

# 압전 수중음향 센서의 동적해석 프로그램 개발

## Development of Software for Dynamic Analysis of Piezoelectric Underwater Transducers

최준화\*·김재환\*\*·조치영\*\*\*

Jun-Hwa Choi, Jaehwan Kim and Chee Young Joh

**Key Words :** FEM (유한요소법), Piezoelectric materials ( 압전재료), Tonpiliz Transducer (톤필즈 변환기), Transient analysis(과도 응답 해석)

### ABSTRACT

Piezoelectric under water acoustic transducer is a kind of device for under water detection working as not only an actuator but also a sensor. The technique that can predict acoustical characteristics of transducer is important for robust design of transducer in harsh underwater environment. This paper represents the development of software for analyzing dynamic characteristics of piezoelectric acoustic transducers based on finite element method. Modal and transient analysis module for acoustic transducers are developed

Two dimensional model for Tonpiliz transducer is used for the test of the developed modal and transient analysis modules, and comparison is made with a commercial code, ANSYS.

### 1. 서론

수중의 물체를 탐사 또는 탐지하는 방법은 음파를 이용하는 방법이 가장 효율적이다. 수중의 물체를 지향하여 음파를 방사하고 물체로부터 산란되는 음파를 정확히 측정함으로써 물체의 형상, 속도, 위치 등을 탐지하는 것이다. 음파탐지의 이러한 특성 때문에 수중음향 트랜스듀서는 작동기와 감지기로서의 특성이 모두 요구되는 것이다.

작동기로서의 음향 트랜스듀서는 음파의 방사형태압전 진동체의 공진주파수등이 중요한 변수이며, 트랜스듀서에서의 음향 산란(Acoustic Scattering)의 영향, 트랜스듀서의 전기적 응답 특성 RVS(Receiving Voltage Signal), 전기적 Admittance 등이 감지기의 민감도를 결정하는 요소이다.

이러한 복잡한 변수와 더불어 목적으로 하는 음향 신호 외에 환경적 요인에 의한 잡음 등으로부터 절연되고, 외부 충격으로부터 강건한 최적 구조체의 설계를 위해서는 전용 프로그램이 필요하다.

- 인하대학교 기계공학과 대학원
- .. 인하대학교 기계공학과
- E-mail : jaehwan@inha.ac.kr
- Tel : (032) 872-7925, Fax : (032) 868-1716

- \*\*\* 국방과학 연구소
- E-mail : cyjoh@sunam.kreonet.re.kr

유한요소법을 기반으로 하는 전용 프로그램(USAP; Underwater Sensor Analysis Program)의 개발은 다양한 인자를 필요로 하는 트랜스듀서 설계의 효율성을 높이고 설계된 트랜스듀서의 특성을 평가함으로써 트랜스듀서의 성능향상에 기여하기 위함이다.

본 연구는 압전-복합 구조체의 음향특성 해석을 위한 전용 프로그램 개발 과정의 일부로, 압전 수중음향 트랜스듀서의 모드 해석 및 과도 응답 해석을 다루고 있다. 과도응답해석에서는 모드 중첩법과  $\alpha$  법을 이용하여 가진이 힘이나 전압으로 작용했을 경우를 해석하였다.

Fig. 1 은 USAP 의 구조로서 다른 프로그램과 상호 연동을 나타낸다.

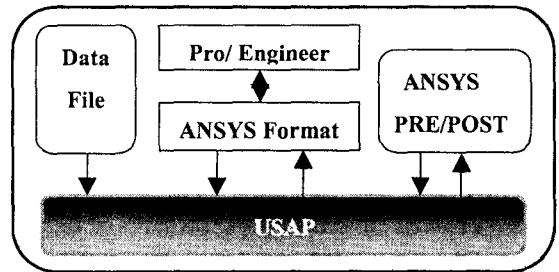


Fig. 1 Structure of Underwater Sensor Analysis

Program  
2. 이론

2.1 압전-복합 구조체의 유한요소 정식화

2.1.1 복합 구조체

복합 구조체는 Fig.2 와 같이 탄성계, 압전계, 유체계 등이 동시에 존재하는 구조체를 의미하며 각각의 계는 독립적으로 해석될 수 없다. 따라서, 복합 구조체를 해석하기 위해서는 유체-탄성계, 압전-탄성계의 경계면에서의 상호작용을 고려하여야 한다.

압전체를 지지하고 있는 탄성체는 트랜스듀서의 외형을 이루고 있으며 음향 창에서 유체를 따라 방사되며 산란체에 의해 산란된다. 유체영역은 수학적 모델링을 하기 위해 유한 유체영역과 무한 유체 영역으로 구분되며 무한 영역으로 입사된 음파는 가상의 경계면에서 산란되거나 반사되지 않는다.

