

고유진동수를 고려한 디스크 브레이크의 최적설계 Optimal Design of a Disk-Brake Considering the Eigen-Frequency

유정훈* · 한상훈**

Jeonghoon Yoo, Sang-Hoon Hahn

Key Words : Topology Design, Genetic Algorithm, Response Surface Method, Disk Brake, Brake Noise

ABSTRACT

In this study, an improved topology design methodology that is combined with genetic algorithm, response surface method is provided to overcome the limitations of the ordinary topology optimization methods on the complex non-linear problem. the method is applied to a disc brake system for reducing an automobile brake noise. The low frequency that may induces the brake noise under the unstable mode is increased by obtaining the optimal topology. The result is verified by the analysis of variance and confirmed that the estimators for the approximation equations are highly reliable

1. 서 론

디스크 브레이크에서 발생하는 소음은 발생원인과 주파수 대역에 따라 스킨(squeal), 모은(moan), 그런트(grunt) 등으로 분류 될 수 있다.⁽¹⁾ 특히 디스크 판과 패드 사이의 마찰에 의해 발생하는 브레이크 모은과 스킨의 경우는 시스템의 구조적인 불안전성이 주요 원인으로 간주되고 있으며,^(2,3) 유한요소 해석을 통한 브레이크 시스템의 동역학적 불안전성의 전산 모사가 이루어지고 있다.^(4,5) 이러한 연구 결과를 바탕으로 하여 브레이크 소음을 제거하기 위한 많은 연구가 이루어져 왔으나^(6,7) 대부분의 연구가 물질의 재질 특성이나 특정 부품의 치수 변경 등의 변수 설계의 단계에 머무르고 있는 실정이다.

위상최적화의 설계 방법은 시스템의 기초 설계 뿐 아니라 기존의 제품의 개량에도 효과적으로 적용할 수 있는 유용한 방법이다. 특히 동역학적 불안전성에 의해 발생하는 브레이크 소음의 경우에는 불안전성이 발생하는 고유진동수를 증가시킴으로써 소음을 줄이는 효과를 기대할 수 있으며 이와 같은 경우에 위상최적화의 방법이 효과적으로 적용될 수 있다.⁽⁸⁾

균질화법^(9,10)이나 밀도법⁽¹¹⁾을 이용한 위상최적화의 방법은 기계적 문제 뿐만 아니라 전기적 문제까지 그 적용범위를 넓혀가며 널리 사용되고 있다. 그러나 이러한 방법은 목적함수의 정의와 민감도의 계산 등에 있어 정확한 수학적 계산을 요구하고 있어 비선형성이 강한 문제나 해석의 복잡성으로 인해 민감도를 계산하기 어려운 문제의 적용에는 많은 어려움이 있으며, 브레이크 시스템의 동역학적 해석을 위해서는 마찰 등의 비선형성이 고려되어야 하며 전체의 해석이 대단히 복잡하므로 기존의 위상최적화 방법의 적용에는 한계가 있다.

본 연구에서는 실제의 경우에 많이 발생할 수 있는 복잡한 문제의 적용을 위하여 유전알고리즘(Genetic Algorithm, GA)과 반응표면법(Response Surface Method, RSM)⁽¹²⁾을 결합한 새로운 위상최적화의 방법을 제안한다. 실제의 적용에 있어서는 디스크 브레이크 시스템의 위상최적 설계를 통하여 동적 불안전성의 원인이 되는 모드의 고유진동수를 증가시킴으로써 동적 불안전성으로 인하여 발생하는 소음 문제의 해결 방안을 모색하고자 한다.

2. 최적화 이론

2.1 위상최적설계

위상 최적 설계의 목적은 주어진 설계 영역 내에서 목적함수를 만족시킬 수 있는 최적의 물질 분포를 구하는 데 있다. 목적함수의 예로는 구조물의 변위를 최소화

* 연세대학교 기계공학부
E-mail : yoojh@yonsei.ac.kr
Tel : (02) 2123-2833, Fax : (000) 000-0000
** 연세대학교 대학원 기계공학과 (졸업)

함으로써 가장 강성이 높은 구조물을 설계하거나 구조물의 고유진동수를 최대화할 수 있도록 구조물을 설계하는 등이 사용될 수 있다. 이러한 경우에 최적화의 문제는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(x) \\ & \text{Subject to } \sum v \leq V \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 f 는 설계의 목적함수, x 는 설계변수 벡터를 표시하며 $\sum v$ 는 물질로 채워진 설계영역의 부피를, V_0 는 설계 영역의 최대 허용 부피를 표시한다.

