

# 연성된 MEMS 자이로스코프 모델의 설계를 위한 진동특성 해석

## Vibration Analysis for a Coupled MEMS-Gyroscope Design

방 선 호\* · 신 상 하\* · 유 흥 희\*\*  
Sun-Ho Bang, Sang-Ha Shin, Hong Hee Yoo

**Key Words :** Coupled(연성된), Micromachined gyroscope(마이크로 자이로스코프), Design(설계), Vibration analysis(진동해석)

### ABSTRACT

Vibration analysis for a coupled MEMS gyroscope design is presented in this paper. MEMS gyroscopes have shown that slight mistuning in fabricated process often leads to significant difference of vibration characteristics between expected and real designs. The difference frequently affects the MEMS gyroscope design in a negative way. As long as the coupling between excited and sensed motions exists, such difference occurs inevitably. In this paper, dimensionless parameters that govern the vibration characteristics of coupled MEMS gyroscope are identified and the effects of the parameters on the vibration characteristics are investigated for the design of the MEMS gyroscope.

### 1. 서 론

최근 반도체 공정 기술의 발전으로 보다 작고, 정밀한 관성측정장치의 개발이 이루어지고 있다. 마이크로 구조로 만들어진 관성측정장치는 다른 관성측정장치에 비해 매우 가격이 저렴하고, 크기 또한 작으며, 신뢰할만한 특성을 가진 측정장치로, 오늘날 점점 더 많은 용도로 요구되어지고 있으며 사용자들은 보다 더 발전된 마이크로 관성장치를 필요로 하고 있다. 이러한 마이크로 구조의 관성측정장치는 혁신적인 자동차의 안전시스템, 가상 현실시스템, 이동통신 장치, 로봇, 의료용 장비, 휴대용 항법장치 등 많은 첨단제품에 사용이 가능하다.

자이로스코프는 관성측정장치의 대표적 장치로, 각속도와 회전각에 관한 정보를 측정하는데 사용된다. 초기 자이로스코프는 거리차를 갖는 2 개의 가속도계 신호를 이용하여 발생된 각속도 신호를 얻는 단순한 방식이 주류를 이루었으나, 최근에는 더 나은 성능을 얻기 위하여 외부 코리올리 힘에 의한 변형을 측정함으로써 회전각속도를 예측하게 하는 진동형 방식이 개발되어 그 정확성이 크게 향상되었다.

최초의 성공적 진동형 자이로스코프는 영국의 Sperry Gyroscope Company 에 의해 1950 년 ‘자이로트론’이라는 명칭으로 만들어졌는데 이는 최초로 지구의 회전각을 탐지할 수 있게 하였다. 1960 년대에 이르러서 전기적 자기력의 특성을 사용한 자이로트론은 압전 방식으로 대체되었으며, 이후 1980 년대에는 압전재료 자체만으로 구성된 관성측정장치로 발전되었다. 본 논문에서 다루는 마이크로 방식의<sup>(1)</sup> 자이로스코프는 1990 년대에 이르러서야 비로서 반도체제조장비의 기술을 응용하여 본격적으로 개발되기 시작하였다.

현재 개발중인 마이크로 진동형 자이로스코프는 정전기력을 이용한 빗(comb) 모양의 방식들이 주로 사용되고 있으나 그 외에도 다양한 방식으로 개발되고 있다. 구체적인 예로서 Clark<sup>(2)</sup>에 의해 개발된 하나의 강체를 가지고 평행하게 진동하는 방식, Putty<sup>(3)</sup>에 의하여 개발된 링 진동형 방식, 그리고 Juneau<sup>(4)</sup>에 의해 개발된 이중 축 회전에 의한 변위를 측정하는 방식 등 다양한 방식들에 대한 연구가 현재도 계속 활발히 진행 중이다.