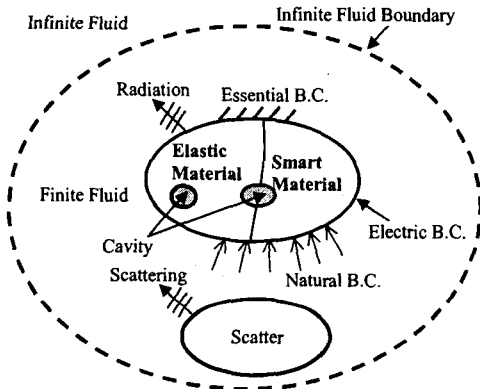


Fig. 2 A Schematic Diagram of Underwater Acoustic Transducer.

2.1.2 압전-탄성 연성계

압전체(Piezoelectric Material)는 수중음향 트랜스듀서의 가진 및 감지를 위한 핵심적인 부분이다. 압전체의 압전-탄성 연성계의 구성방정식은 식(1)와 같다 [1].

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \mathbf{C}^E \mathbf{S} - \mathbf{h}^T \mathbf{E} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{h} \mathbf{S} + \mathbf{b}^S \mathbf{E} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,

- T**: 응력 텐서      **D**: 전기적 변위
- S**: 변형률 텐서    **E**: 전기장
- h**: 압전응력 상수
- b<sup>S</sup>**: 일정한 변형률에서의 유전상수
- C<sup>E</sup>**: 일정 전기장 **E**에서 측정된 강성

**h<sup>T</sup>**: 압전응력 상수의 전치행렬

1Ghz 미만의 주파수 범위 내에서는 전기장은 준정적(Quasi Static)상태이며 자기장과 연성되지 않는다고 가정할 수 있으므로 전기장 **E** 와 전기 포텐셜  $\phi$  는  $\mathbf{E} = -\nabla\phi$  의 관계가 성립한다. 변위와 포텐셜을 절점에서의 값과 형상함수를 이용하여 식(2)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}} &= \bar{\mathbf{N}} \mathbf{u} \\ \hat{\phi} &= \mathbf{N}_\phi \Phi \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $\bar{\mathbf{N}}$ : 탄성체영역의 형상함수

$\mathbf{N}_\phi$ : 전기장의 형상함수

**u**: 절점에서의 변위

$\Phi$ : 절점에서의 전기적 포텐셜

최소에너지법을 이용하여 유한요소식을 유도하면 식(3)과 같다.[1],[2]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^T & \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Table 1. Matrix for Piezoelectric Structure Coupled System Matrix Discretization	
$\mathbf{M}_{uu} = \int \rho \bar{\mathbf{N}}^T \mathbf{N} dV$	The Kinematically Constant Mass Matrix
$\mathbf{K}_{uu} = \int \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{C}^E \bar{\mathbf{B}} dV$	The Elastic Stiffness Matrix
$\mathbf{K}_{u\phi} = \int \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{h}^T \mathbf{B}_\phi dV$	The Piezoelectric Coupling Matrix
$\mathbf{K}_{\phi\phi} = \int \mathbf{B}_\phi^T \mathbf{b}^S \mathbf{B}_\phi dV$	The Dielectric Stiffness Matrix
<b>F</b>	The Point Force
<b>Q</b>	The Point Charge

2.2 모드 해석 정식화

변위 **u** 가 조화함수라고 가정할 때 식(3)에서

식(4)가 유도된다.

$$\begin{pmatrix} -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^T & \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 전기장  $\Phi$  는 준정적 상태라고 가정하였으므로 응축(condensation)하여 제거할 수 있다. 따라서, 식(4)는 다음 식(5)와 같이 응축 된다.

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}^*) \mathbf{u} = \mathbf{F}^* \quad (5)$$

여기서,

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u}$$

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{Q} \quad (6)$$

모드 해석시 **F** 와 **Q** 를 0 으로 놓으면 식(7)이 된다



모드 해석 결과에서 생성된 모드 형상을 비교한 것이다. USAP 과 ANSYS 의 모드형상이 거의 비슷함을 확인할 수 있다.

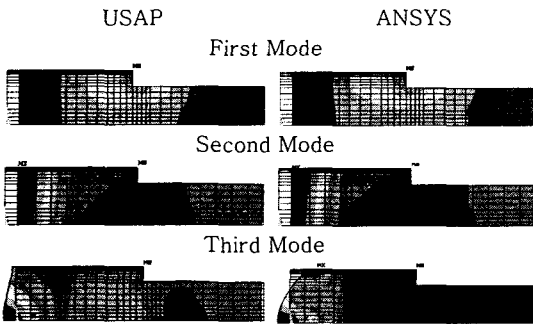


Fig. 4 Mode shape comparison (Short Circuit).

