

기하학적 비선형을 고려한 정현형 아치 구조물의 동적 좌굴 특성

Dynamic Buckling Characteristics of Arch Structures Considering Geometric Nonlinearity

김승덕† · 윤태영*

Kim, Seung-Deog, Yun, Tae-Young

Key Words : Shallow arch(얕은 아치), Sinusoidal harmonic excitation(정현형 조화하중), Dynamic instability(동적 불안정)

ABSTRACT

The dynamic instability for snapping phenomena has been studied by many researches. There is few paper which deal with the dynamic buckling under the load with periodic characteristics, and the behavior under periodic excitation is expected the different behavior against STEP excitation. We investigate the fundamental mechanisms of the dynamic instability when the sinusoidal shaped arch structures subjected to sinusoidal distributed excitation with pin-ends. In this study, the dynamic direct snapping of shallow arches is investigated under not only STEP load excitation but also sinusoidal harmonic excitations, applied in the up-and-down direction. The dynamic nonlinear responses are obtained by the numerical integration of the geometrically nonlinear equations of motion, and examined by the Fourier spectral analysis in order to get the frequency-dependent characteristics of the dynamic instability for various load levels.

1. 서 론

대공간 구조(large span spatial structures)는 곡률을 가진 곡면구조 형태인 셸구조의 원리에 의해 만들어진 형태 저항형 구조이다. 기본적인 구조저항 메커니즘은 구조물 자체의 곡률을 이용하여 면의방향으로 작용하는 외력에 대하여 주로 면내력으로 저항할 수 있게 한 구조시스템이다. 따라서 전통적인 공간구성 방법인 평면형의 보와 트러스 구조물에 비하여 최소의 재료로써 가볍고 얇게 대공간을 만들 수 있게 된다.

셸의 구조적 특성은 경선방향의 아치(arch)효과와 위선방향의 링(ring)효과로 크게 나눌 수 있다. 이중에서도 아치 효과가 셸의 불안정 거동을 대표하는 현상을 나타낸다. 따라서 본 연구에서는 셸의 경선방향의 불안정 거동 특성을 파악하기 위해 양단 핀으로 고정된 간단한 아치를 대상 모델로 채택한다.

셸형 구조물의 동적 불안정은 외력과 구조물 형상에 따라 매우 복잡한 거동을 하는 것이 일반적이다. 그 중에서도

대칭변형모드와 비대칭변형모드와의 연성(coupling) 작용에 의한 간접좌굴(indirect snapping) 문제는 초기조건에 민감하게 반응하며, 비선형성이 강하게 나타나는 것이 특징이다. 일반적으로 동적 불안정 문제는 동적 외력에 의한 동적 좌굴을 취급하는 문제와 주기성을 가지는 외력 하에서의 공진현상을 취급하는 문제로 분류된다.

아치의 동적 좌굴에 대한 연구는 Hoff와 Bruce¹⁾를 시작으로, 여러 연구자²⁾⁻⁴⁾에 의한 연구결과가 보고되고 있다. Fulton과 Barton⁵⁾은 대칭모드에 의한 좌굴판정으로 Budiansky-Roth 판정법에 따르고, 비대칭모드에 의한 좌굴 판정은 비대칭 모드의 현저한 출현(significant growth)에 따랐으며, STEP 하중을 받는 얕은 아치의 동적 좌굴을 발표하였다. Huang과 Nachbar⁶⁾는 초기불완전 및 점탄성을 고려한 아치의 동적 좌굴을 발표하였다. Gregory와 Plaut⁷⁾, Donaldson과 Plaut⁸⁾는 동적 좌굴경계에 관하여 발표했다. Huang and Plaut⁹⁾는 pulsating load를 받을 경우의 동적 뒤틀좌굴에 관한 연구결과를 보고하였다. 이상의 연구결과들은 모두 동적 임계하중의 경계를 주로 다루고 있다.

본 연구에서는 구조물이 주기성이 없는 STEP 하중을 받을 경우와 주기성을 가진 정현형 조화하중(sinusoidal harmonic excitation)에 의한 동적 외력 하에서의 동적 불안정 현상에 대해서 알아본다. STEP 하중 하에서의 동적

† 책임저자, 정회원, 세명대학교 건축공학과
E-mail : sabinus@semyung.ac.kr
Tel : (043) 649-1326, Fax : (043) 649-1326

* 세명대학교 대학원 건축공학과

파괴 메커니즘은 비교적 많은 연구가 진행되어 왔으나, 주기성을 가진 동적 외력에 의한 파괴 메커니즘에 관한 연구는 거의 없는 실정이며¹⁰⁾, STEP 하중 하에서의 메커니즘과는 매우 다르리라 예상된다.

