

지능구조물의 다목적 상태궤환 제어 Multiobjective State-Feedback Control of Smart Structural Systems

홍성일*·박현철**·박철휴**

Seongil Hong, Hyunchul Park and Chulhue Park

Key Words : Piezoelectric material(압전재료), Linear matrix inequalities(선형행렬부등식), Multiobjective control (다목적제어), Robust Control (강건제어), vibration control(진동제어)

ABSTRACT

This paper presents a robust vibration control methodology of smart structural systems. The governing equations and associated boundary conditions are derived by Hamilton's principle. A robust controller is designed using a linear matrix inequality (LMI) approach to the multiobjective synthesis. The design objectives are to achieve a mix of H_∞ performance and H_2 performance satisfying constraints on the closed-loop pole locations in the face of model uncertainties. Numerical examples are presented to demonstrate the effectiveness of LMI approach in damping out the multiple modes of vibration of the piezo/beam system.

1. 서론

시스템이 경량화 되면서 진동의 제거가 중요한 설계 목적으로 등장하게 되었다. 이러한 진동은 시스템의 정밀도를 떨어뜨리거나 재료에 피로를 유발시킨다. 최근에는 재료과학의 발전에 힘입어 기능성 재료들이 많이 개발되었고 구조물에 내장되어 전압을 가하면 변형을 일으키거나 반대로 변형이 생기면 전압을 발생시켜 시스템을 관측, 제어, 진단할 수 있게 되었다. 이러한 재료들을 지능재료(smart material)라고 하는데 가벼운 구조물에 추가적인 질량부가 없이 감지기와 작동기로 이용할 수 있다는 장점이 있다. 본 논문에서는 지능구조물의 공칭모델을 해밀턴 원리를 이용하여 유도하고 불확실한 파라미터가 존재하는 플랜트를 여러가지 제어 목적을 만족시키면서 진동을 제어하는 방법을 제시하고자 한다.

외란에 의한 영향을 제거하거나 불확실한 시스템의 안정화를 위하여 H_∞ 제어방법을 많이 쓴다. 또 LQG 성능조건을 만족하기 위해서는 H_2 제어기법을 도입한다. 하지만 대부분의 H_∞ 제어는 주파수 영역에서 설계되기 때문에 시간영역에서의 응답을 개선하기는 어렵다. 시간영역에서의 응답은 극점의 위치에 의해 결정되고 시간영역과 주파수영역에서의 여러가지 성능 조건은 선형구속 조건으로 표현될 수 있다. 이와 같이 여러 개의 선형 구속

조건을 만족하면서 최적의 해를 찾아내는 방법 중에서 선형행렬부등식 (Linear Matrix Inequalities, LMI) 을 이용하면 다양한 구속조건이 추가되어도 내부점(interior-point) 최적화 기법을 이용하여 유한한 시간 안에 해를 구할 수가 있다⁽¹⁾. 본 논문에서는 불확실 플랜트에 대해 감지기와 작동기로 지능재료인 PZT 를 사용하고 진동을 제어하는데 있어 H_∞ 성능조건과 극점배치의 구속조건을 동시에 만족하는 범위에서 H_2 성능조건을 최소화하는 LMI 기반의 다목적 제어방법을 제시한다.

2. 압전보 시스템 방정식

PZT 가 부착된 외팔보의 운동방정식은 해밀턴 원리를 이용하여 유도한다. 외팔보의 길이는 l_b , 폭은 b_b , 두께는 t_b , 밀도는 ρ_b , 탄성계수는 E_b 로 나타내고 PZT 의 두께는 t_p , 탄성계수는 E_p , 압전상수는 d_{31} 로 각각 나타낸다. 오일러 베르누이 보로 생각하고 PZT 는 보에 완전하게 접촉되어있다고 가정한다. PZT 의 구성 방정식은 기계적 응력 σ 와 변형률 ϵ , 전기장의 세기 E , 전기장 변위 D 로 구성된다. 구성 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_p & -h_{31} \\ -h_{31} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon \\ D \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 h_{31} 은 압전상수이며 β_{33} 은 유전상수이다. 압전보 시스템의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T = T_b + 2T_p \quad (2)$$

