

최적 단면 치수를 가지는 복합재료 중공 빔의 설계 Design of Cylindrical Composite Shell for Optimal Dimensions

최 용 진* 전 흥 재** 박 혁 성***
Choi, Yong-Jin Chun, Heong-Jae Park, Hyuk-Sung

ABSTRACT

In this study, a problem formulation and solution for design optimization of laminate composite cylindrical beam section is presented. The objective of this research is to determine the optimal dimension of the laminated composite cylindrical beam sections which has the equivalent flexural rigidities to those of the steel cylindrical beam sections. The analytical model is based on the laminate theory and accounts for the material coupling for arbitrary laminate stacking sequence configuration. The outer diameter and thickness of the beam are design variables. The solutions described are found using a global search algorithm, Genetic Algorithms (GA).

1. 서론

두 가지 이상의 재료를 조합 성형하여 단독재료로서는 가질 수 없는 높은 비강성, 비강도 등의 우수한 재료 특성을 가지는 복합재료는 산업분야가 다양해지고 경량화를 요구함에 따라 우주·항공 방위산업, 자동차, 스포츠 등의 여러 분야에 종래의 금속재료를 대신하여 많이 사용되어지고 있으며 이러한 복합재료 중 섬유강화 복합재료는 적층판의 두께와 섬유의 각도 그리고 적층 순서를 결정할 수 있는 이방성 재료의 특성을 갖고 있으므로 설계자의 요구조건에 적합한 특성을 갖도록 구조요소를 설계할 수 있는 장점을 가지고 있다.⁽¹⁾

본 연구에서는 휠체어용 구조물 및 일반 구조용 강관을 대체할 수 있는 원통형 복합재료 보를 설계하는 것을 주요 연구내용으로 설정하여 휠체어에 일반적으로 사용되어 지는 원통형 철제 보와 같은 크기의 굽힘 강성을 갖도록 원통형 복합재료 보의 최적의 단면 치수를 결정한다. 이러한 최적의 단면 치수의 결정은 공학적 관점에서 기존의 원통형 철제 보의 구조재료를 대체하기 위한 보의 굽힘 강성, 축방향 강성, 비틀림 강성 등을 얻을 수 있으며, 또한 휠체어 구조물 자체의 경량화를 실현할 수 있게 된다. 따라서 이러한 휠체어 구조용 원통형 보의 설계를 위해서는 최적설계 기법이 필요하며 설계변수들의 최적의 전역해(Global Solution)를 구하는데 유리하고 유전적 계승과 생존 경쟁이라는 자연현상을 알고리즘 형태로 모델링한 유전자 알고리즘 (Genetic Algorithm)을 이용하여 최적화를 수행하였다. 또한 제약 조건을 가지는 문제에 유리한 장점을 지닌 실수형 유전자 알고리즘 모델을 적용하여 설계변수들의 최적값을 결정할 수 있도록 하였다.⁽²⁾

* 연세대학교 기계공학과

** 연세대학교 기계공학부

*** (주) 휴모봇

2. 이론 및 해석

2. 1. 복합재료 Shell 이론

본 연구에서는 그림 1과 같이 상호 연관된 2개의 좌표계가 사용되어 지고 있다. 첫째, 빔의 단면이 y 축과 z 축으로 이루어져 있으며, x 축이 빔의 길이 방향인 (x, y, z) 직각 좌표계 이다. 또한 Shell의 곡부 좌표계를 표현하는 (x, s, r) 좌표계는 다음과 같이 표현되어 진다. 첫째, 보의 길이 방향 좌표계인 x 좌표계, Shell의 원주 방향을 따라 형성되는 s 좌표계, 그리고 Shell의 반경을 따라서 형성되는 r 좌표계이다. 그리고 그림 1에서 보여지는 원통형 Shell을 정의하는 변수들은 기준면 곡률의 반지름을 나타내는 R , Shell의 두께를 표시하는 H , 그리고 보의 길이를 나타내는 L 로 구성되어 진다.⁽³⁾