일반적으로, 진동형 마이크로 자이로스코프는 대칭형의 구조로 되어있으며, 진동 방향과 감지 방향이 수직인 형태를 이룬다. 이 자이로스코프는 민감도를 높이기 위해 통상 진동과 감지 방향의 주파수가 일치되게 설계하며, 외부 회전에 의한 코리올리 힘의 자이로스코프 전체에 작용할 때, 이 힘에 의해 감지 방향 운동에 큰 영향을 미쳐야 한다. 반대로, 외부의 회전이 없을 경우에는 감지

\* 한양대학교 대학원 기계설계학과

\*\* 정회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : [hhyoo@hanyang.ac.kr](mailto:hhyoo@hanyang.ac.kr)

Tel : (02) 2290-0446, Fax : (02) 2293-0570

방향으로 운동이 현격하게 일어나서는 곤란하다. 하지만, 진동과 감지 방향의 진동수를 일치시키면 회전이 있을 때뿐 아니라 없을 때도 감지방향으로 두 운동방향 간 연성 효과에 의해 현격한 운동이 발생하게 하여 각속도 측정에 현격한 오차를 발생시키게 된다. 따라서 최근에는 이러한 문제를 해결하기 위해 연성을 원천적으로 방지할 수 있는<sup>(6)</sup> 자이로스코프 구조의 개발도 시도되고 있다. 본 논문에서는 현재 가장 많이 사용되고 있는 커플링 구조를 갖는 진동형 자이로스코프의 모델에 대해 모델링 및 해석을 통해 이 방식의 효과적 설계를 위한 방향을 제시하는데 연구의 목적을 두었다.

## 2. 연성된 마이크로 자이로스코프의 원리와 특성

본 절에서는 연성된 진동형 마이크로 자이로스코프의 원리와 특성을 이해하여 설계 시 주안점을 분석해 보려 한다. 연성된 진동형 자이로스코프는 그림 1 과 같이<sup>(6)</sup> 구동방향 X 축과 감지방향 Y 축이 서로 연성되어 있다. 그리고, 그림 2 에 나타난 것처럼 X 축과 Y 축의 두 방향으로 움직임이 나타난다.

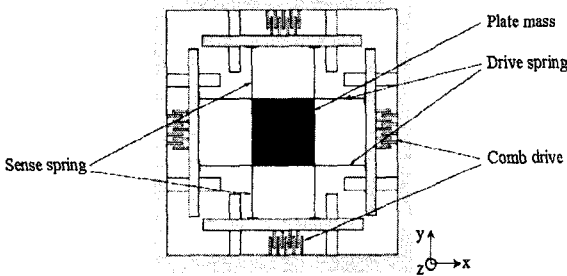


Fig.1 Coupled vibrating microgyroscope with electrostatic drive along the x-axis and the y-axis

