축의 길이 $a=0.8m$, y축의 길이 $b=0.4m$ 로 정하고 자유진동해석을 수행하였다. 지배치수인 1차 모드에서 고유진동수의 변화를 관찰하였다.

그림 8은 체적비의 멱지수값의 변화에 따른 고유진동수의 변화를 나타내고 있다. 이 그림에 의하면 2가지 타입 모두 체적비의 멱지수 값이 증가함에 따라 고유진동수가 증가하는 것을 알 수 있다. 두 가지 경우 모두 n 값이 0에서 2로 변함에 따라 고유진동수가 급격히 증가하는 것을 확인할 수 있었으며, 특히 Type2는 $n=2$ 이후에는 일정한 고유진동수로 수렴하였다.

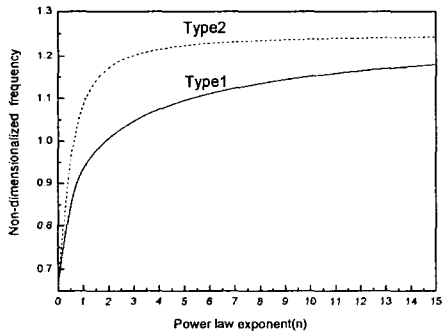


Fig 8. Variation of natural frequency with power law exponent

그림 9와 10은 온도변화에 따른 Type1과 Type2의 고유진동수의 변화를 나타내는데 두 경우 모두 감소하는 경향을 보였다.

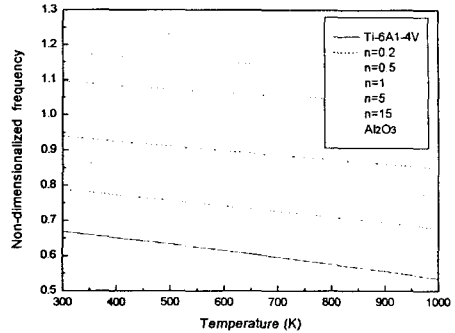


Fig 9. Variation of natural frequency with Temperature for Type1 case

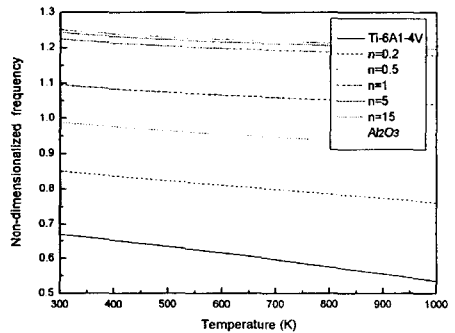


Fig 10. Variation of natural frequency with Temperature for Type2 case

온도의 변화에 따라 $n=0$ 일 때에는 고유진동수의 변화폭이 크게 관찰되었는데 이는 100% 티타늄합금의 물성을 가지기 때문이며, $n=\infty$ 일 때에는 고유진동수의 변화폭이 매우 작았다. 이는 100% 알루미늄의 물성을 가지기 때문이라고 생각된다. 또한, n 값의 증가함에 따라 온도에 대한 영향을 덜 받는다는 것을 확인할 수 있었는데, 이는 시스템이 안정해진다는 것을 의미한다.

그림 11은 체적비의 멱지수 값이 같을 때 Type1과 Type2를 온도의 변화에 따라 비교한 그래프로 Type가 Type1보다 고유진동수가 높은 것을 확인할 수 있다.

두 가지 Type의 경사기능재료 사각평판의 시스템 파라미터에 따른 진동해석을 통하여 n 값이 증가함에 따라 고유진동수는 증가하고, 온도에 대한 영향을 덜 받는 안정된 구조물이 된다는 것을 확인할 수 있었다.

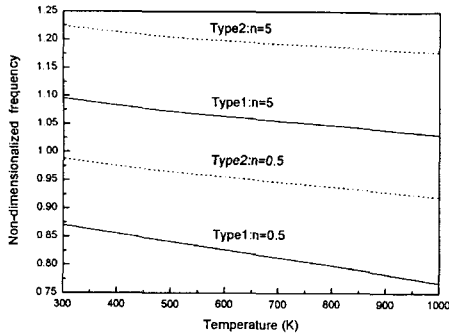


Fig 11. Variation of natural frequency with Temperature for Type1 and Type2 cases

6. 결론

본 연구에서는, 2가지 형태의 경사기능재료 판의 모델을 제시하고, 경사기능재료 구조물의 설계시 가장 중요한 변수인 power law exponent와 온도의 변화를 시스템 파라미터로 정적해석 및 자유진동 해석을 수행하였으며, 이것으로부터 판의 중앙에서의 처짐 및 고유진동수의 변화를 관찰하였다. 또한 2가지 형태의 경사기능재료 판의 해석결과를 비교하였다. 이러한 결과들로부터 경사기능재료의 특징 및 우수함을 입증할 수 있었으며 최적의 경사기능재료 구조물을 설계할 수 있는 정보를 제공하고자 하였다. 그러나 판의 상·하부에서의 온도구배에 의한 영향은 고려하지 않았으며 이는 차후의 연구과제로서 수행되어질 것이다.

참고 문헌

- (1). Sang-Yong Oh, Liviu Librescu and Ohseop Song, "Thermoelastic Modeling and Vibration of Functionally Graded Turbomachinery Thin-Walled Rotating Blades", The Fifth International Congress on Thermal Stresses and Related Topics, Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg Virginia USA, June 8-11 2003
- (2). Kiyoshi Ichikawa and Kluwer, "Functionally Graded Materials in the 21st Century", Academic Publishers, 2001.
- (3). S. Suresh and A.Mortensen, "Fundamentals of Functionally Graded Materials", IOM Communication Ltd., 1998.
- (4). J. Yang and H-S Shen, "Dynamic response of initially stressed functionally graded rectangular thin plates", Composite Structures, Vol 54, pp. 497-508, 2001
- (5). K. Takagi et. al, "Design and fabrication of functionally graded PZT/Pt piezoelectric bimorph actuator", Science and Technology of Advanced Materials, 2002
- (6). H-S Shen, "Nonlinear bending response of functionally graded plates subjected to transverse loads and in thermal environments", Mechanical Sciences, Vol. 44, pp. 561-584, 2002
- (7). S. C. Pradhan and C. T. Loy, "Vibration characteristics of functionally graded cylindrical shells under various boundary conditions", Applied Acoustics Vol. 61, pp. 111-129, 2000
- (8). K. M. Liew and T. Y. Ng, "Active control of FGM plates with integrated piezoelectric sensors and actuators", International Journal of Solids and Structures Vol 38, pp.1641-1656, 2001
- (9). G. N. Praveen and J. N. Reddy, "Nonlinear transient thermoelastic analysis of functionally graded ceramic-metal plates", Int. J. Solids Structures, Vol. 35, pp. 4457-4476, 1998
- (10). Abdulhakim Almajid and Minoru Taya, "Analysis of out-of-plane displacement and stress field in a piezocomposite plate with functionally graded microstructure", International Journal of Solids and Structures, Vol. 38, pp. 3377-3391, 2001
- (11). J. N. Reddy and Z. Q. Cheng, "Three-Dimensional Solutions of Smart Functionally Graded Plates", ASME Vol. 68, 2001
- (12). K. Y. Lam and T. Y. Ng, "Active control of composite plates with integrated piezoelectric sensors and actuators under various dynamic loading conditions", Smart Material Structures Vol 8, pp. 223-237, 1999