

# 고압 터보펌프용 플로팅 링 실의 거동과 동특성의 상관관계에 관한 실험 Test Results of Correlation between Behavior and Dynamic Characteristics of Floating Ring Seal in High Pressure Turbopump

신성광\* · 이용복\* · 곽현덕\* · 김창호\* · 장건희\*\*

Sung-Kwang Shin, Yong-Bok Lee, Hyun-Duck Kwak, Chang-Ho Kim and Gunhee Jang

**Key Words** : Floating Ring Seal(플로팅 링 실), Lock-up Position(고정 위치), Eccentricity(편심량), Attitude Angle(자세각), Dynamic Characteristics(동특성), Turbopump(터보 펌프)

## ABSTRACT

The floating ring seal is often used in the turbopump (TP) unit of liquid rocket engine (LRE) owing to its inherent ability of minimizing the leakage flow and superior dynamic characteristics as well. This paper describes the test results concerned with the lock-up and dynamic characteristics of the floating ring seals in the turbopump. The characteristics of the floating ring seals were extracted from the frequency response function (FRF) by instrumental variable method. The experiment was tested at 7.0MPa and 0~24,800 rpm. And the test results were introduced about the dynamic characteristics of floating ring seal related with the eccentricity and attitude angle.

### 기호설명

- $b$  : 플로팅 링의 두께 [mm]
- $C_r$  : 플로팅 링 실의 틈새 [mm]
- $C_{ij}$  : 플로팅 링 실의 감쇠 계수 [N·s/m]
- $H_{ij}$  : 리셉턴스 행렬
- $K_{ij}$  : 플로팅 링 실의 강성 계수 [N/m]
- $L$  : 플로팅 링의 길이 [mm]
- $M_{ij}$  : 플로팅 링 실의 부가 질량 [kg]
- $P_i$  : 플로팅 링 실의 입구부 압력 [MPa]
- $P_o$  : 플로팅 링 실의 출구부 압력 [MPa]
- $R_j$  : 로터의 반경 [mm]
- $R_s$  : 플로팅 링의 반경 [mm]
- $x, y$  : 플로팅 링 실의 좌표계
- $\epsilon$  : 플로팅 링의 편심율
- $\nu$  : 작동 유체의 동점성 계수 [ $m^2/s$ ]

- $\psi$  : 플로팅 링의 자세각 [degree]
- $w$  : 로터의 회전 속도 [rpm], 가진 진동수 [rad/s]

## 1. 서론

터보 펌프는 액체 추진 로켓 엔진 시스템(Liquid Rocket Engine: LRE)의 주요 핵심 부품이다. 터보 펌프는 엔진에서 연소기에 추진제를 공급하기 위해서 사용되며, 그 구조는 산화제 펌프(oxidizer pump:  $LO_2$  pump)와 연료펌프(fuel pump:  $LCH_4$  pump), 그리고 펌프를 구동하는 터빈으로 이루어져 있다. 이때 사용되는 매질은 극저온 저점도 상태의 액체 산소(LOX)와 액체 연료( $LCH_4$ )이며, 터보 펌프의 효율을 높이기 위해 고압 고속으로 운전된다.

이러한 극한 상황에서 운전되는 터보펌프의 안정성을 유지하기 위해서는 회전계를 지지하는 요소인 베어링과 실의 신뢰성 확보가 중요하다. 특히 고정부와 회전부 사이의 틈새에서의 누설을 최소화하기 위해 사용되는 비 접촉식 실은 고속으로 회전하는 축과 마모 현상을 일으킬 수 있으며, 실과 축 사이의 간극내의 유체가 유발하는 접선 방향 힘에 의해 회전체 동역학적 불안정성을 야기하기도 한다. 따라서 누설량을 최소화하면서, 회전부와 실 사이의 마모를 방지함과 동시에 우수한 동특성을 갖는 실에 대한 개발이 터보펌프의 안정성 측면에서 매우 중요하다. 이러한 배경에 의해 많은

\* KIST 트라이볼로지 연구센터  
E-mail : sktuls@kist.re.kr  
Tel : (02)958-5005 Fax : (02)958-5009