해석 방법으로는 우선 기하학적 비선형을 고려하여 비선형 운동방정식을 유도하고, 이를 대표적인 직접해법중의 하나인 Galerkin법을 이용하여 각 변위 모드를 변수로 하여 이산화한다. 이후 정적 비선형 해석에서는 섭동법(static perturbation method)을 동적 비선형 해석에서는 Newmark- β ($\beta = 1/6$)법, 즉 선형 가속도법을 이용하여 좌굴해석을 한다. Newmark- β 법에 의해 얻어진 비선형 변위 응답으로 FFT(Fast Fourier Transform)에 의한 스펙트럼을 이용하여 분석한다. 또한 비선형성에 의한 구조물의 동적응답거동 특성을 알아보고, 초기조건에 민감한 구조계에서의 불안정성의 증폭 과정을 수치해석을 통하여 알아본다. 또 이들의 응답 특성에서 카오스의 발생 과정에 관한 기초적인 자료도 준비해 얇은 정현형 아치의 비선형 동적 불안정 특성에 관해서 분석한다.

2. 아치의 비선형 운동방정식

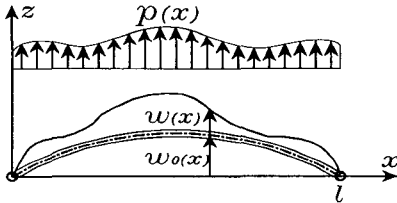


Fig. 1 Geometric shape of arch

Fig. 1에서와 같이 직교좌표계를 사용하여 아치의 초기형상을 $w_0(x)$, x 방향 및 z 방향의 변위를 $u(x)$, $w(x)$ 로 나타내면, 아치의 비선형 운동방정식은 식(1)과 같이 얻어진다.

$$EIw_{xxxx} - \frac{EA}{2l} \int_0^l [(w_{0,x})^2 + 2w_{0,x}w_{,x}] dx \cdot (w_{0,xx} + w_{,xx}) + cw_{,t} + \rho Aw_{,tt} - p = 0 \quad (1)$$

여기서, E : 탄성계수, A : 단면적, I : 단면2차모멘트, c : 감쇠정수, ρ : 밀도이다.

얇은 아치의 일반화된 좌굴해석을 위하여 식(2)와 같은 무차원 파라미터를 도입한다.

$$k = \sqrt{\frac{I}{A}}, \quad \eta_0 = \frac{w_0}{k}, \quad \eta = \frac{w}{k}, \quad \xi = \frac{\pi}{l}x$$

$$q = \frac{p}{EI k} \left(\frac{l}{\pi}\right)^4, \quad \tau = \omega_0 t$$

$$\omega_0 = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \left(\frac{EI}{\rho A}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \gamma = \frac{C}{\rho A \omega_0} \quad (2)$$

윗 식의 파라미터를 식(1)에 대입하여 정리하면 식(3)과 같은 무차원화된 비선형 운동방정식이 얻어진다.

$$\eta_{,tttt} - \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi [(\eta_{,t\xi})^2 + 2\eta_{0,\xi}\eta_{,t\xi}] d\xi \cdot (\eta_{0,\xi\xi} + \eta_{,t\xi\xi}) + \gamma\eta_{,t} + \eta_{,tt} - q = 0 \quad (3)$$

무차원화 비선형 방정식인 식(3)의 해를 얻기 위하여 Galerkin법을 적용하여 이산화한다. 본 연구에서는 초기형상과 작용하는 분포하중이 모두 정현형(正弦型)일 때를 대상으로 한다. 초기형상, 변위, 하중을 Fourier급수를 이용하여 정의하면 식(4)와 같다.

$$\eta_0 = H \sin \xi, \quad \eta = \sum_{n=1}^N (-D_n) \sin n\xi, \quad q = -A \sin \xi \quad (4)$$

여기에서 변위 및 하중의 방향을 역방향으로 하기 위하여 '-'를 추가하였다. 이산화 과정에서 각 함수의 직교성(orthogonality)과 Galerkin법을 이용하면 일반화 좌표 $D_n(t)$ 를 변수로 하는 비선형 운동방정식이 식(5)와 같이 구해진다.