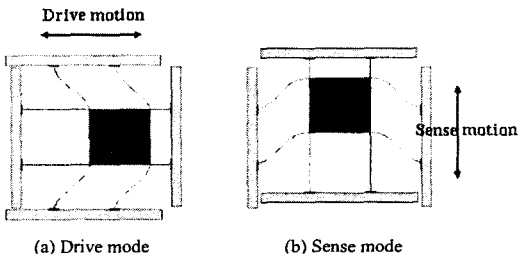


Fig.2 Drive and sense modes

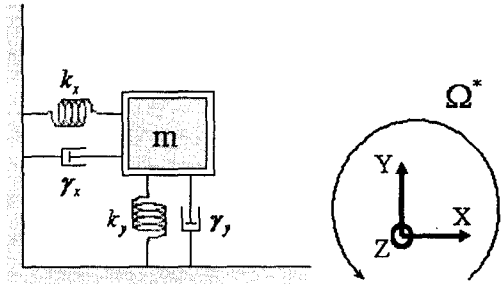


Fig. 3 Modeling of a coupled microgyroscope

작동원리는 정전기력에 의해 X 축 방향으로 조화 운동을 하도록 가진이 발생하면 그림 2(a)와 같이 움직이다가, 외부회전이 있으면 그림 2(b)와 같이 Y 축 방향의 움직임이 코리올리의 힘에 의해 발생하게 되는데 이 움직임을 전기적 신호로 측정하여 각속도를 측정하게 된다. 이러한 전체 시스템의 움직임은, 그림(3)과 같이<sup>(7)</sup> 단순화한 모델로 나타낼 수 있다. 이러한 자이로스코프는 통상적으로는 구동 및 감지 주파수가 서로 일치하도록 설계하면, 가장 좋은 성능을 발휘할 수 있다고 알려져 있다. 하지만, 실제 생산단계에서 주파수가 정확히 일치하는 제품을 만든다 하더라도 연성된 구조로 인해 감지부에 원하지 않는 zero-rate output 신호도<sup>(8)</sup> 현격히 발생하기 때문에 이러한 문제를 해결하기 위한 설계방안의 제시가 필요하다.

## 3. 연성된 자이로스코프 모델의 운동방정식의 유도

본 장에서는 연성된 진동형 자이로스코프 특성을 해석하기 위하여 그림 4 와 같이 그림 3 을 더 단순화 시킨 모델을 사용하여 운동방정식을 유도하였다.

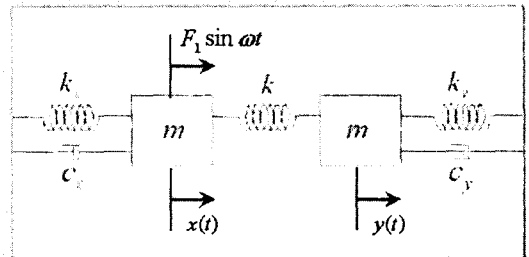


Fig.4 Simplified Modeling of a coupled structure

그림 4 에서  $k$ 는 두 운동방향 간 연성에 의해 발생하는 강성이고,  $F \sin \omega(t)$ 는 구동 움직임을 주기 위한 가진력이며,  $x(t)$ 는 구동축 방향 움직임이고,  $y(t)$ 는 감지 축 방향 움직임을 나타낸다. 이 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c_x\dot{x} + (k_x + k)x - ky &= F \sin \omega t \\ m\ddot{y} + c_y\dot{y} - kx + (k + k_y)y &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

(1)식에서 자이로스코프에 가해지는 외부회전 ( $\Omega^*$ )이 발생 된다면, 다음과 같이 운동 방정식이 수정 된다.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c_x\dot{x} - 2m\Omega^*\dot{y} + (k_x + k)x - ky &= F \sin \omega t \\ m\ddot{y} + 2m\Omega^*\dot{x} + c_y\dot{y} - kx + (k + k_y)y &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

이 운동방정식을 무차원화 하기 위하여 다음과 같은 무차원 매개변수 및 변수를 도입한다.

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{k_y}{k_x} \\ \beta &= \frac{k}{k_x} \\ \gamma_x &= \frac{Tc_x}{m} \\ \gamma_y &= \frac{Tc_y}{m} \\ \Omega &= T\omega \\ \delta &= T\Omega^* \\ f &= \frac{F}{k_x l} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

여기서  $T = \sqrt{\frac{m}{k_x}}$ ,  $\alpha$ 는  $x$ 와  $y$  방향 스프링간

강성 비를 나타내는 변수,  $\beta$ 는 구조적 연성강성 크기를 나타내는 변수,  $\gamma$ 는 감쇠정도를 나타내는 변수,  $\Omega$ 는 가진주파수의  $x$ 축방향 고유진동수에 대한 변수,  $\delta$ 는 자이로스코프가 측정해야 하는 각속도 ( $\Omega^*$ )의  $x$ 축방향 고유진동수에 대한 변수이다. 정의된 변수 및 매개변수를 사용하여, 식 (2)의 운동방정식을 다음과 같은 무차원 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_x & -2\delta \\ 2\delta & \gamma_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1+\beta & -\beta \\ -\beta & \alpha+\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \sin \Omega t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