\*\* 한양대학교 정밀기계공학과

연구들이 터보펌프의 실 요소 개발과 관련하여 수행되었다. Mineo<sup>(1)</sup> 등은 액체 로켓 H-I 에 탑재되는 액체 수소용 터보펌프의 플로팅 링 실에 관한 실험적 연구를 통해 실제 작동 조건하에서의 실의 특성을 연구하였으며, Mamoru<sup>(2)</sup> 등은 액체 로켓 H-II 의 엔진인 LE-7 에 장착되는 플로팅 링 실의 관한 연구를 통해, 실 간극에서 극저온 매질의 상변화에 따른 누설량의 변화를 규명하였다. 한편, Kirk<sup>(3)</sup> 등은 산업용 펌프의 플로팅 링 실에 대한 해석을 증류 영역에서의 Reynolds 방정식을 이용하여 수행하였으며, 플로팅 링 실의 동특성이 전체 펌프 시스템에 미치는 영향을 평가하였다.

그러나 본 논문의 대상이 되는 플로팅 링 실은 기존의 선행 연구들과 구조적으로 상이한 부분이 있고, 상세 치수도 다르기 때문에 이론 해석 및 실제 실험을 통해 누설량, 플로팅 링의 자세각 및 편심율, 동특성 계수들을 규명할 필요가 있다. 이에 하태웅<sup>(4)</sup> 등은 본 연구 대상의 플로팅 링 실에 대하여 작동 조건 및 형상에 따른 플로팅 링의 고정 위치, 누설량 및 동특성 계수 등을 이론적으로 예측한 바 있으며, 본 논문에서는 회전 속도 변화에 따른 플로팅 링 실의 자세각, 편심량 및 동특성 변화에 대한 실험을 수행하여, 이들 사이의 상관관계를 밝히고자 하였다.

## 2. 플로팅 링 실의 구조 및 실험 장치의 구성

### 2.1 플로팅 링 실의 구조

Fig. 1 에 나타난 것처럼 플로팅 링 실은 사각형 단면의 링을 로터와 하우징 사이에 끼워 넣은 형상을 하며, 로터 면과 링의 내면은 비접촉식 환형 실을 형성하고 우측면은 지지 링(supporting ring)과 접촉식 실을 형성하고 있다. 이 플로팅 링은 축 방향으로 이동할 수 있으나 클램핑 링(clamping ring)에 의해 제한된다. 플로팅 링은 펌프가 운전되기 전에는 자중에 의해 로터의 상부면과 닿아 있는 최대의 편심 위치에 있으나 운전되기 시작하면 작동 유체의 압력에 의하여 축 방향으로 지지 링 면에 밀착되며, 동시에 플로팅 링 내면과 로터면 사이의 틈새에서는 유체 베어링에서와 같은 유막력이 반경방향으로 발생되어 플로팅 링은 점점

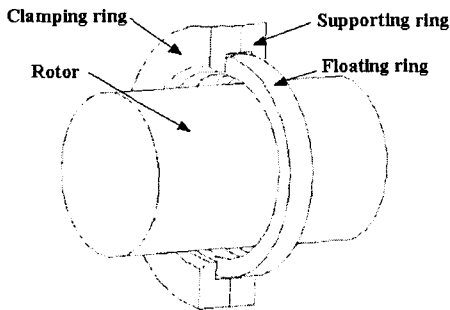


Fig. 1 Scheme of floating ring seal

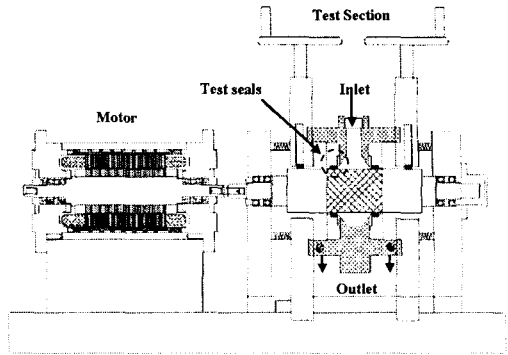


Fig. 2 Scheme of test rig

로터의 기하학적 중심을 향해 이동한다. 플로팅 링은 지지 링 면의 마찰력과 유막력이 평형을 이룰 때까지 이동된 후 그 위치에 고정(lock-up)되어 임의의 편심율을 갖는 비접촉식 환형 실과 같은 역할을 한다. 이와 같이 플로팅 링 실은 운전 중 로터 면과의 접촉 현상이 발생하지 않기 때문에 반경방향 간극을 최소화 할 수 있다.