$$F_r(D_1, \dots, D_N, A) = \sum_{n=1}^N n^4 D_n \delta_{nr} + \frac{1}{4} \left(\sum_{n=1}^N n^2 D_n^2 - 2HD_1 \right) \times \left(-H\delta_{1r} + \sum_{n=1}^N n^2 D_n \delta_{nr} \right) + \gamma \sum_{n=1}^N D_n \delta_{nr} + \sum_{n=1}^N D_n \delta_{nr} - A\delta_{1r} = 0 \quad (5)$$

여기서, δ_{nr} 는 Kronecker symbol, N 은 자유도 수이다.

3. 정적 비선형 해석

얇은 아치의 동적 불안정 현상을 파악하기 위해 식(5)에 $n=1,2$ 를 대입하고, 관성항 및 감쇠항을 제거하여 2개의 기초방정식을 구하면 식(6),(7)과 같이 된다.

$$F_1(D_1, D_2, A) = \left(1 + \frac{1}{2} H^2\right) D_1 - \frac{3}{4} HD_1^2 - HD_2^2 + D_1 D_2^2 + \frac{1}{4} D_1^3 - A = 0 \quad (6)$$

$$F_2(D_1, D_2, A) = 16D_2 - 2HD_1 D_2 + D_1^2 D_2 + 4D_2^2 = 0 \quad (7)$$

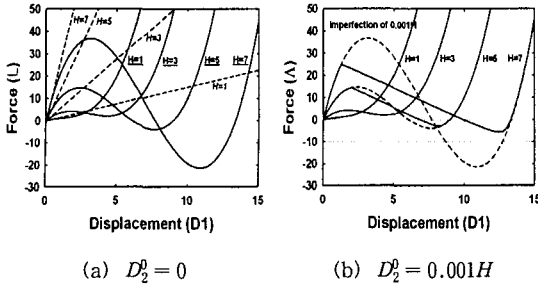


Fig. 2 Equilibrium paths

수치해석적 방법을 이용하여 형상파라미터 H 의 변화에 의한 정적 불안정 현상을 조사한다. 먼저 완전형상인 경우 형상파라미터 H 의 변화에 따른 하중-변위 곡선을 Fig. 2(a)에 나타낸다. 일반화 좌표 D_1 을 기준으로 하여 구하였고, 그림 중 점선은 선형해석의 결과이고, 실선이 $H=1, 3, 5, 7$ 인 경우를 대상으로 비선형 해석한 결과이다. 즉 증분형 점선강성방정식을 이용하여 변위 증분법에 의한 수치해석을 하였다. 해석모델이 정현형 아치이고, 가력하중이 정현형 분포하중이므로 일반화 좌표 D_2 는 여기서 나타나지 않는다. $H=1$ 인 경우에는 상승하는 평형경로를 보이며 뒤틀좌굴이 나타나지 않지만, $H=3, 5, 7$ 인 경우에 하중이 임계값에 도달하면 갑자기 점프하여 아치의 곡률이 반전되는 불안정한 거동을 보임을 알 수 있다. 그러나 Fig. 2(b)에서와 같이 형상초기불완전을 고려한 경우, $H=5, 7$ 에서는 분기점의 발생과 함께 완전형상의 평형경로와는 다른 경로로 움직이면서 분기좌굴(bifurcation)을 나타낸다.

4. 동적 비선형 해석

4.1 STEP 하중에 의한 동적 불안정

비선형 운동방정식을 수치적분하기 위해 Newmark- β 법 적용에 있어 반복법을 이용하며, 여기서 $\beta=1/6$ 즉 선형 가속도법을 이용한다.

Snapping 현상이 일어나는 하중레벨을 찾기 위해 시간이력의 지속시간을 $100T$ (T : 하중레벨 0에서의 고유주기)로, 시간간격은 $\Delta t = T/100$ 로 하고, 하중레벨 Λ 의 증분간격은 정적 뒤틀좌굴 하중을 100등분한 값으로 채택하여 수치적분을 수행한다. 초기 형상불완전량은 아치 높이의 0.001배의 2차 역대칭 진동모드를 이용하였다.