이 무차원 방정식의 정상 상태 동적응답은 다음과 같은 형태로 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \cos \Omega t + b_1 \sin \Omega t \\ a_2 \cos \Omega t + b_2 \sin \Omega t \end{pmatrix} \quad (5)$$

이를 식 (4)에 대입하여 풀면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\Omega\gamma_x & 2\Omega\delta & -\Omega^2 + \beta + 1 & -\beta \\ -\Omega^2 + \beta + 1 & -\beta & \Omega\gamma_x & -2\Omega\delta \\ -2\Omega\delta & -\Omega\gamma_y & -\beta & -\Omega^2 + \alpha + \beta \\ -\beta & -\Omega^2 + \alpha + \beta & 2\Omega\delta & \Omega\gamma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

위 행렬식으로부터 정상상태의 동적응답 크기를 의미하는 확대계수 (Magnification Factor)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$|K_i| = \frac{\sqrt{a_i^2 + b_i^2}}{f} \quad (i=1,2) \quad (7)$$

#### 4. 수치해석 결과 및 고찰

본 절에서는 앞서 유도된 무차원 운동방정식과 동적 응답식을 사용하여 무차원 매개변수에 대해 (스프링 강성  $\alpha$ , 연성 강성  $\beta$ , 감쇠  $\gamma$ , 가진 주파수  $\Omega$ , 각속도  $\delta$ ) 동적응답특성이 어떻게 나타나는지를 조사하였다. 수치해석 시 감쇠 매개변수  $\gamma_x = \gamma_y = 0.01$ 로, 식 (6), (7)의 가진력은  $f=1$ 로 일정하게 고정하였다.

그림 5는 무차원 각속도  $\delta$ 가 0일 경우, 즉 회전각속도가 0일 경우 무차원 스프링강성  $\alpha$ 와 연성강성  $\beta$ 에 따른 감지부 동적응답  $K_2$ 를 보여주는 그래프이다. 회전이 없을 경우에는 감지부의 움직임은 일어나서는 안 되는 것이 정상적이지만, 연성된 구조로 인해 신호가 발생하는데 이를 zero-rate output이라 부른다. 그림에서 색깔이 진할 수록 응답이 큰 부분이며 설계 시, 피해야 하는 부분이다. 일반적으로 설계 시  $\alpha=1$ 로 설계하게 되는데 이 경우  $\beta$ 를 0에 가깝게 아주 작게 설계해야 zero-rate output을 작게 유지시킬 수 있음을 알 수 있다. 그러나 각속도가 있을 때의

응답은 클수록 좋으므로  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 결정할 때 두 요구조건을 모두 만족시키는 값을 선정해야 한다. 이를 위해 그림 6은 각속도가 있을 경우의 ( $\delta = 0.01$ ) 응답에서 각속도가 없을 때의 응답의 차이를 나타낸 그래프이다. 여기서 색깔이 진한 부분은 따라서 각속도가 있는 경우의 동적응답을 각속도가 없는 동적응답에 비해서 감지부가 크게 감지하게 하는 영역이다. 따라서 그림 6에서는 진한 색깔의 부분이 설계점으로 적절한 부분이며  $\alpha = 1.03$  근방이  $\alpha = 1$ 보다 오히려 더 적절한 점임을 알 수 있다. 아울러 설계제한 조건으로 (예를 들어 제작상의 한계)  $\beta$ 를 어느 크기 이상으로 해야만 한다면 그림 6의  $1.02 \leq \alpha \leq 1.03$ 에 위치한 등고선을 따라서 설계점을 결정하는 것이 적절할 것이라는 결론을 내릴 수 있다. 이와 같이 약간 Mistuning이 있는 시스템이 완전히 Tuned된 시스템에 비해 상당히 다른 응답특성을 갖을 수 있다는 연구는 진동국부화(9, 10)에 대한 이전 연구들에서도 찾아볼 수 있는 내용이다.