### 2.2 실험 장치의 구성

플로팅 링 실의 동특성을 규명하기 위한 실험장치는 Massmann 과 Nordmann<sup>(5)</sup> 이 제안한 방법을 기초로 하여 설계하였다. Fig. 2 는 실험 장치에 대한 개략도를 나타내고 있다. 시험 장치는 크게 볼 베어링으로 지지되는 회전축 및 테스트 실이 장착된 유연한 하우징(flexible housing)과 이를 구동하기 위한 구동 모터로 구성된다. 하우징은 가진 시의 기울어짐(tilting)을 방지하기 위해 이송판 사이에 바(bar)로 고정되어 있으며, 이송판은 하우징과 회전축의 동심을 맞추기 위해 수직 방향(중력 방향)과 수평 방향으로 움직일

Table 1 Specification of floating ring seal

Geometry of floating ring seal	
Radius of rotor ( $R_r$ )	26.4 mm
Radius of floating ring seal ( $R_s$ )	26.5 mm
Length of floating ring seal (L)	8 mm
Height of floating ring seal (b)	4.5 mm
Clearance (Cr)	0.095 mm
Operating condition	
Inlet pressure ( $P_i$ )	7.2 MPa
Outlet pressure ( $P_o$ )	0.2 MPa
Rotor speed ( $\omega$ )	0~24,800 rpm
Kinematic viscosity ( $\nu$ )	$8.97 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

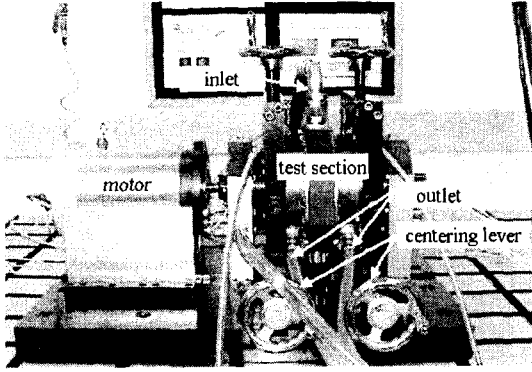


Fig. 3 Floating ring seal test rig

수 있게 하였다. 실제 터보펌프에서 실의 반력은 고정된 하우징에 대한 회전축의 움직임에 의해 발생하지만, 본 실험 장치에서는 하우징을 가진하여 실에 의한 반력을 측정한다. 본 실험 가진 시 응답 신호는 회전축과 동일한 중심을 갖는 X, Y 좌표계 시스템에서 변위 센서를 통하여 측정되며, 이와는 별도로 플로팅 링의 거동을 측정하기 위한 변위 센서를 하우징에 고정하였다. 이를 통해 플로팅 링과 하우징 사이의 상대 변위를 측정할 수 있으며, 하우징과 회전축에서 측정된 상대 변위와의 관계를 통해 회전축과 플로팅 링 사이의 절대 변위를 측정 할 수 있다.

작동 유체는 외부에 설치된 고압의 펌프로부터 실이 장착된 하우징 내부로 유입되며, 회전축과 실 사이의 간극을 통과한 후 하우징 외부로 유출되어 펌프로 돌아가게 된다. 작동 유체의 실 입구 및 출구 부분에서의 압력을 측정하기 위한 정압 센서가 하우징에 장착되어 있으며, 실의 누설량은 터빈 유량계를 통해 측정하였다. 한편, Table 1 은 실험을 위한 조건 및 실의 기하학적 특성들을 보여주고 있으며, Fig. 3 는 구성된 실험 장치의 사진을 나타낸다.