동적불안정 현상을 분석하기 위해 형상파라미터 $H=7$ 인 경우 좌굴전·후 하중레벨에서의 비선형 시각력 응답곡선을 구하면 Fig. 3과 같다. 좌굴후의 응답곡선을 보면 $\tau \approx 22$ 까지의 초기진동은 좌굴전과 유사한 진동패턴을 나타내나, τ 가 23~25를 지나면서 비대칭모드의 간섭으로 인한 대칭모드의 진폭이 급격히 증가한다. 이는 대칭모드와

비대칭모드의 연성(coupling)작용에 의한 간접좌굴(indirect snapping)의 매커니즘을 보여주는 것이다.

비선형 시각력 응답결과를 분석하기 위해 위상면에서의 변위-속도 위상곡선을 나타내면 Fig. 4와 같다. 가력레벨이 pre-buckling에서 post-buckling레벨로 변화함에 따라 끌개(attractor)의 모양이 한 개의 물방울이 두 개의 물방울로 연결된 모양으로 변한다. 특히 Fig. 4(d)를 관찰하면, 비대칭모드에 의한 연성작용이 일어나면 대칭모드의 궤적은 완전히 독립된 궤도를 나타낸다. 또한 형상초기불완전에 의한 비선형성의 증폭으로 인해 위상곡선의 궤도는 중복되지 않는 항상 새로운 궤도 즉, strange attractor를 생성하며 카오스(chaos)적 거동을 나타낸다.

동적 불안정 현상을 분석하기 위해 형상파라미터 H 의 변화에 따라 응답의 특성을 알아본다. 동적 좌굴이 발생하기 전·후의 하중레벨에서 비선형 운동방정식의 변위응답

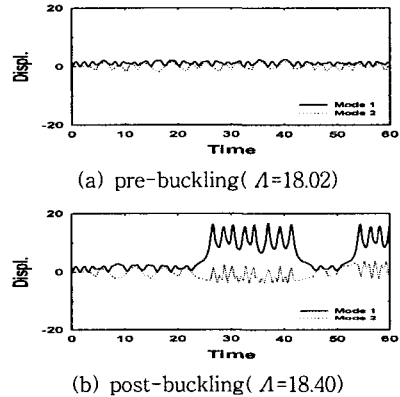
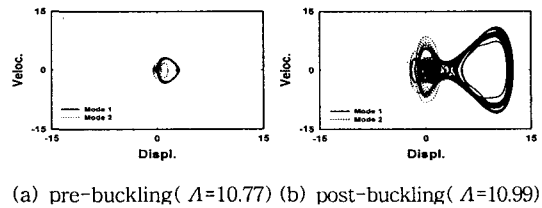
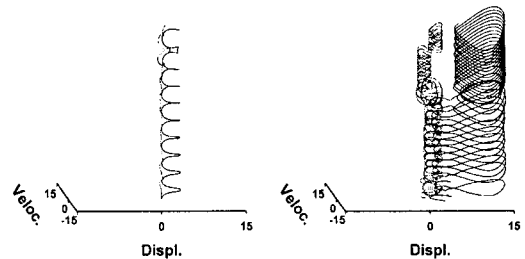


Fig. 3 Time-history curves of imperfect shape $H=7$ ($D_2^0=0.001H$)



(a) pre-buckling ($\Lambda=10.77$) (b) post-buckling ($\Lambda=10.99$)



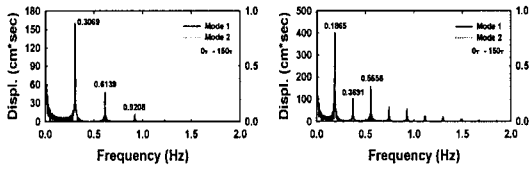
(c) pre-buckling ($\Lambda=10.77$) (d) post-buckling ($\Lambda=10.99$)

Fig. 4 Phase curves of imperfect shape $H=5$ ($D_2^0=0.001H$)

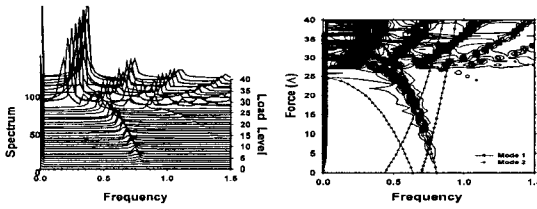
을 구하고, 얻어진 비선형 변위 응답 곡선으로 FFT(Fast Fourier Transform) 해석을 이용하여 연속 스펙트럼(running spectrum)을 구한다.