* 포항공과대학교 기계공학과 대학원
E-mail : hongsi@postech.ac.kr
Tel : (054) 279-2837, Fax : (054) 279-5899

** 포항공과대학교 기계공학과

$T_b = 1/2 \int_0^b \rho_b A_b (\partial w / \partial t)^2 ds$ 이며
 $T_p = 1/2 \int_0^b \rho_p A_p (\partial w / \partial t)^2 [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds$ 이다.
 H 는 Heaviside 함수이다. 변형률 에너지는 다음과 같다.

$$U = U_b + U_s + U_a \quad (3)$$

아래첨자 b, s, a 는 각각 기저 보, 감지기, 작동기를 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 U_b &= \frac{1}{2} \int_0^b E_b I_b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right) ds, \\
 U_a &= \frac{1}{2} \int_V (\varepsilon^T \sigma + E_a D_a) dV \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^b \left[E_p I_p \left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right) + 2A_p h_{31} D_a z_n \left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + A_p \beta_{33} D_a^2 \right] [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds
 \end{aligned}$$

여기서 $z_n = 1/2 t_p (t_b + t_p)$ 이며, w 는 횡방향의 변위이다. A_b 와 A_p 는 각각 보와 압전체의 단면적이며 I_b 와 I_p 는 각각 중립축으로부터 보와 압전체의 면적관성 모멘트이다. 감지기층의 변형률 에너지를

$$\begin{aligned}
 U_s &= \frac{1}{2} \int_V \varepsilon^T \sigma dV \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^b \left[E_p I_p \left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right) \right] [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds
 \end{aligned}$$

이며 D_s 와 D_a 는 각각 감지기 층과 작동기 층의 전기적 변위를 나타낸다. 운동방정식을 이끌어내는데 있어 편의를 위해 기계적 에너지만 고려하고 감지기 운동방정식으로 나타나는 전기적 에너지 부분은 독립적으로 생각하기로 한다. 아래와 같이 가상일은 두 개의 부분으로 나뉘는데 첫 번째 부분은 외부 힘이 한 일이고 두 번째 부분은 구조물이 가지는 감쇠 부분이다.

$$\delta W = \int_0^b f(s,t) \delta w ds - \int_0^b c_b \frac{\partial w}{\partial s} \delta w ds, \quad (4)$$

다음의 해밀턴 원리로부터 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\delta H = \delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W) dt = 0, \quad (5)$$

t_1 과 t_2 는 시간영역에서 시작 점과 끝 점에 해당한다. 앞에서 유도한 에너지 식을 해밀턴 원리에 해당하는 부분에 대입하여 정리하면 다음의 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &\rho_b A_b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) + c_b \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) + E_b I_b \left(\frac{\partial^4 w}{\partial s^4} \right) \\
 &+ 2 \left[\rho_p A_p \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) + E_p I_p \left(\frac{\partial^4 w}{\partial s^4} \right) \right] [H(s-s_1) - H(s-s_2)] \\
 &= f(s,t) - \frac{1}{2} b_p h_{31} D_a t_p (t_b + t_p) \left(\frac{\partial^2}{\partial s^2} [H(s-s_1) - H(s-s_2)] \right).
 \end{aligned} \quad (6)$$

다음과 같은 모드 형상함수를 이용하면 (6)식을 각각의 모드로 구성된 상미분 방정식을 이끌어낼 수 있다.

$$w(s,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i(s) \eta_i(t), \quad (7)$$

여기서 모드 형상함수와 모드 형상 계수는 각각 다음과 같다.⁽²⁾

$$\begin{aligned}
 \psi_i(s) &= \sin \beta_i s - \sinh \beta_i s + \alpha_i (\cosh \beta_i s - \cos \beta_i s), \\
 \alpha_i &= (\sin \beta_i l_b + \sinh \beta_i l_b) / (\cos \beta_i l_b + \cosh \beta_i l_b)
 \end{aligned}$$