위상최적설계의 구현을 위해서는 설계 영역을 유한개의 요소로 분할하며 밀도법을 이용할 경우 각 요소의 밀도가 설계의 변수가 되어 밀도가 높은 경우 그 요소는 물질로 채워지며 그렇지 않을 경우에는 그 요소는 공간으로 남게 된다. 최종적으로 밀도가 높은 요소들로 이루어진 설계 영역의 위상이 목적함수를 만족시키는 구조물의 최적형태가 된다. 그러나 이러한 방법을 사용하기 위해서는 설계변수의 변화에 따른 목적함수의 변화량을 나타내는 민감도(Sensitivity)를 계산하여야 한다. 그러나 본 연구의 대상이 되는 브레이크 시스템의 동적 거동의 해석에서는 접촉 현상의 고려, 복소수 고유진동수 문제의 해결 등의 복잡성으로 말미암아 민감도의 계산이 어려워지는 문제를 가지고 있다.

2.2 유전알고리즘 및 반응표면법

대부분의 최적화 문제의 풀이에서는 수리적인 계산방법에 의존하는 해결법이 널리 사용되어 왔다. 그러나 실제의 최적화 문제에서는 불연속(discontinuous), 다중모드 해석 등이 요구되고 있어 이러한 수학적 계산 방법의 적용에 한계가 있다. 본 연구에서는 이러한 문제점을 극복하고자 최적화 알고리즘으로 스키마 이론(schema theory)에 의한 유전알고리즘을 이용하였으며 Fig. 1은 이의 대략적 흐름도를 보여주고 있다.

본 연구에서의 해석은 상용패키지인 MSC. NASTRAN에 의해 수행되며 설계영역을 구성하는 유한요소의 밀도값은 0-1의 두 레벨로 표시되고 이를 설계변수로 설정한다. 목적함수는 불안정 모드의 고유진동수를 최대화시키는 것으로 정의되므로 이 목적함수를 설계변수로 표현함이 요구된다. 사용되는 목적함수는 중심합성계획법(Central Composite Design, CCD)에 의거한 반응표면법에 의해 표현된다.

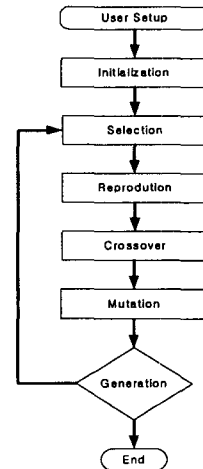


Fig.1 Schematic drawing of genetic algorithms.

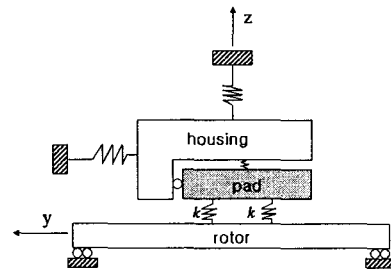


Fig.2 Model for the complex eigenvalue analysis of a disc brake system.

2.3 동적 불안정성 해석

구조물의 동적 거동은 다음의 식으로 표시되는 고유벡터의 합으로 표시된다.

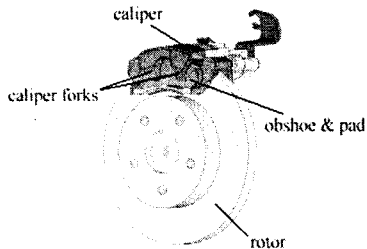
$$u(t) = \text{Real}(\sum \phi_i e^{(\alpha_i + i\omega)t}) \quad (2)$$

여기서 α_i 는 i 번째 모드의 발산값이며 ϕ_i 는 복소수로 표시된 i 번째 동적모드를 나타낸다. 따라서 복소수 고유치 해석에 의해 모드의 발산 여부를 판별하고 그에 따라 구조물의 동적 안정성을 판단할 수 있다. Fig. 2는 동적 안정성을 판별하기 위한 브레이크 시스템의 모델을 나타내며 여기서 로터(rotor)와 패드(pad) 사이의 비선형 접촉은 등가의 스프링 상수 k 로 대체된다. 이러한 해석 방법에 있어서의 전제 조건은 다음과 같다.

- 1) 로터 표면의 속도는 진동파의 속도보다 훨씬 적다.
- 2) 로터와 패드 사이는 완전접촉(full contact)상태이다.
- 3) 로터와 패드 사이의 마찰 계수는 일정하다.



(a)



(b)

Fig.3 A disc brake model: (a) sample disc brake system, and (b) modeling the full disc brake system for finite element analysis.