STEP 하중이 작용하였을 때 완전형상의 좌굴전 하중레벨과 좌굴후 하중레벨에서의 변위 응답 스펙트럼을 Fig. 5에 나타낸다. 좌굴전과 좌굴후의 탁월 진동수를 각각 비교해보면, 동적 불안정의 발생과 함께 응답 진동수가 1/2로 낮아진다.

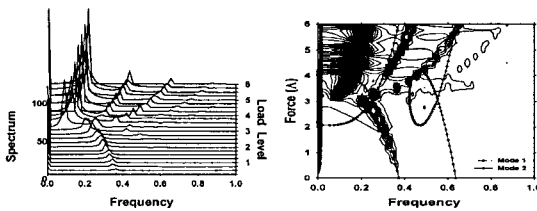
비대칭모드에서의 이러한 변화를 보다 명확히 파악하기 위해, 하중레벨의 변화에 따라 변위 응답 스펙트럼의 변화를 나타낸 연속 스펙트럼 해석 결과를 구하면 Fig. 6, 7에서와 같다. 그림에서 높이방향 축은 무차원화된 Fourier 진폭을,



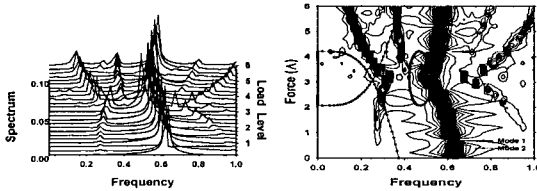
(a) pre-buckling ($\lambda = 27.75$) (b) post-buckling ($\lambda = 28.12$)
Fig. 5 Displacement response spectrum of perfect shape $H=7$



(a) 3-dimension figure (b) contour figure
Fig. 6 Running spectrum of perfect shape(mode-1) $H=7$



(a) 3-dimension figure(mode-1) (b) contour figure(mode-1)



(c) 3-dimension figure(mode-2) (d) contour figure(mode-2)
Fig. 7 Running spectrum of imperfect shape $H=3$ ($D_2^0 = 0.001H$)

가로방향축은 진동수를, 세로방향 축은 하중레벨의 변화를 각각 나타낸다. 동적 좌굴이 발생하기 전의 하중레벨에서는 하중레벨의 증가와 함께 응답 진동수의 주성분이 낮아지는 softening 현상을 나타내며, 좌굴후 하중레벨에서는 반대로 hardening 현상을 나타내고 있다.

완전형상의 연속스펙트럼일 경우 하중레벨의 증가와 함께 변위응답이 증가하는 것을 볼 수 있으며, 좌굴이 일어나는 직후의 하중레벨에서는 변위응답이 급격히 증가하는 것을 볼 수 있다. 그림에서 등고선도를 보면 mode-1의 backbone curve와 일치하면서 진동하는 모습을 볼 수 있다. 불완전형상의 연속스펙트럼일 경우 직접좌굴이 일어나는 $H=3$ 의 mode-2에서는 좌굴전·후 변함없이 일정한 파형을 유지하면서 진동을 하다가, 간접좌굴이 일어난 후부터는 비선형성이 강하게 나타나면서 mode-1과 마찬가지로 복잡한 파형으로 진동하는 것을 볼 수 있다.

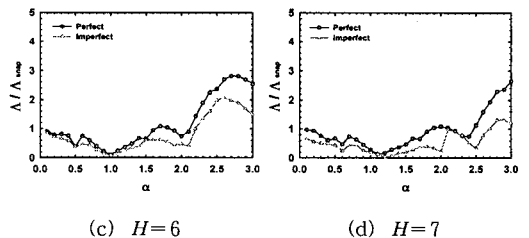
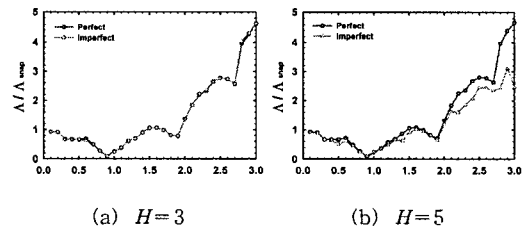
4.2 정현형 조화하중에 의한 동적 불안정

본 절에서는 주기성을 가진 정현형 조화하중(sinusoidal harmonic excitation)에 의한 동적 불안정 현상을 분석한다. 정현형 조화하중은 다음 식을 이용한다.

$$F(\tau) = F_0 \sin \alpha \omega_0 \tau \quad (8)$$

여기서 ω_0 는 해석 대상 모델의 1차 고유 각진동수(natural circular frequency)이고, α 는 Sine파 자체가 나타내는 진동수와 해석모델의 고유 진동수와와의 관계를 나타내는 파라미터이며, $\alpha = 1.0$ 인 경우는 입력파의 진동수가 해석 모델의 1차 고유 진동수와 일치한 경우이다.