### 3. 플로팅 링 실의 동특성 계수 측정

일반적으로 비 접촉식 실은 기하학적으로 저널 베어링과 유사하나 회전축과 실 사이의 접촉을 피하기 위해  $C_r/R$  (틈새 대 반경비)이 2-10 배 정도 크므로 이 틈새와 여기서 발생하는 압력의 차이가 완전 전개된 난류유동을 형성한다. 비 접촉식 실에서 발생된 힘은 회전축과 실 사이의 상대 변위, 속도, 가속도에 연관된 강성(stiffness), 감쇠(damping), 부가질량(inertia)의 함수로 이루어지는데 이러한 동적 계수(dynamic coefficient)를 구하기 위해서는 실험적 방법으로 구한 주파수 응답 함수(Frequency Response Function: FRF)를 이용할 수 있다. 플로팅 링 실에 관해서는 Fig. 4 와 같이 고정 위치에 있는 플로팅 링과 회전축으로 구성된 기계적인 모델을 설정할 수 있으며, 이 계의 선형화된 운동

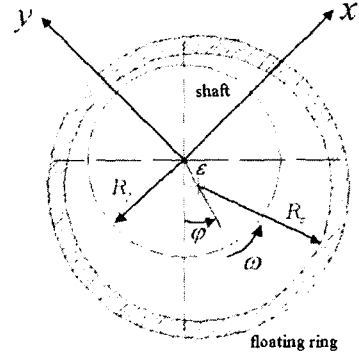


Fig. 4 Coordinates for floating ring seal model

방정식은 다음 식(1)과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} M_{xx} & 0 \\ 0 & M_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서, 가진 진동수가  $w$  일 경우 가진력과 계의 응답은 다음과 같은 조화함수라 가정할 수 있다.

$$x = X e^{j\omega t} \quad y = Y e^{j\omega t} \quad F_x = F_X e^{j\omega t} \quad F_y = F_Y e^{j\omega t} \quad (2)$$

식(2)을 식(1)에 대입하여 주파수 영역에서 표현하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{bmatrix} K_{xx} - w^2 M_{xx} + j\omega C_{xx} & K_{xy} + j\omega C_{xy} \\ K_{yx} + j\omega C_{yx} & K_{yy} - w^2 M_{yy} + j\omega C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \end{Bmatrix} \quad (3)$$

가진력에 대한 변위 신호의 응답을 구하기 위해 식(3)의 역행렬을 취해 리셉턴스 행렬(receptance matrix)을 구하면 다음과 같이 정리된다.

$$[H] = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} K_{yy} - w^2 M_{yy} + j\omega C_{yy} & -K_{xy} - j\omega C_{xy} \\ -K_{yx} - j\omega C_{yx} & K_{xx} - w^2 M_{xx} + j\omega C_{xx} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\Delta = (K_{xx} - w^2 M_{xx} + j\omega C_{xx})(K_{yy} - w^2 M_{yy} + j\omega C_{yy}) - (K_{xy} + j\omega C_{xy})(K_{yx} + j\omega C_{yx}) \quad (5)$$

리셉턴스 행렬은 강성 행렬의 역수이므로, 식(3)의 강성 행렬과 식(4)의 리셉턴스 행렬의 곱은 단위 행렬로 표현된다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$[H]([K] - w^2[M] + j\omega[C]) = [E] \quad (6)$$

여기서 [M], [C], [K] 는 각각 부가 질량, 감쇠, 강성 행렬을 나타내며, [E] 는 단위 행렬을 나타낸다. 식(6)을 실수부와 허수부로 분해하여 정리하면  $w$  에 대한 8개의 방정식을 얻을 수 있으며, 이를 행렬 형태로 정리하면 다음과 같이 얻어진다.

$$[A][X] = [E]' \quad (7)$$

식(7)에서 [A] 는 가진 진동수  $w$  와 주파수 응답 함수로 이루어져 있으며, [X] 는 구하고자 하는 실의 동특성 계수로 이루어진 행렬이다.