2.4 최적화 문제의 정식화

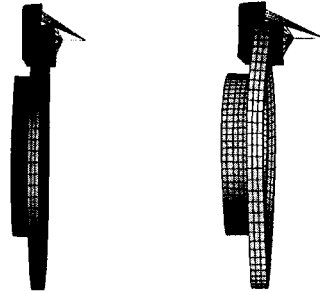
본 연구의 목적은 동적 불안정성을 일으키는 모드의 고유진동수를 최대화함으로써 그에 따른 브레이크 시스템의 소음을 저감시키는데 있다. 따라서 설계의 목적함수는 불안정 모드의 고유진동수의 최대화로 설정되며 이에 영향을 미치는 시스템 부품의 설계 영역을 유한요소로 나누고 각각의 요소의 밀도를 설계 변수로 설정한다. 요소의 밀도는 일반적인 밀도법이나 균질화법과는 달리 0 또는 1의 값을 가지므로 최적화 해석 알고리즘에는 유전알고리즘을 적용시킨다. 따라서 본 연구의 최적화 문제는 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } f_1(\mathbf{x}) \\ & \text{Subject to } f_i \geq f_0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 f_1 은 반응표면법에 의해 설계변수 \mathbf{d} 로 표시된 불안정 모드의 고유진동수 값이며 f_0 는 소음영역을 피하기 위한 지정된 고유진동수의 최소값이다. 설계변수는 요소의 존재 유무 또는 해당요소에 부착되는 스프링 요소의 유무를 표시하므로 f_1 에 의해 표시되는 설계 변수의 값은 0 또는 1의 값을 가지게 된다.



Fig.4 Remodeling of the finite element model



(a)

(b)

Fig.5 Mode shape of the number 10(unstable mode) in each angle: a) 0 degree and b)180 degree

3. 브레이크 시스템의 유한요소 해석

3.1 해석 메카니즘

Fig. 3 (a)는 브레이크 시스템의 예를 보여주고 있으며 (b)는 이를 유한요소 모델링한 예이다. 브레이킹 메카니즘은 유압에 의해 로터의 양 쪽에 위치한 패드 중 한 곳에 압력이 가해지면서 양쪽 패드와 로터 사이의 접촉에 의해 브레이크가 작동을 하게 된다. 본 연구에서의 해석은 복소수 고유진동수 해석이 가능한 MSC. NASTRAN solution 107 (The Hessenberg Method)을 이용하였으며 패드와 로터 사이는 마찰을 고려한 DMIG 요소로 모델링하였다.

3.2 해석결과

Fig. 3(b)에 나타난 유한 요소 모델은 35000여개의 절점으로 구성되어 해석에 상당한 시간을 필요로 한다. 따라서 본 연구에서는 Fig. 4에 나타난 것과 같은 간략화된 모델을 이용하여 해석을 수행하였다. 해석 결과 첫 번째 불안정 모드는 844.7Hz에서 발생함을 확인할 수 있으며 Fig. 5는 이 모드의 형상을 보여주고 있다.

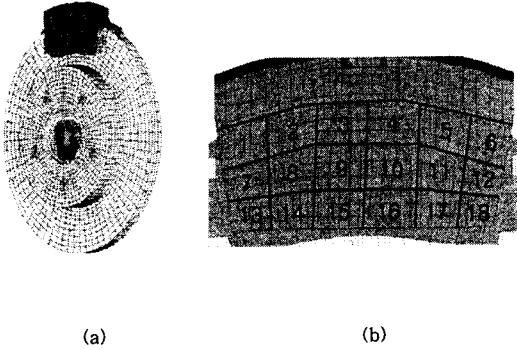


Fig.6 Modified finite element model for topology optimization: a) full model and b) discretization of the design domain

4. 브레이크 시스템의 최적설계

4.1 최적설계 순서

최적설계를 위한 순서는 다음과 같이 표현될 수 있다.

- step1) 초기 유한요소 모델의 구성 및 경계조건 설정
- step2) 민감도 해석에 의한 설계 대상 부품의 선정 및 반응 표면법을 위한 상용패키지에 의한 전산 모사를 위한 실험의 구성
- step3) 회귀분석에 의한 목적함수의 확립과 유전알고리즘을 통한 최적설계안 도출
- step4) 상용패키지에 의한 설계안의 검증

4.2 설계결과

민감도의 해석 결과 시스템의 불안정 모드의 고유진동수에 가장 큰 영향을 미치는 부품은 패드인 것으로 나타났다. 그러나 이 부분을 위상 최적화할 경우 형상의 변화로 인해 해석의 전제 조건이 되는 접촉부위의 완전 접촉에 위배되므로 설계의 대상을 차순의 민감도를 보이는 캘리퍼 포크(caliper fork)로 결정하였다. Fig. 6(a)는 위상최적화를 위해 캘리퍼 포크를 재구성한 형상이며 Fig. 6(b)는 설계 영역 및 이의 분할을 표시하고 있다. 브레이크 패드와 캘리퍼 포크 사이의 접촉은 스프링 요소로 모델링 되어 있으며 설계영역내의 각 절점에 연결되어 있다.