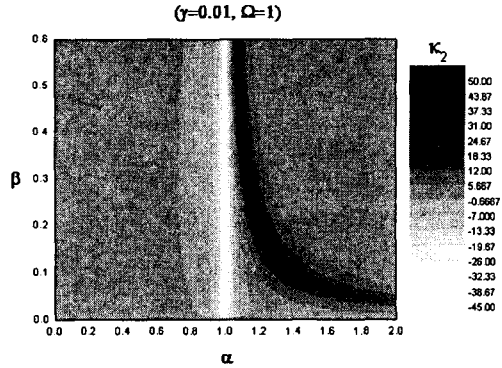


Fig.7 Difference of  $\kappa_2$  between angular motion output ( $\delta = 0.1$ ) and no angular motion output ( $\delta = 0$ ) in  $\alpha - \beta$  plane

그림 7은  $\delta$ 를 0.1로 하여서 그림 6을 다시 그린 그래프이다. 이 결과에서 관찰할 수 있듯이 더 큰 각속도에 ( $\delta = 0.1$ ) 대해 더 넓은 설계가능영역이, 즉 더 큰  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 범위를 설계점으로 고려할 수 있음을 확인할 수 있다.

그림 8은 무회전 시에 무차원 연성 강성  $\beta$ 와 무차원 가진 주파수  $\Omega$ 에 대한 감지부 동적응답 ( $\kappa_2$ )을 보여준다. 이 그림 역시 색깔이 진하여 질수록 동적응답이 큰 영역이며, 설계 시, 피해야 할 부분이다. 이 경우도 역시 무차원 연성 강성  $\beta$ 가 적어질수록 감지부 동적응답이 작아짐을 알 수 있다. 그림 9는 각속도가 있을 때와 각속도가 없을 때의 두 동적 응답간 차이를 나타낸 그래프이다. 이 결과도 그림 6의  $\alpha$ 의 경우와 유사하게  $\Omega$ 가 정확히 1인 경우보다 1보다 약간 크거나 작은 경우가 더 좋은 설계점이 될 수 있음을 보여 주고 있다.

그림 8과 9가  $\Omega$ 와  $\beta$ 가 이루는 영역에서의 결과인데 반해 그림 10과 11은  $\Omega$ 와  $\alpha$ 가 이루는 영역에서의 결과를 동일하게 나타낸 것이다. 이 결과들은 모두  $\alpha$ 를 1과 약간 다르게 하거나  $\Omega$ 를 1과 약간 다르게 하는 것이 감지부의 동적 응답 특성을 더 좋게 할 수 있음을 보여준다.

마지막으로 그림 12는  $\alpha$ 와  $\delta$ 가 이루는 영역에서의 회전 각속도가 있을 때의 동적응답을 보여 주고 있다. 그림에서  $\alpha$ 가 결정된다면  $\delta$ 의 증가에 비례하여 동적 응답  $\kappa_2$ 가 증가한다면 측정기로서 매우 좋은 특성을 가지는 것이므로  $\alpha$ 를 1과 1.05 사이에서 결정한다면  $\delta$ 가 0에서 0.01까지의 변화를 비교적 원만하게 감지할 수 있을 것으로 판단할 수 있다.

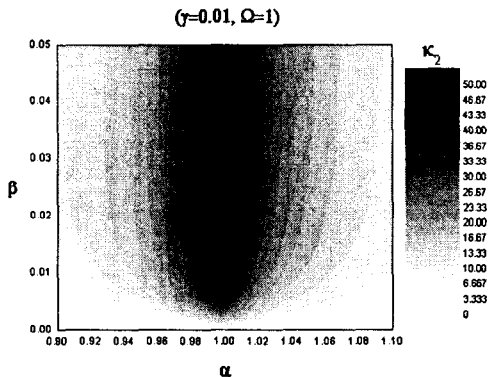


Fig.5 Magnitude of  $\kappa_2$  in  $\alpha - \beta$  plane without angular motion