모드 형상함수를 (6)식에 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 M_i \ddot{\eta}_i(t) + C_i \dot{\eta}_i(t) + K_i \eta_i(t) &= f_{i,ext} + f_{i,piezo}, \quad i = 1, 2, \dots, \infty \\
 M_i &= \rho_b A_b \int_0^b \psi_i \psi_i^T ds \\
 &\quad + 2 \rho_p A_p \int_0^b \psi_i \psi_i^T [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds, \\
 C_i &= c_b \int_0^b \psi_i' \psi_i'^T ds, \\
 K_i &= E_b I_b \int_0^b \psi_i'' \psi_i''^T ds \\
 &\quad + 2 E_p I_p \int_0^b \psi_i'' \psi_i''^T [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds, \\
 f_{i,ext} &= \int_0^b \psi_i f(s,t) ds, \\
 f_{i,piezo} &= -\frac{1}{2} b_p d_{31} E_p V_c(t) (h_b + h_p) \int_0^b \psi_i [\delta'(s-s_1) \\
 &\quad - \delta'(s-s_2)] ds,
 \end{aligned} \quad (8)$$

이며 $V_c(t)$ 는 작동기의 입력 전압이고 d_{31} 은 압전 상수이다.

다음으로 감지기 층에서 얻어지는 전압식을 유도하기로 한다. 감지기 층에서의 전압은 다음처럼 보의 곡률에 비례한다.⁽³⁾

$$\varepsilon_c(s,t) = \left(\frac{t_b}{2} + t_p \right) \frac{\partial^2 w}{\partial s^2}. \quad (9)$$

압전체의 전하는 다음과 같은 변형율에 의해 발생한다⁽⁴⁾.

$$q(s, t) = \left(\frac{k_{31}}{g_{31}} \right)^2 \varepsilon_c(s, t) b_p, \quad (10)$$

여기서 k_{31} 은 전기기계 연성계수이며 g_{31} 은 압전 응력상수(piezoelectric stress constant)이다. 감지기에 있어 얻어지는 총 전하량은 면적에 대해 적분하면 된다.

$$\begin{aligned} Q(t) &= \int_0^b q(s, t) [H(s-s_1) - H(s-s_2)] ds \\ &= \int_0^b b_p \left(\frac{t_b}{2} + t_p \right) \frac{k_{31}^2}{g_{31}} \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} [H(s-s_1) - H(s-s_2)]. \end{aligned}$$

압전체는 커패시터(capacitor)와 같은 역할을 하기 때문에 다음과 같은 전압식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} V_s(t) &= \frac{1}{C(s_2-s_1)} \int_0^b \left(\frac{t_b}{2} + t_p \right) \frac{k_{31}^2}{g_{31}} \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \\ &\times [H(s-s_1) - H(s-s_2)], \end{aligned} \quad (11)$$

C 는 단위 면적당 커패시터이며 $b_p(s_2-s_1)$ 은 압전체의 면적이다. 식 (11)을 모드형상함수를 이용하여 분리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_s(t) &= \frac{1}{C(s_2-s_1)} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\int_0^b \left(\frac{t_b}{2} + t_p \right) \frac{k_{31}^2}{g_{31}} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2} \right. \\ &\left. \times [H(s-s_1) - H(s-s_2)] \right] \eta_i(t) \end{aligned} \quad (12)$$

3. 상태공간 방정식

식 (8)은 다음과 같은 모달 방정식으로 변환하여 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2 \eta_i(t) = \bar{f}_{i, ext} + \bar{f}_{i, piezo}, \quad (13)$$

$\eta_i(t)$, ω_i , ζ_i 는 각각 모달 변위, 모달주파수, 모달 감쇠에 해당한다. 무한대 모드를 동시에 제어할 수 없으므로 가장 낮은 차수부터 유한 차수의 모드까지 제어하기로 한다. 상태공간식으로 나타내기 위해서 제어되는 모드의 상태변수를 정의한다.

$$x(t) = [\eta_1(t), \eta_2(t), \dots, \eta_m(t), \dot{\eta}_{m+1}(t), \dots, \dot{\eta}_n(t)] \in \mathfrak{R}^n,$$