설계 영역이 18개의 요소로 분할되어 있음을 고려하여 반응 함수는 다음과 같이 구성될 수 있다.

$$F(\mathbf{k}) = b_0 + b_1 k_1 + b_2 k_2 + \dots + b_n k_n, \quad n = 1, 2, \dots, 18 \quad (4)$$

함수 $F(\mathbf{k})$ 는 첫 번째 불안정 모드의 고유진동수를 나타내며 k_i 는 i 번째 분할 영역의 밀도를 0 또는 1로 표시한다. 식 (3)을 고려한 최적화 문제는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

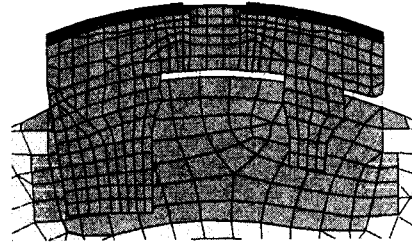


Fig.7 Topological optimal shape of caliper forks.

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } F(\mathbf{k}) \\ & \text{Subject to } F \geq f_0 = 844.7 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (5)$$

중심합성계획법에 의해 총 25회의 실험을 구성하여 MSC. NASTRAN에 의한 전산모사를 수행하여 96%의 신뢰도를 가진 다음과 같은 반응표면식을 구하였다.

$$\begin{aligned} F(\mathbf{k}) = & 36.2k_1 - 6.6k_2 - 8.4k_3 - 8.4k_4 + 4.1k_5 - 8.8k_6 \\ & - 1.3k_7 - 2.9k_8 - 3.5k_9 - 11.9k_{10} - 12.8k_{11} - 18.2k_{12} \\ & + 6.6k_{13} + 1.9k_{14} - 4.0k_{15} - 15.2k_{16} - 23.8k_{17} - 30.0k_{18} \\ & + 953.5 \end{aligned} \quad (6)$$

유전알고리즘을 이용하면 37번의 반복 후에 최적해를 구할 수 있으며 $k_1, k_2, k_5, k_7, k_8, k_{11}, k_{13}, k_{14}$ 이 1의 값을 가지게 되며 이 때의 $F(\mathbf{k})$ 는 991.5 Hz를 갖는다. Fig. 7는 이를 이용한 설계영역의 최적형상을 보여주고 있다. MSC NASTRAN을 이용한 검증의 결과 위의 설계 결과에서 불안정 모드의 고유진동수는 961.5 Hz임을 확인할 수 있었다.

5. 결론

기존의 위상최적화의 방법이 복잡성과 비선형성이 큰 시스템에 적용하기 어려운 점을 고려하여 본 연구에서는 유전알고리즘과 반응표면법을 결합한 새로운 방식의 위상최적설계 방법을 제안하였다.

제안된 방법을 디스크 브레이크 시스템의 불안정 모드의 주파수를 올리는데 적용하여 기존의 844 Hz 대역의 불안정 모드의 고유진동수를 961 Hz 까지 증가시킬 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Dunlap, K. B., Riehle, M. A. and Longhouse, R. E., 1999, An investigative overview of automotive disc brake noise, SAE paper 1999-01-0142.
- (2) Shen, I. Y. and Mote Jr, C. D., 1991, On the mechanism of instability of a circular plate under a rotating spring-mass-dashpot system, *Journal of Sound and Vibration* 148, pp. 307-318.
- (3) Millner, N., 1976, A theory of drum brake squeal, Institute of Mechanical Engineers paper C39/76, pp. 177-185.
- (4) Chargin, M. L., Dunne, L. W. and Herting, D. N., 1997, Nonlinear dynamics of brake squeal, *Finite Element Analysis and Design* 28, pp. 69-82.
- (5) Nack, W. V. and Joshi, A. M., 1995, Friction induced vibration: brake moan, SAE paper 951095, pp. 127-133.
- (6) Lee, J. M., Yoo, S. W., Kim, J. H. and Ahn, C. G., 2001, A study on the squeal of a drum brake which has shoes of non-uniform cross-section, *Journal of Sound and Vibration* 240, pp. 789-808.
- (7) Bouvet, P. and Vincent, N., 2000, Optimization of resilient wheels for rolling noise control, *Journal of Sound and Vibration* 231, pp. 765-777.
- (8) Diaz, A. and Kikuchi, N., 1992, Solution to shape and topology eigenvalue optimization problems using a homogenization method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 35, pp. 1487-1502
- (9) Bensøe, M. P. and Kikuchi, N., 1988, Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering* 71, pp. 197-224.
- (10) Suzuki, K. and Kikuchi, N., 1991, A homogenization method for shape and topology optimization, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering* 93, pp. 291-318.
- (11) Mlejnek, H. P. and Schirmacher, R., 1993, An engineer's approach to optimal material distribution and shape finding, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 106, pp. 1-26.
- (12) Myers, R. H. and Momtgomery, D. C., 1995, *Response Surface Methodology*, John Wiley & Sons, Inc., New York.