$$[A] = \begin{bmatrix} H_{xx}^r & H_{xy}^r & -w^2 H_{xx}^r & -w^2 H_{xy}^r & -w H_{xx}^i & -w H_{xy}^i \\ H_{yx}^r & H_{yy}^r & -w^2 H_{yx}^r & -w^2 H_{yy}^r & -w H_{yx}^i & -w H_{yy}^i \\ H_{xx}^i & H_{xy}^i & -w^2 H_{xx}^i & -w^2 H_{xy}^i & w H_{xx}^r & w H_{xy}^r \\ H_{yx}^i & H_{yy}^i & -w^2 H_{yx}^i & -w^2 H_{yy}^i & w H_{yx}^r & w H_{yy}^r \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[X] = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \\ M_{xx} & 0 \\ 0 & M_{yy} \\ C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \quad (9) \quad [E]' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

따라서, 실의 동특성을 나타내는 행렬 [X] 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[X] = ([A]^T [A])^{-1} [A]^T [E]' \quad (11)$$

식(11) 통해 얻어진 동특성 계수들은 플로팅 링 실의 동

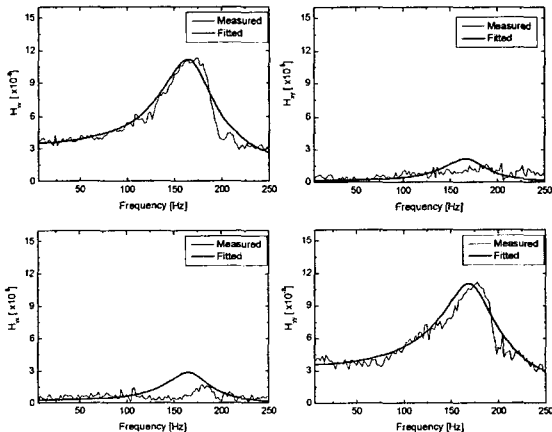


Fig. 5 Frequency Response Function of floating ring seal

특성 계수와 유연한 하우징의 동특성 계수를 포함하게 된다. 따라서 플로팅 링 실의 동특성 계수 측정을 위해서는 측정 결과로부터 하우징의 동특성 계수들을 제거하여야 하며 이는 작동 유체가 유입되기 전 순수한 하우징의 동특성 계수들을 측정함으로써 이루어졌다. 한편, 실제 측정으로부터 얻어진 동특성 계수들의 타당성을 확인하기 위해 계산된 동특성 계수들로부터 얻어진 이론적인 주파수 응답 함수와 실제 측정된 주파수 응답 함수를 비교하였으며, Fig. 5 는 실제 비교 결과를 나타내고 있다.

## 4. 실험 결과

### 4.1 누설량 및 플로팅 링의 고정 위치

Fig. 6 는 회전 속도에 따른 플로팅 링 실의 누설량을 도시한 그림이다. 회전 속도가 증가함에 따라 누설량이 0.925 kg/s 에서 0.865 kg/s 까지 감소하는 것을 알 수 있으며, 이는 실 간극 내 작동 유체의 점선유동속도가 증가하기 때문에 나타나는 현상이다. Fig. 7 및 8 은 회전 속도에 따른 플로팅 링의 거동을 도시한 것으로 각각 플로팅 링의 편심율 (eccentricity ratio)과 자세각(attitude angle)을 나타낸다. 앞서 기술한 바와 같이 플로팅 링은 실 간극 내에서 반경방향으로 회전축과 상대운동이 허용되기 때문에 작동 조건에 따라 플로팅 링의 고정 위치가 달라진다. 실험 결과 회전속도가 저속 영역에서는 플로팅 링의 편심율의 변화가 거의 없으나, 고속 영역에서는 편심율이 다소 감소하는 경향을 확인할 수 있었다. 한편, 자세각의 경우 회전속도에 증가에 따라 선형적으로 증가하는 것을 확인하였으며, 이는 회전 속도 증가함에 따라 실 간극 내 작동 유체의 점선유동, 즉 회전 방향의 휘들럼 유동의 크기의 증가에 따른 것으로 사료된다.