분리된 모달 방정식 (13)과 감지기 운동방정식 (12)는 아래의 상태공간 방정식으로 바꿔 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z(t) &= C_z x(t) + B_{zw} w(t) + D_{zu} u(t). \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ 는 시스템의 상태변수이고 $u(t): \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^m$ 는 제어입력 전압 $V_c(t)$ 이며 $w(t): \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^m$ 외부에서 들어오는 외란 \bar{f}_{ext} 이다. 전달함수는 다음과 같이 간결한 형태로 나타내겠다.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_w & B_u \\ C_z & D_{zw} & D_{zu} \\ C_u & D_{uw} & D_{uu} \end{bmatrix}$$

4. 설계조건의 선형행렬부등식

이 장에서는 H_2/H_∞ 성능조건과 극점배치의 조건을 LMI 로 나타낸다. 먼저 공칭모델에 대해 제어 식을 유도하고 그 다음에 polytope 형태의 불확실 모델로 확장해나가기로 한다. 모달 운동방정식은 다음의 선형 시불변 시스템으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z_\infty(t) &= C_\infty x(t) + D_{\infty w} w(t) + D_{\infty u} u(t) \\ z_2(t) &= C_2 x(t) + D_{2u} u(t), \end{aligned} \quad (16)$$

그리고 $T_{wz_\infty}(s)$ 와 $T_{wz_2}(s)$ 는 각각 w 에서 z_∞ 로 w 에서 z_2 로 가는 상태되먹임제어 $u = Kx$ 에 의한 폐루프 시스템(closed loop system)의 전달함수이다. 폐루프 시스템의 상태공간 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + B_u K)x(t) + B_w w(t) \\ z_\infty(t) &= (C_\infty + D_{\infty u} K)x(t) + D_{\infty w} w(t) \\ z_2(t) &= (C_2 + D_{2u} K)x(t). \end{aligned} \quad (17)$$

편의상 폐루프 시스템을 다음과 같이 쓰기로 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl} &= A_{cl} x_{cl} + B_{cl} w \\ z &= C_{cl} x_{cl} + D_{cl} w. \end{aligned}$$

H_∞ 성능조건은 모델의 불확실성에 대해 강인 안정성을 보장하며 외란에 대한 영향을 최소화 할

수 있다. 여기서 H_∞ 제어는 $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ 성능조건을 만족하는 준최적 문제를 생각하기로 한다. H_2 성능조건은 측정의 잡음이나 랜덤 외란 같은 확률적인 측면을 다루는데 있어 용이하며 $G(s)$ 를 내부적으로 안정화시키면서 $\|T_{zw}\|_2$ 를 최소화 시키는 $K(s)$ 를 찾는 것이다. 페루프 시스템의 극점을 임의로 배치함으로써 안정성을 보장할 수 있고 감쇠비를 조절할 수 있다.

페루프 시스템은 내부적으로 안정하므로 다음 조건을 만족하는 Lyapunov 함수를 생각할 수 있다.

$$A_{cl}^T P + P A_{cl} < 0, \quad (18)$$

$$V(x_{cl}) = x_{cl}^T P x_{cl}, \quad P > 0. \quad (19)$$

4.1 H_∞ 성능조건

H_∞ 노음은 주파수 영역에서 특이값(singular value) 노음의 가장 큰 이득을 가지는 부분이며 유한한 입력에너지에 대한 입출력 이득을 표현한다. 식 (18)과 (19)의 Lyapunov 함수는 페루프 시스템의 강인 안정성을 보장한다. 다음을 만족하는 대칭행렬 P 가 존재하기만 하면 Bounded Real Lemma⁽⁵⁾에 의해 A_{cl} 은 안정하고 전달함수 T 의 H_∞ 노음은 γ 보다 작아지게 된다.

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T P_\infty + P_\infty A_{cl} & P_\infty B_{cl} & C_{cl}^T \\ B_{cl}^T P_\infty & -\gamma I & D_{cl}^T \\ C_{cl} & D_{cl} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad P_\infty > 0.$$

4.2 H_2 성능조건

알려진 바와 같이 전달함수 T 의 H_2 노음은 다음처럼 정의할 수 있다⁽⁵⁾.

$$\|T\|_2^2 := \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \text{trace}\{T(j\omega)^T T(j\omega)\},$$

$\|T\|_2^2 < \nu$ 는 다음 행렬 부등식을 만족하는 대칭행렬 P_2 와 Q 가 존재하기만 하면 된다.