### 3.2.2 Open Circuit

Table 3 은 Open Circuit (Anti Resonance Circuit) 에서의 USAP 과 ANSYS 의 모달해석 결과 고유모드를 비교한 것이다. 1 차에서 5 차 모드 까지 7%이내의 상대오차를 보이고 있으며 상용 소프트웨어인 ANSYS 결과와 거의 일치함을 확인할 수 있다.

Table 3. Modal analysis result(open circuit).

Mode	USAP (Hz)	ANSYS (Hz)
1st	18688	18012
2nd	36880	37484
3rd	52406	52364
4th	53075	56998
5th	80945	82128

Fig. 5 는 Open Circuit 에서의 USAP 과 ANSYS 의 모드해석 결과에서 생성된 모드 형상을 비교한 것이다.

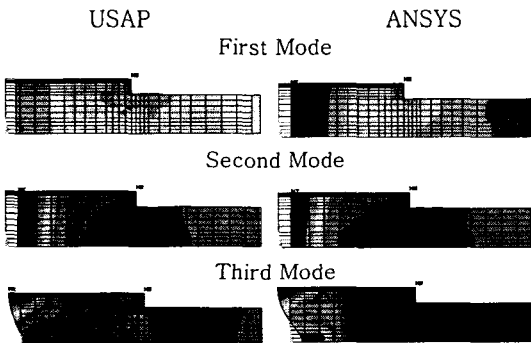


Fig. 5 Mode shape comparison (Open circuit).

### 3.3 과도 응답 해석

#### 3.3.1 2D 모델 및 경계조건

Fig. 6 과 같이 USAP 에서 과도응답 해석을 하기 위해 2D Tonpilz 트랜스듀서로 704 요소, 773 노드로 모델링하였으며 Fig. 7 은 경계 조건을 나타낸다.

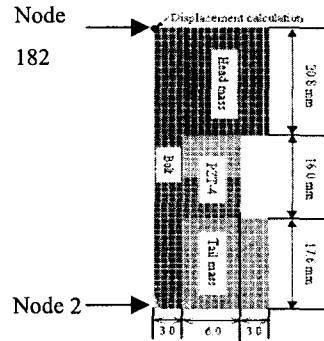


Fig. 6 2D Modeling of Tonpilz Transducer for Transient Analysis.

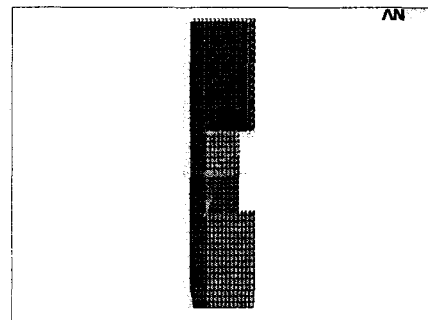


Fig. 7 Boundary Condition of 2D Tonpilz Transducer Model for transient analysis.

#### 3.3.2 모델의 과도응답 해석

Fig. 8 은 모드 중첩법과  $\alpha$  법을 이용해 과도응답 해석을 한 결과이다. 모드는 USAP 의 모드해석 결과를 사용하였다. 가진은 Head Mass 의 윗 표면의 각 노드에 100N 으로 시간이  $10^{-5} < t < 1.78125 \times 10^{-5}$  동안 가진 되며 이때 제일아랫면의 대칭축선상의 노드 번호 2 의 시간에 따른 y 방향 변위를 나타낸 것이다. Fig. 9 는 USAP 의 결과를 검증하기 위해 ANSYS 에서 해석한 결과이다. Fig. 8, Fig. 9 를 통해 USAP 과 ANSYS 의 변위값과 감쇄정도가 거의 일치함을 보였다.

Fig. 10 은 USAP 에서 먼저 모달 해석한 데이터를 이용해 두번째 과도응답 해석을 한 결과이다. 가진은

PZT 의 중간 전극에 100V 로 시간이  $10^{-5} < t < 1.78125 \times 10^{-5}$  동안 가진 되며 이때 제 일 윗면의 대칭축선상의 노드 번호 182 의 시간에 따른 y 방향 변위를 나타낸 것이다. Fig. 11 은 같은 가진으로 ANSYS 에서 해석한 결과이다. USAP 과 ANSYS 의 과도응답 해석 결과가 거의 비슷함을 보였다.