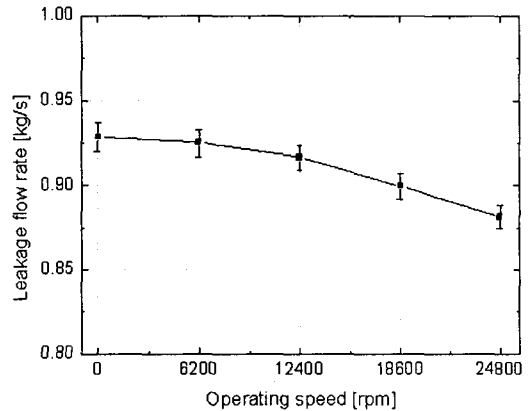


Fig. 6 Leakage flow rate of floating ring seal in a range of operating speed

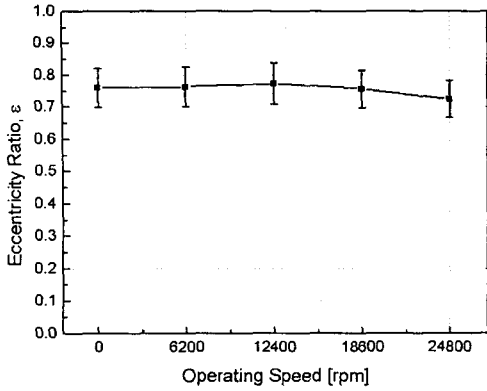


Fig. 7 Eccentricity ratio of floating ring in a range of operating speed

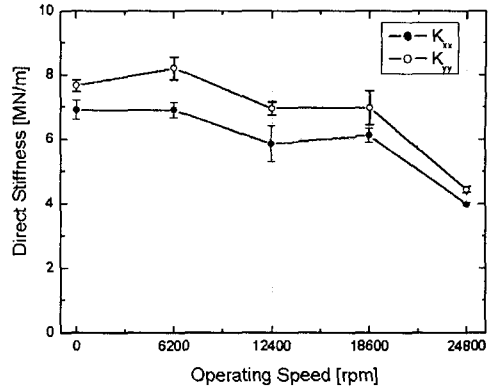


Fig. 9 Direct stiffness of floating ring seal in a range of operating speed

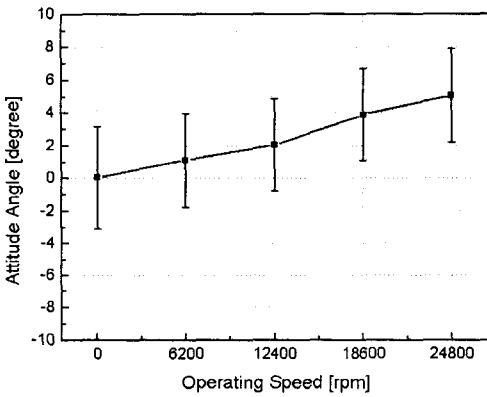


Fig. 8 Attitude angle of floating ring in a range of operating speed

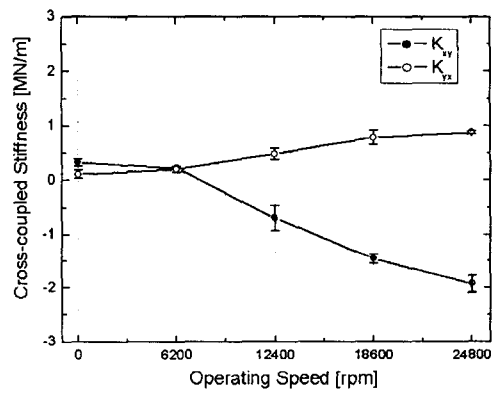


Fig. 10 Cross-coupled stiffness of floating ring seal in a range of operating speed