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T P_2 + P_2 A_{cl} & P_2 B_{cl} \\ B_{cl}^T P_2 & -I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} P_2 & C_{cl}^T \\ C_{cl} & Q \end{bmatrix} > 0 \quad (20)$$

$$\text{trace}(Q) < \nu, \quad D_{cl} = 0.$$

4.3 극점의 구속조건

LMI 를 이용하면 $\Re(s) \leq -\alpha$ 같이 α -안정성을 보장하며 최소 감쇠비 조건도 만족시킬 수 있도록 Fig. 1 에 나와있는 좌반 복소평면에 극점을 배치시킬 수 있다. 좀 더 일반적인 극점의 구속조건에 대해서는 참고 문헌 (6)을 참조하기 바란다.

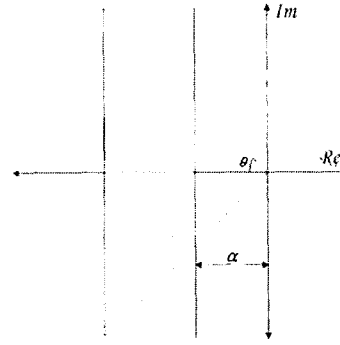


Fig. 1 Pole placement region

행렬 A_{cl} 의 모든 고유값은 대칭행렬 P_R 이 존재하고 $[l_{ij} P_R + m_{ij} A_{cl}^T P_R + m_{ji} P_R A_{cl}]_{i,j} < 0, P_R > 0$ 를 만족하기만 하면 아래의 LMI 영역 $R = \{z \in \mathbb{C} : [l_{ij} + m_{ij} z + m_{ji} \bar{z}]_{i,j} < 0\}$ 에 위치한다.

5. 다목적 상태피드백 제어기의 설계

앞에서 열거한 LMI 로 표현된 다양한 성능조건을 만족하는 제어기를 설계한다.

- 시스템의 LMI 안정성을 보장하고 최소한의 감쇠비를 가지는 영역에 극점을 배치시킨다.
- $\|T_{wz}\| < \gamma$ 로 표현되는 H_∞ 성능조건을 만족시킨다.
- 위 두 개의 구속조건을 만족시키면서 H_2 성능조건인 $\|T_{wz}\|_2$ 를 최소화시킨다.

세 가지 조건을 만족시키는 공통 해를 구하기 위해서 $P = P_R = P_\infty = P_2$ 라 둔다. 성능지수는 다음과 같이 두고 구할 수 있다.

$$J(T_{wz_2}) := \inf\{\text{trace}(Q) : P, Q, K\} \quad (21)$$

성능지수 $J(T_{wz_2})$ 는 극점배치의 구속조건과 H_∞ 성능조건을 만족하면서 성능지수 $J(T_{wz_2})$ 의 상위영역(upper bound)를 구하는 것이 된다. 최적화 문제 (21)은 아직 볼록함(convex)이 아니다. 보조 변수

$L=KP$ 를 도입하면서 LMI 로 구성된 볼록플 최적화 문제로 전환되고 상태되먹임 제어이득 K 를 구할 수 있다⁽⁷⁾. 즉

Minimize trace(Q) over $P=P^T, Q=Q^T$

Subject to the following LMI constraints

$$\begin{bmatrix} l_{ij}P + m_{ij}(AP + B_uL) + m_{ji}(PA^T + L^TB_u^T) \\ AP + PA^T + B_uL + L^TB_u^T & B_w & PC_2^T + L^TD_{\infty 2}^T \\ B_w^T & -I & D_{\infty w}^T \\ C_{\infty}P + D_{\infty 2}L & D_{\infty w} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} Q & C_2P + D_{2u}L \\ PC_2^T + L^TD_{2u}^T & P \end{bmatrix} > 0.$$