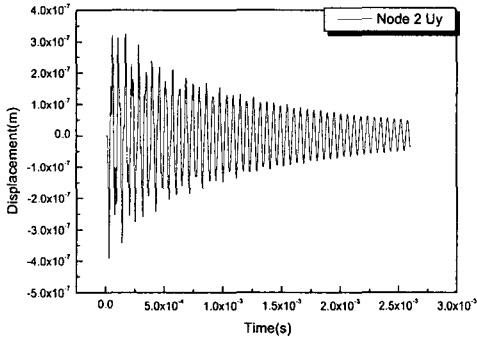


Fig. 8 Transient analysis result (100N, USAP).

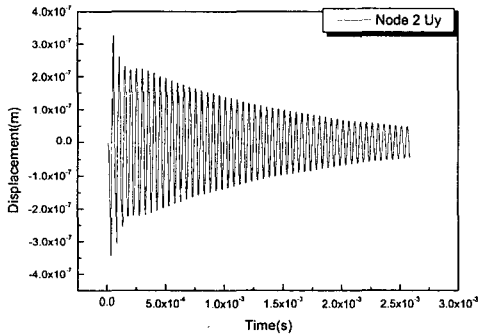


Fig. 9 Transient analysis result (100N, ANSYS).

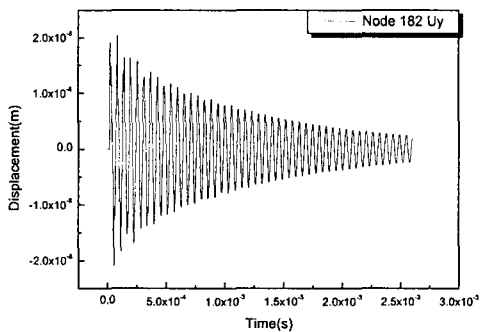


Fig. 10 Transient analysis result (100V, USAP).

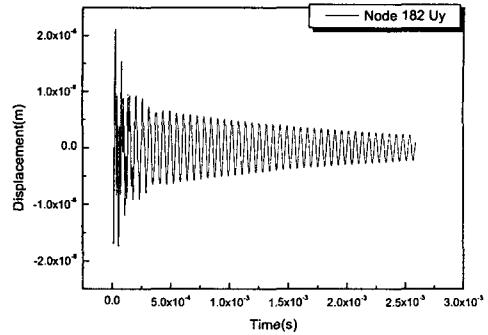


Fig. 11 Transient analysis result (100V, ANSYS).

## 5. 결론

유한요소법을 이용한 압전 수중음향 센서의 모드 해석 및 과도 응답 해석을 하였다.

압전 수중음향센서의 모드해석시 복소강성 행렬을 처리하도록 개발 하였으며 상용 프로그램인 Ansys 와의 비교에서 비교적 잘 일치하였다.

모드해석에서 얻은 고유벡터를 이용해 첫번째 모드 중첩법을 이용하여 과도 응답 해석을 수행하였으며 두번째 직접 적분법을 이용해 해석하였다. 상용 프로그램인 Ansys 와의 비교에서 거의 일치함을 확인하였다. 감쇄 행렬을 더 정확하게 추구할 수 있다면 좀 더 정확한 해를 얻을 수 있을 것이다.

앞으로 3 차원 모드 해석 및 과도 응답 해석을 할 수 있도록 확장하고 수학적 시뮬레이션에 의한 결과와 실험 결과를 비교하여 해석의 신뢰성을 확보할 계획이다.

## 후기

본 연구는 수중음향특화센터의 지원으로 수행된 과제 (UA32) 의 일부이며, 관계자 여러분께 감사를 드립니다.

## 참고 문헌

- [1] Young-Hun Lim, Vasundara V. Varadan, Vijay K. Varadan, 1996, Finite element modeling of the transient response of smart structures, Proceedings of SPIE--the international society for optical engineering, Vol. 2715, pp 233-243.
- [2] Tapani Makkonen, Antti Holapa, and Martti M. salomaa, 1998, Improvements in 2D FEM Modeling Software, IEEE, Ultrasonics Symp., pp. 935-938.
- [3] Young-Hun Lim, 1998, Closed Loop Finite Element

- Modeling and Simulation of smart structure, pp.32-54.
- [4] Feng-Bao Lin, Yung-Kuo Wang and Young S. Cho, 2003, A Pseudo-force iterative method with separate scale factor dynamic analysis of structures with non-proportional damping, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 32, pp. 329-337.
- [5] Thomas J.R. Hughes, 2000, *The finite element method, linear static and dynamic finite element*, Dover publication, INC., Mineola, NewYork.
- [6] Y.-W. Kim, Y.-S. Lee, 2002, Transient analysis of ring-stiffened composite cylindrical shells with both edges clamped, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.252, No.1, pp. 1-17.