#### 4.2 플로팅 링 실의 강성 및 감쇠 계수

Fig. 9 및 10 은 회전 속도를 0 rpm에서 24800 rpm 까지 변화시켰을 경우 플로팅 링 실에서 유발되는 강성 계수(stiffness coefficient)를 도시한 그림이다. 일반적으로 평 실(plain seal), 래버린스 실(labyrinth seal) 등과 같이 실과 회전축의 상대운동이 허용되지 않는 비 접촉식 실의 경우 직렬 강성 계수(direct stiffness:  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$ )는 회전 속도 증가에 따라 변화가 없거나 약간 증가하는 것으로 알려져 있다. 그러나 플로팅 링 실의 경우 Fig. 9 에 나타난 바와 같이 직렬 강성 계수는 회전 속도의 증가에 따라 감소하는 경향을 보이고 있다. 이는 회전 속도 증가에 따른 편심율의 감소와 자세각의 상승으로 인해 플로팅 링과 회전축 사이의 편심에 의한 유막력이 감소하기 때문인 것으로 사료된다. 한편, 연성 강성 계수(cross-coupled stiffness:  $K_{xy}$ ,  $K_{yx}$ )는 Fig. 10 에 나타난 바와 같이 회전 속도의 증가에 따라 선형적으로 증가하는 경향을 보이고 있으며, 이는 작동 유체의 접선유동속도 증가에 의한 것이다.

Fig. 11 및 12 는 플로팅 링 실의 감쇠 계수(damping coefficient)를 도시한 것이다. 직렬 감쇠 계수(direct damping:  $C_{xx}$ ,  $C_{yy}$ )는 직렬 강성 계수와 마찬가지로 회전 속도에 따라 감소하는 경향을 보이고 있으며, 연성 감쇠 계수(cross-coupled damping:  $C_{xy}$ ,  $C_{yx}$ ) 역시 연성 강성 계수의 경우와 유사하게 회전 속도에 따라 증가하는 경향을 보이고 있다.

#### 4.3 플로팅 링 실의 등가 휘돌림 주파수비

베어링이나 비 접촉식 실과 같은 트리보 요소는 회전 속도 증가에 따라 간극 내에서 작동 유체의 접선유동속도가 증가하게 된다. 이러한 작동 유체 접선유동속도의 증가는 시스템을 불안정화하려는 힘으로 작용하게 되며, 이러한 트리보 요소의 불안정성의 정도를 나타내는 지표로 휘돌림 주파수비(whirl frequency ratio)를 사용하게 된다. 휘돌림 주파수비는 시스템을 불안정화하려는 힘과 안정화하려는 힘의 비로 표현되며, 플로팅 링 실과 같이 편심이 존재하는 트리

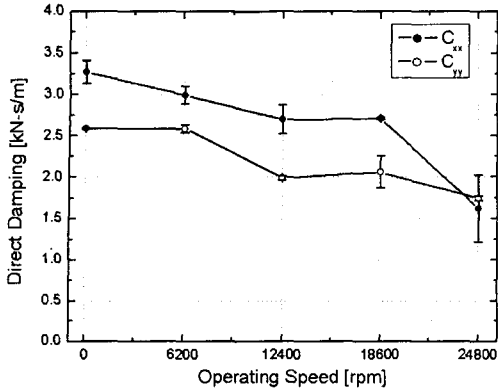


Fig. 11 Direct damping of floating ring seal in a range of operating speed

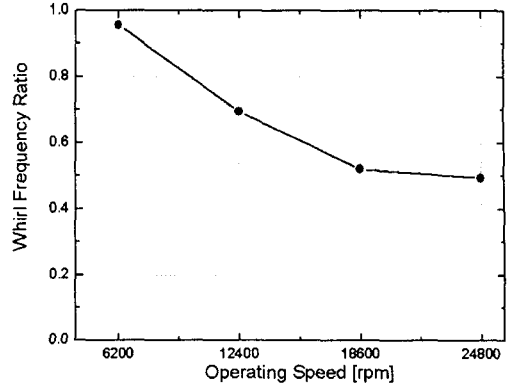


Fig. 13 Direct damping of floating ring seal in a range of operating speed

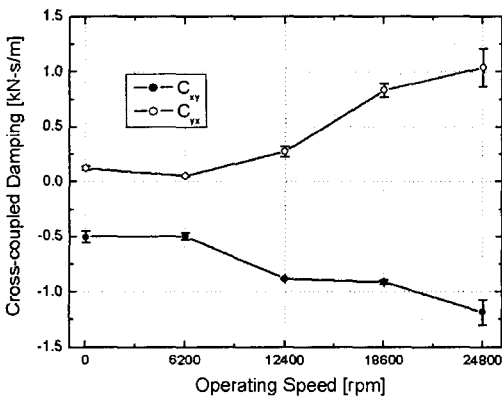


Fig. 12 Cross-coupled damping of floating ring seal in a range of operating speed