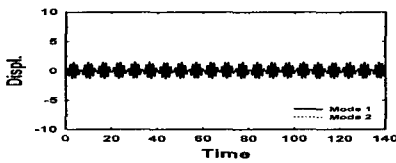
파라미터 α 를 0.1에서 3.0까지 변화시켜 정적 뒵좌굴 하중과 비교하여 그 비율을 나타내면 Fig. 8과 같다. 또한 α 를 변화시키면, 비선형 효과로 인하여 $H=3, 5$ 일 경우



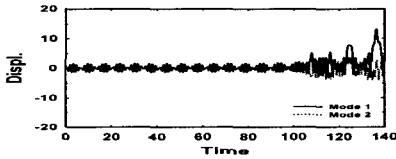
(a) $H=3$ (b) $H=5$
(c) $H=6$ (d) $H=7$
Fig. 8 Relations of critical loads with α

$\alpha = 0.9$ 일 때, $H = 6$ 인 경우에는 $\alpha = 1.0$, $H = 7$ 인 경우에는 $\alpha = 1.2$ 지점에서 가장 낮은 좌굴하중으로 된다. 이는 아치의 형태가 깊어지면(deep arch) 선형해석 결과로부터 얻은 고유진동수 보다 높은 주파수에서 공진성 좌굴이 일어남을 알 수 있다.

비선형 변위응답의 특성을 분석하기 위해 형상파라미터 $H = 7$ 인 경우 좌굴전·후 하중레벨에서의 비선형 시각력 응답곡선을 구하면 Fig. 9와 같다. 좌굴후의 응답곡선에서 $\tau = 100$ 까지의 초기진동은 좌굴전과 유사한 진동패턴을 나타내나, τ 가 100을 지나면서 비대칭모드(D_2)의 간섭으로 인한 대칭모드(D_1)의 진폭이 급격히 증가한다. 이는 대칭모드와 비대칭모드의 연성(coupling)작용에 의한 간접좌굴(indirect snapping)의 메커니즘을 보여주는 것이다.

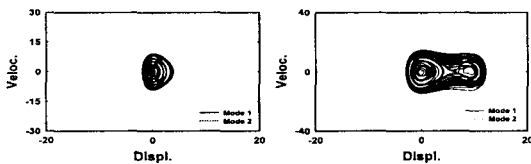


(a) pre-buckling($\Lambda = 6.85$)

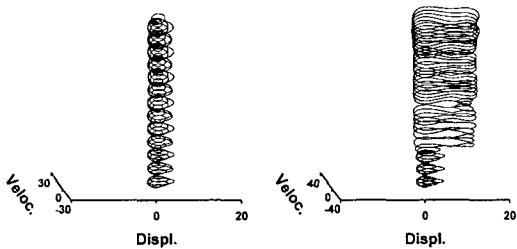


(b) post-buckling($\Lambda = 7.21$)

Fig. 9 Time-history curves of imperfect shape $H = 7$ ($D_2^0 = 0.001H$, $\alpha = 1.0$)



(a) pre-buckling($\Lambda = 3.42$) (b) post-buckling($\Lambda = 3.57$)

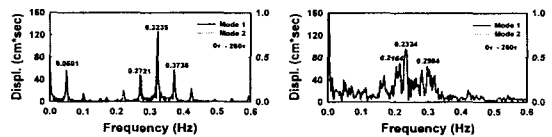


(c) pre-buckling($\Lambda = 3.42$) (d) post-buckling($\Lambda = 3.57$)

Fig. 10 Phase curves of perfect shape $H = 5$ ($\alpha = 1.0$)

시각력 곡선을 변위-속도 위상곡선으로 나타내면 Fig. 10과 같다. 가력레벨이 pre-buckling레벨에서 post-buckling레벨로 변화함에 따라 끌개(attractor)의 모양이 한 개의 물방울이 두 개의 물방울로 연결된 모양으로 변하며, 초기진동 궤도와 snapping 후의 궤도가 완전히 분리됨을 보여주고 있다.