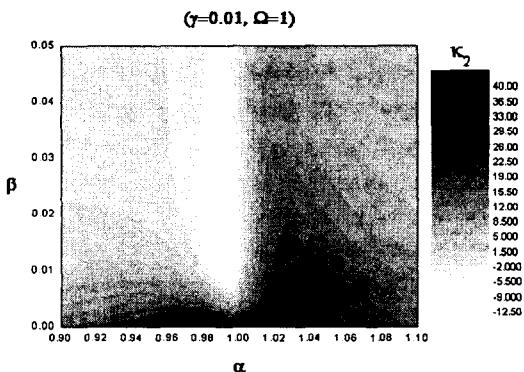


Fig.6 Difference of  $\kappa_2$  between angular motion output ( $\delta = 0.01$ ) and no angular motion output ( $\delta = 0$ ) in  $\alpha - \beta$  plane

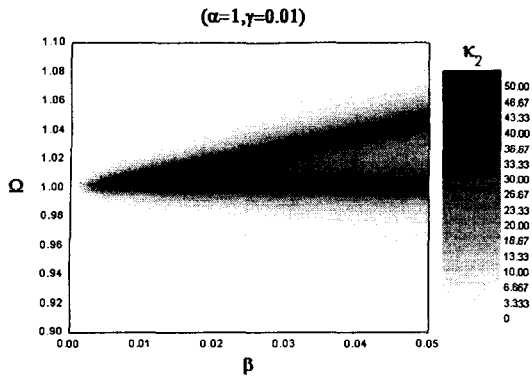


Fig.8 Magnitude of  $\kappa_2$  in  $\Omega-\beta$  plane without angular motion

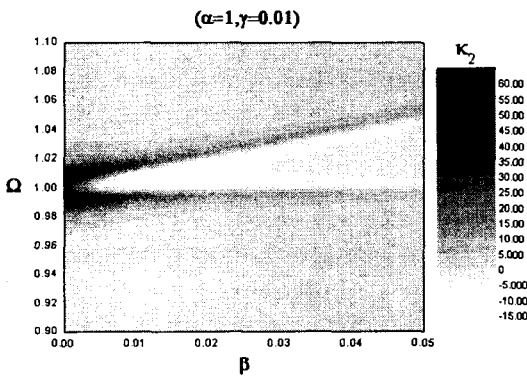


Fig.9 Difference of  $\kappa_2$  between angular motion output ( $\delta = 0.01$ ) and no angular motion output ( $\delta = 0$ ) in  $\Omega-\beta$  plane

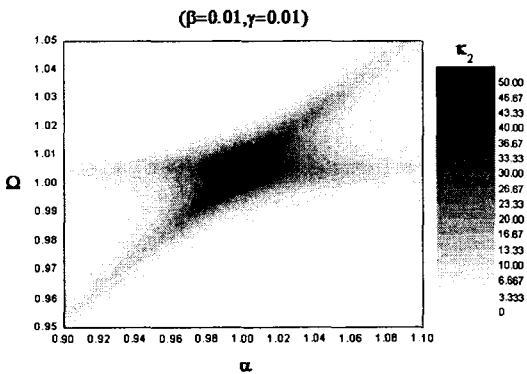


Fig.10 Magnitude of  $\kappa_2$  in  $\Omega-\alpha$  plane without angular motion

## 5. 결론

본 연구에서는 현재 가장 널리 사용되어지고 있는 진동형 MEMS 자이로스코프 모델에 대해 무차원 운동 방정식을 유도하였고, 그 동적 응답 특성에

영향을 미치는 매개변수들을 추출하였다. 이 모델을 이용하여 자이로스코프 감지부의 동적응답을 적절하게 할 수 있는 매개변수들을 찾기 위한 분석을 수행하였으며 이를 통해서 감지부와 구동부의 주파수 비, 감지부와 구동부의 연성정도, 구동 가진 주파수와 구동방향 고유진동수의 비, 그리고 적절한 측정 각속도 범위와 관련한 수치적 결과들을 도출하였다. 본 연구에서 제시된 분석 방법은 진동형 MEMS 자이로스코프를 설계하기 위한 설계 점을 찾는 데 있어 이전의 방법들보다 보다 체계적이고 효율적으로 접근할 수 있을 길을 제시한 것으로 판단된다.