식 (22)의 해를 구하는 것이 가능하다면 최적화 문제 (22)의 해는 (P^*, Q^*, L^*) 로 찾을 수 있다. 그리고 상태게환 제어이득은 $K^* = L^*(P^*)^{-1}$ 이며 H_{∞} 성능지수는 γ 를 넘지 않고 설계하고자하는 영역 R 에 극점을 배치하면서 H_2 성능지수는 $\sqrt{\text{trace}(Q^*)}$ 넘지 않는다. 앞의 결과는 상태공간에서 다음과 같은 polytope 형태의 불확실 시스템으로 확장 가능하다^(1,6).

$$\begin{bmatrix} A & B_w & B_u \\ C_{\infty} & D_{\infty w} & D_{\infty u} \\ C_2 & 0 & D_{2u} \end{bmatrix} \in \text{Co} \left\{ \begin{bmatrix} A_k & B_{wk} & B_{uk} \\ C_{\infty k} & D_{\infty wk} & D_{\infty uk} \\ C_{2k} & 0 & D_{2uk} \end{bmatrix} : k=1, \dots, K \right.$$

polytope 형태의 모델은 불확실하거나 시간에 따라 변하는 변수를 나타내기 위해 적절하다.

6. 상태 관측기

상태관측기의 목적은 플랜트의 상태를 측정할 수 없을 때 추정할 목적으로 이용한다. 분리이론 (Separation theorem)에 의해 일반적으로 관측기와 제어기의 설계가 독립적으로 이루어질 수 있으며 본 논문에서 되먹임 시키고자하는 상태변수는 모달 변위와 모달 속도로서 직접적인 측정이 불가능하다.

polytope 형태의 불확실성을 가지는 모델에 대해 앞의 LMI 방식의 접근법을 사용하여 추정된 상태 변수 값을 측정된 출력값으로 보정할 수 있는 Luenberger 형태의 관측기를 설계했으며 관측기의 극점은 닫힌 시스템의 극점에 비해 허수축에서 5 배 멀리 배치시켰다. 관측기에 의해 측정된 1차, 2차, 3차 모드에 대한 상태변수와 실제변수와의 오차 값을 시간에 따라 Fig. 2 와 Fig. 3 에 각각 나타

냈다. 그림에서 알 수 있듯이 오차 값이 시간이 흐를수록 0으로 접근하면서 추정 값과 실제 값이 같아짐을 알 수 있다.