정현형 조화하중이 작용하였을 때 완전형상의 좌굴전 하중레벨과 좌굴후 하중레벨에서의 변위 응답의 Fourier 스펙트럼 해석결과를 Fig. 11에 나타낸다. 좌굴전·후의 탁월진동수를 각각 비교해보면, snap-through가 일어나는 $H = 3$ 일 경우에는 70%정도 낮아지나 bifurcation이 일어나는 $H = 5$ 이상인 경우에는 58%정도 까지 낮아짐을 알 수 있다.

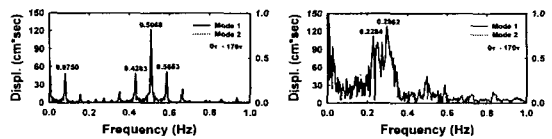


(a) pre-buckling

: $H = 3$, $\Lambda = 1.02$

(b) post-buckling

: $H = 3$, $\Lambda = 1.06$



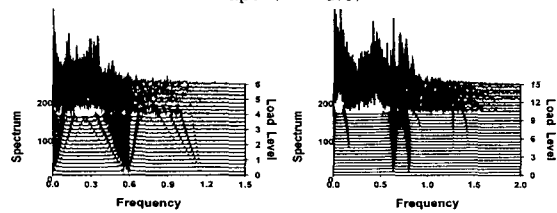
(c) pre-buckling

: $H = 5$, $\Lambda = 3.42$

(d) post-buckling

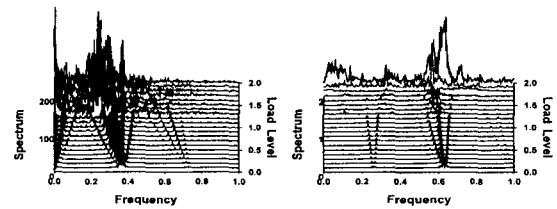
: $H = 5$, $\Lambda = 3.57$

Fig. 11 Displacement response spectrum of perfect shape ($\alpha = 1.0$)



(a) 3-dimension figure, $H = 5$ (b) 3-dimension figure, $H = 7$

Fig. 12 Running spectrum of perfect shape(mode-1, $\alpha = 1.0$)



(a) 3-dimension figure, $H = 3$ (mode-1)

(b) 3-dimension figure, $H = 3$ (mode-2)

Fig. 13 Running spectrum of imperfect shape

($D_2^0 = 0.001H$, $\alpha = 1.0$)

비대칭 모드에서의 이러한 변화를 보다 명확히 파악하기 위해서 하중 레벨의 변화에 따라 변위 변화를 나타낸 연속 스펙트럼 해석 결과를 구하면 Fig. 12, 13과 같다. 동적 좌굴이 발생하기 전의 하중 레벨에서는 하중 레벨의 증가와 함께 응답 진동수의 주성분이 낮아지는 softening 현상, 즉 응답 진동수의 주성분으로부터 부성분들이 이탈해 가는 형상을 보여주고 있다. 좌굴후 하중 레벨에서는 반대로 hardening 현상을 나타내고 있다. 또 포락 곡선에 대응하는 진동수 성분, 즉 좌측 하단으로부터 파생하는 성분들은 하중 레벨의 증가와 함께 포락 곡선의 주기가 점차 짧아짐을 나타낸다. 특히 $H=5$ 에서는 2배인 주파수로부터 파생되어 온 성분과 교차하는 하중레벨에서, $H=7$ 에서는 주진동 주파수의 1/3배인 주파수로부터 파생되어 온 성분과 2배인 곳에서부터 파생되어 온 성분이 교차하는 하중레벨에서 각각 snapping 현상이 일어난다.

불완전 형상의 연속스펙트럼인 경우 $H=3$ 의 결과에서 주진동 주파수는 이의 2배인 주파수로부터 파생되어 온 성분과 교차하는 하중레벨에서, mode-2의 결과에서는 주진동 주파수의 1/2배인 주파수로부터 파생되어 온 성분과 교차하는 하중레벨에서 각각 snapping 현상이 일어난다. 따라서 아치의 형상에 따라서 동적불안정 메커니즘은 크게 달라짐을 알 수 있고, 동적 불안정이 발생한 후의 하중 레벨에서는 다양한 진동수 성분이 복잡하게 연성하여 불안정한 진동을 나타내고 있다.