보 요소의 경우 다음과 같은 등가 휘돌림 주파수비 (equivalent whirl frequency ratio)를 사용한다.

$$WFR = \sqrt{\frac{(K_{eq} - K_{xx})(K_{eq} - K_{yy}) - K_{xy}K_{yx}}{(C_{xx}C_{yy} - C_{xy}C_{yx})\omega^2}} \quad (12)$$

여기서,  $K_{eq}$  은 등가 강성(equivalent stiffness)으로 다음과 같이 정의된다.

$$K_{eq} = \frac{K_{xx}C_{yy} + K_{yy}C_{xx} - K_{xy}C_{yx} - K_{yx}C_{xy}}{C_{xx} + C_{yy}} \quad (13)$$

식(12)로 표현되는 등가 휘돌림 주파수비는 그 값이 작을 수록 안정성이 우수하다는 것을 의미한다. Fig. 13 은 실험을 통해 얻어진 동특성 계수를 대입하여 플로팅 링 실의 등가 휘돌림 주파수비를 회전 속도에 따라 도시한 것이다. 회

전 속도의 증가에 따라 등가 휘돌림 주파수비가 감소하는 것을 알 수 있으며, 이는 플로팅 링 실이 고속에서의 안정성이 우수하다는 것을 의미한다.

## 5. 결론

액체 로켓 엔진용 터보펌프에 사용되는 비 접촉식 실인 플로팅 링 실의 누설 특성, 고정 위치 및 동특성에 관한 실험을 수행하였다. 그 결과 회전 속도에 따른 작동 유체의 누설량을 측정하였으며, 특히 플로팅 링의 편심을 및 자세각의 변화를 실험적으로 확인하였다. 회전 속도의 증가에 따라 플로팅 링의 편심은 감소하여 점차적으로 회전축의 동심을 향해 부상하는 결과를 보였으며, 동시에 자세각은 증가하였다. 동특성의 경우 회전 속도에 따라 직렬 강성 및 감쇠 계수는 감소하며 연성 강성 및 감쇠 계수는 증가하는 경향을 보였다. 또한, 등가 휘돌림 주파수비를 통해 플로팅 링 실이 고속에서 우수한 안정성을 보임을 확인하였다.

## 후 기

본 연구는 민군점용기술개발사업 “고압 터보펌프 회전축 동특성 해석 및 Tribo 요소 설계 기술 개발” 및 소형 위성 발사체(KSLV-I) 개발 사업 “KSLV 1단용 엔진 터보펌프의 베어링 및 실 신뢰성 해석 및 시험 평가 기술 개발”의 지원으로 이루어졌으며, 이에 관계자 여러분께 감사의 말씀을 드립니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Mineo, S., Masataka, N., Kenjiro, K., and Masataka, K., 1986, "Research and Development of a Rotating-Shaft Seal for a Liquid Hydrogen Turbopump",

ASLE Lubrication Engineering, Vol. 42, No. 3, pp. 162-169.

(2) Mamoru, O., Masataka, N., Masataka, K., and Satoshi, H., 1999, "Two-Phase Flow in Floating-Ring Seals for Cryogenic Turbopumps", STLE Tribology Transactions, Vol. 42, No. 2, pp. 273-281.

(3) Kirk, R. G., and Baheti, S. K., 1999, "Evaluation of Floating Ring Seals for Centrifugal Compressors Using the Finite Element Method", ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 121, pp. 131-136.

(4) Ha, T. W., Lee, Y. B., and Kim, C. H., 2002, "Leakage and Rotordynamic Analysis of a High Pressure Floating Ring Seal in the Turbo Pump Unit of a Liquid Rocket Engine", Tribology International, Vol. 35, pp. 153-161.

(5) Massmann, S., and Nordmann, R., 1985, "Some New Results Concerning the Dynamic Behavior of Annular Turbulent Seals", NASA CP 2409, Proceeding of the Workshop: Instability in Rotating Machinery held in Carson City, pp. 179-194.