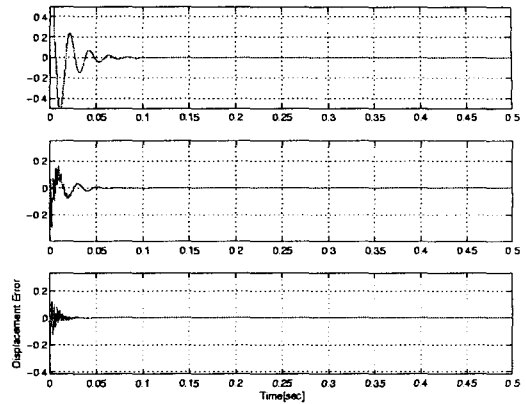


Fig. 2 Modal displacement error

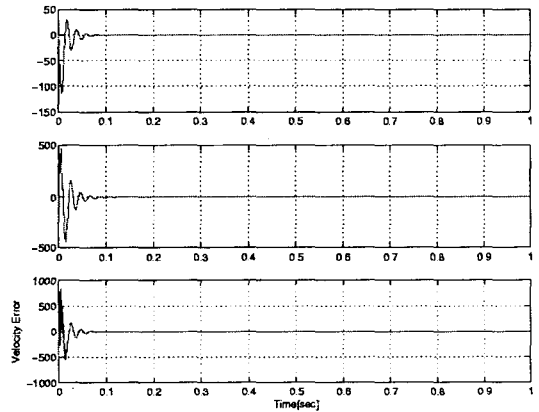


Fig. 3 Modal velocity error

7. 수치모사

지능구조물의 진동을 억제하는 다목적 제어의 타당성을 검증하기 위해 MATLAB의 LMI Control Toolbox⁽⁸⁾를 이용하여 수치모사를 하였다. PZT를 알루미늄보의 끝단으로부터 0.1cm 떨어진 곳에 에폭시를 사용하여 부착하였다. Table 1에 PZT와 알루미늄보의 물리적, 기하학적 물성을 나타내었다. 모달 감쇠비 ζ 는 실험을 통해 각 모드별로 0.002로 나타났으며 첫 번째 모드부터 세 번째 모드까지 제어할 수 있도록 모달 변위와 모달 속도를 되먹임하는 상태되먹임 제어를 설계하였다.

Table 1 Properties of aluminum and PZT

E_p	$5.9 \times 10^{10} Pa$	E_b	$69 \times 10^9 Pa$
ρ_p	$7800 kg / m^3$	ρ_b	$2700 kg / m^3$
b_p	$20.7 mm$	b_b	$20.7 mm$
t_p	$0.267 mm$	t_b	$2 mm$
d_{31}	$-260 \times 10^{-12} (C / N)$	l_b	$250 mm$
k_{31}	0.36	s_1	$0.1 cm$
g_{31}	$9.5 \times 10^{-3} (m^2 / C)$	s_1	$5.1 cm$

플랜트의 질량 혹은 강성의 불확실성을 고려하여 첫 번째 모드의 공진 주파수가 $\pm 4\%$ 범위에서 섭동을 일으키는 경우를 생각하였다. 페루프 시스템의 α -안정성은 $\alpha = 3$ 이 되도록 설계하였으며 감쇠비가 0.02가 되도록 하였다. 제어기는 polytope 형태의 불확실성을 고려하고 위의 설계조건을 만족하면서 다음과 같은 H_2 / H_∞ 최적화 문제를 생각한다.

$$\text{Minimize } \|T_{wz_2}\|_2 \text{ subject to } \|T_{wz_\infty}\| < \gamma. \quad (23)$$

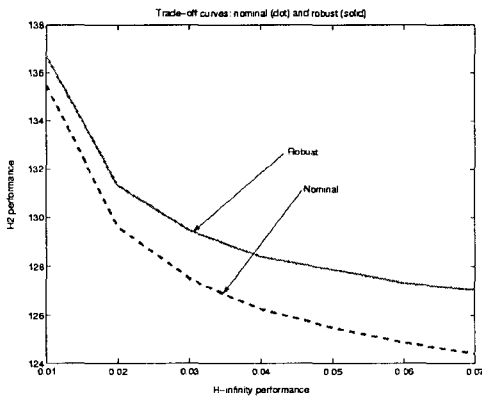


Fig. 3 Trade off between H_2 and H_∞ performance

H_2 와 H_∞ 성능지수는 동시에 최적화 될 수 없기 때문에 Fig. 3과 같은 상호교체(Trade off) 곡선을 얻어 최적의 해를 구한다. 그림에서 점선은 기준모델에 대한 것이고 실선은 불확실 시스템에 대한 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 H_∞ 성능조건 γ 가 0.03일 경우에 H_∞ 노음과 H_2 노음이 동시에 최소값을 가지는 최적인 경우에 해당한다. 따라서 H_∞ 성능조건 γ 가 0.03인 경우에 극점배치 구속조건을 만족하면서 식 (23)의 H_2 성능조건을 최소

화하였다.