## 후기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계신기술센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

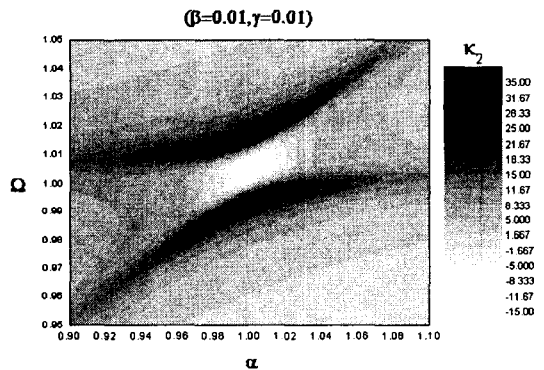


Fig.11 Difference of  $\kappa_2$  between angular motion output ( $\delta = 0.01$ ) and no angular motion output ( $\delta = 0$ ) in  $\Omega-\alpha$  plane

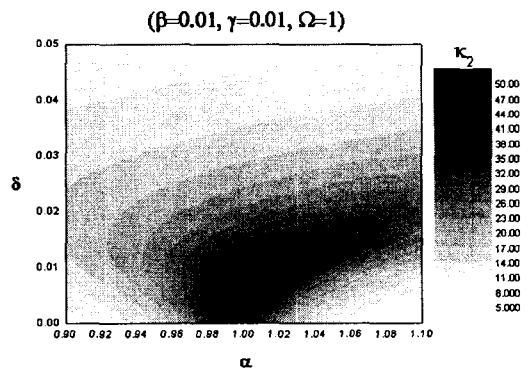


Fig.12 Magnitude of  $\kappa_2$  in  $\alpha-\delta$  plane

## 참고문헌

- (1) Jan Söderkvist , Micromachined gyroscope, *Sensor and Actuators A*, 43 (1994) , pp.65-71.
- (2) William A. Clark, Roger T. Howe, Roberto Horowitz, "Micromachined Z-Axis Vibratory Rate Gyroscope," in the Technical Digest of the Solid-State Sensor and Actuator Workshop, Hilton Head, South Carolina, June 2-6, 1996, pp.283-287.
- (3) M. Putty and K. Najafi, "A Micromachined Vibrating Ring Gyroscopoe," in the Technical Digest of the Solid-State Sensor and Actuator Workshop, June13-16, 1994, pp.213-220.
- (4) Thor Juneau, A.P. Pisano, James H. Smith, "Dual Axis Operation of a Micromachined Rate Gyroscope," *Transducers'97*, Vol.2, pp.883-886
- (5) W. Geiger, B. Folkmer, U.Sobe, H. Sandmaier, and W. Lang, "New Designs of Micromachined Vibrating Rate Gyroscope with Decoupled Oscillation Modes", *Transducers*, 1997, pp.1129-32
- (6) Moorthi Palaniapan, Roger T. Howe and John Yasaitis , Integrated Surfaced-Micromachined Z-axis Frame Microgyroscope, IEDM Conference, 2002,12
- (7) K. Maenaka, T. Fujita, Analysis of a highly sensitive silicon gyroscope with cantilever beam as vibrating mass, *Sensor and Actuators A*, 54(1996), pp.568-573
- (8) Jan Söderkvist, An equivalent circuit description of two coupled vibrations, *J. Acoust. Soc. Am.*, 90 (2) (1991), pp.693-699.
- (9) C. Pierre and E. H. Dowell, 1987. "Localization of vibrations by structural irregularity". *Journal of Sound and Vibration*, Vol.114, pp.549-564
- (10) J.Y. Kim and H.H. Yoo, 2001. "Dynamic Response Localization of Simple Periodic Structures Undertaking External Harmonic Forces.", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol.11, No.6, pp.175-180.