5. 결론

본 연구에서는 얇은 정현형 아치(shallow sinusoidal arches) 구조물의 불안정 현상을 파악하기 위하여 비선형 방정식을 유도하고, 이를 Galerkin법에 의해 이산화시킨후, 정적 비선형 해석에서는 섭동법을, 동적 비선형 해석에서는 Newmark- β 법을 이용하여 좌굴해석을 하였다. 외력은 주기성이 없는 STEP 하중과 주기성을 가지는 정현형 조화하중(sinusoidal harmonic excitation)을 이용하였다.

형상 파라미터 H 의 변화에 따른 정적 해석결과는 다음과 같다.

- 1) $H < 2$ 일 경우 : 불안정현상이 나타나지 않는다
- 2) $2 \leq H < 4$ 일 경우 : 뿔좌굴(snap-through)이 나타난다.
- 3) $H \geq 4$ 일 경우 : 분기좌굴(bifurcation)이 나타난다.

STEP 하중에 대한 동적 해석결과는 다음과 같다.

- 4) 직접좌굴(direct snapping)은 정적 뿔좌굴 하중의 약 80%정도이다.
- 5) 간접좌굴(indirect snapping)은 형상파라미터 H 가 증가함에 따라 급격히 감소한다.

정현형 조화하중에 대한 동적 해석결과는 다음과 같다.

6) 정현형 조화하중에 의한 동적좌굴 하중 레벨은 아치의 형상 변화에 따른 비선형성으로 인해 공진성 좌굴 주파수가 달라진다. 즉 아치가 깊을수록(deep arch) 공진성 좌굴 주파수는 빨라진다.

7) 연속스펙트럼 분석결과 고조화 공진(superharmonic resonance)은 $H=3, 5, 7$ 에서, 분수조화 공진(subharmonic resonance)은 $H=3, 7$ 에서 각각 나타난다.

이상으로 얇은 아치 구조물의 동적 불안정 현상에 대해서 규명해 보았다. 초기불완전으로 인한 동적 불안정 현상은 비선형계에 크게 의존하고, 이는 카오스의 생성으로 발전하게 되며, 추후 계속적인 연구가 요구된다.

참고 문헌

- (1) Hoff, N. J., and Bruce, V. G., 1954, "Dynamic analysis of the buckling of laterally loaded flat arches," Q. Math. Phys., Vol.32, No.4, pp.276-288.
- (2) Hsu, C. S., 1967, "The effects of various parameters on the dynamic stability of a shallow arch," J. Appl. Mech., Vol.34, No.2, pp.349-358.
- (3) Hsu, C. S., Kuo, C. T., and Lee, S. S., 1968, "On the final states of shallow arches on elastic foundations subjected to dynamical loads," J. Appl. Mech., Vol.35, No.4, pp.713-723.
- (4) Lock, M. H., 1966, "Snapping of a shallow sinusoidal arch under a step pressure load," AIAA J., Vol.4, No.7, July, pp.1249-1256.
- (5) Fulton, R. E., and Barton, F. W., 1971, "Dynamic buckling of shallow arches," J. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol.97, No.EM3, June, pp.865-877.
- (6) Huang, N. C., and Nachbar, W., 1968, "Dynamic snap-through of imperfect viscoelastic shallow arches," J. Appl. Mech., ASME, June, pp.289-296.
- (7) Gregory, W. E. Jr., and Plaut, R. H., 1982, "Dynamic stability boundaries for shallow arches," J. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol.108, No.EM6, December, pp.1036-1050.
- (8) Donaldson, M. T., and Plaut, R. H., 1983, "Dynamic stability boundaries for a sinusoidal shallow arch under pulse loads," AIAA J., Vol.21, No.3, March, pp.469-471.
- (9) Huang, K. Y., and Plaut, R. H., 1982, "Snap-through of a shallow arch under pulsating load," Stability in the Mechanics of Continua(edited by F. H. Schroeder), pp.215-223, Springer-Verlag, Berlin.
- (10) 金勝徳, 1990, 扁平構造物の動的安定に関する研究, 東京大學博士學位論文.