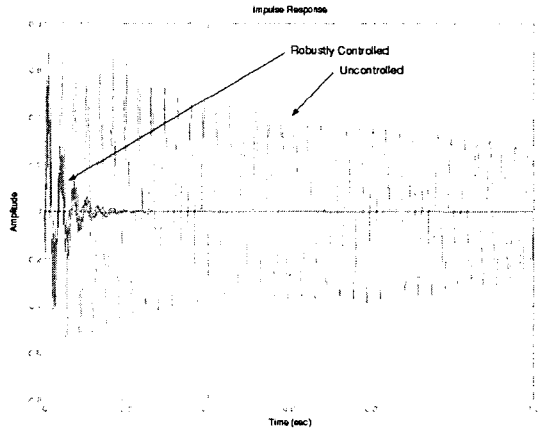


Fig. 4 Robustly controlled and uncontrolled outputs from impulse disturbance

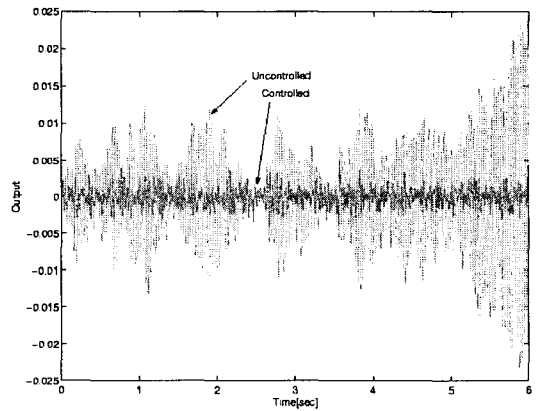


Fig. 5 Response to excitation of white noise

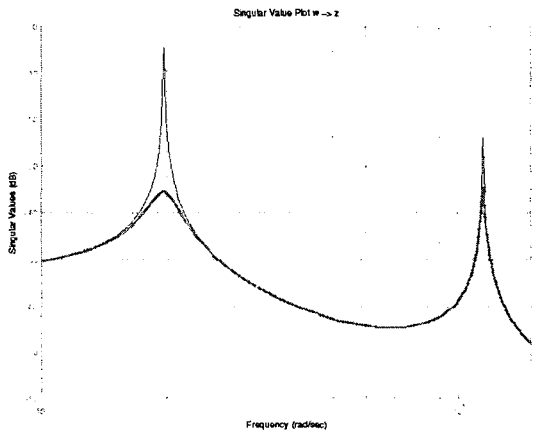


Fig. 6 Singular value plot of controlled and uncontrolled system

Fig. 4 와 Fig. 5 는 각각 임펄스 형태의 외란과 백색잡음(white noise) 형태의 랜덤 외란에 대한 시스템의 응답을 보여준다. Fig. 6 는 개루프 시스템(open loop system)과 폐루프 시스템의 주파수 영역에서의 응답 효과를 보여준다.

8. 결 론

지능구조물의 운동방정식을 해밀턴 원리를 이용하여 유도하였다. 선형 행렬 부등식을 이용하여 polytope 형태의 플랜트 불확실성을 고려하고 닫힌 시스템의 α 안정성과 감쇠비를 요구사항에 맞추어 보장할 수 있으며 H_2 성능지수와 H_∞ 성능지수를 최소화하는 다중목적 상태피드백 제어기를 제시하였으며 다중진동모드를 감쇠에 탁월한 효과가 있음을 보였다.

후 기

본 연구는 2003 년도 두뇌한국 21 사업의 지원으로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Boyd S. and Ghaoui L.E. and Feron E. and Balakrishian V, 1994, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM.
- (2) Rao S. S., 1995, *Mechanical Vibrations*, Addison Wesley.
- (3) A. Baz and S. Poh, 1988, "Performance of an Active Control System with Piezoelectric Actuators", *J of Sound and Vibrations*, Vol. 126, No. 2, pp. 327-343.
- (4) Pota H. R. and Alberts T. E., 1995, *Multivariable Transfer Functions for a Slewing Piezoelectric Laminate Beam*, *Trans. of the ASME J. of Dyn. Syst, Meas, and Contr.*, Vol. 117, pp. 352-359.
- (5) Zhou K. and Doyle J., 1998, *Essentials of Robust Control*, Prentice-Hall.
- (6) Chilali M. and Gahinet P., 1996, H_∞ Design With Pole Placement Constraints: An LMI Approach, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 40, No. 3, pp. 358-367.
- (7) Scherer C., Gahinet P. and Chilali M., 1997, *Multiojective Output-Feedback Control via LMI Optimization*, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 42, No. 7, pp. 896-911.
- (8) Gahinet P., Nemirovski A. Laub A. and Chilali M., *The LMI Control Toolbox*, 1995, Mathwork.Inc. 1307-1317.