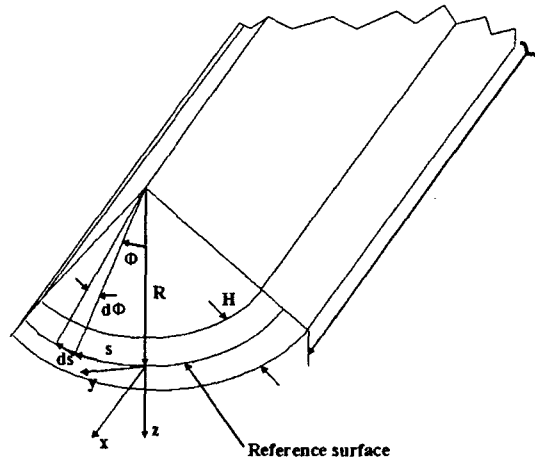


그림 1. 원통형 Shell의 좌표계와 변수

그런데 원통형 Shell의 R 은 일정하고, 박벽으로 나타낼 수 있으므로 두께방향 z 가 곡률 반경에 비하여 작으므로 $\frac{z}{R}$ 과 $\frac{H}{R}$ 은 무시할 수 있다. 따라서 원통형 Shell의 좌표계 (x, s, z) 에 대한 변위를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u(x, s, z) &= u^{\circ}(x, s) - z \frac{w^{\circ}(x, s) \partial w^{\circ}(x, s)}{\partial x} \\ v(x, s, z) &= v^{\circ}(x, s) - z \frac{w^{\circ}(x, s) \partial w^{\circ}(x, s)}{\partial s} \\ w(x, s, z) &= w^{\circ}(x, s) \end{aligned} \quad (1)$$

u, v, w 는 각각 원통형 좌표계 x, s, z 방향의 변위를 나타내고, $u^{\circ}, v^{\circ}, w^{\circ}$ 는 각각 기준면에서의 원통형 좌표계 x, s, z 방향의 변위를 나타낸다.

그리고 원통형 좌표계에 따르는 변형율을 나타내면 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x(x, s, z) &= \frac{\partial u^{\circ}(x, s)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w^{\circ}(x, s)}{\partial x^2} = \epsilon_x^{\circ}(x, s, z) + z \kappa_x^{\circ}(x, s) \\ \epsilon_s(x, s, z) &= \frac{\partial v^{\circ}(x, s)}{\partial s} + \frac{w^{\circ}(x, s)}{R} - z \frac{\partial^2 w^{\circ}(x, s)}{\partial x^2} = \epsilon_s^{\circ}(x, s, z) + z \kappa_s^{\circ}(x, s) \end{aligned}$$

$$\varepsilon_z(x, s, z) = \frac{\partial w^\circ(x, s)}{\partial z} = 0$$

$$\gamma_{sz}(x, s, z) = -\frac{1}{R}(v^\circ(x, s) - \frac{\partial w^\circ(x, s)}{\partial z}) = 0 \quad (2)$$

$$\gamma_{xz}(x, s, z) = \frac{\partial w^\circ(x, s)}{\partial x} - \frac{\partial u(x, s)}{\partial z} = 0$$

$$\gamma_{xs}(x, s, z) = \frac{\partial v^\circ(x, s)}{\partial x} + \frac{\partial u^\circ(x, s)}{\partial s} - z \frac{\partial^2 w^\circ(x, s)}{\partial x \partial s} = \gamma_{xs}^\circ(x, s) + z \chi_{xs}^\circ(x, s)$$

여기서 $\varepsilon_x, \varepsilon_s, \gamma_{sz}, \gamma_{xs}, \gamma_{xz}$ 는 각각 x, s, z 에 대한 변형율을 나타내고 $\varepsilon_x^\circ, \varepsilon_s^\circ, \gamma_{sz}^\circ, \gamma_{xs}^\circ, \gamma_{xz}^\circ, \chi_x^\circ, \chi_s^\circ, \chi_{sz}^\circ$ 는 기준면에서의 x, s, z 에 대한 변형율과 곡률을 나타낸다.

복합재료 적층 Shell의 k 번째 응력-변형률 관계는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_s \\ \tau_{xs} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_s \\ \gamma_{xs} \end{Bmatrix}_k \quad (3)$$

윗 식에서 \overline{Q}_{ij} 는 축소된 강성행렬을 나타낸다.⁽⁴⁾

다시 식(2)를 식 (3)에 대입하여 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_s \\ \tau_{xs} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^\circ + z \chi_x^\circ \\ \varepsilon_s^\circ + z \chi_s^\circ \\ \gamma_{xs}^\circ + z \chi_{xs}^\circ \end{Bmatrix}_k \quad (4)$$

원통형 보의 단면적 A 에 대하여 적분된 x, s, z 방향의 힘과 모멘트는 다음과 같이 표현되어 진다.

$$\begin{aligned} N_x &= \int_A \sigma_x ds dz \\ N_s &= \int_A \sigma_s ds dz \\ N_{xs} &= \int_A \tau_{xs} ds dz \\ M_x &= \int_A z \sigma_x ds dz \\ M_s &= \int_A z \sigma_s ds dz \\ M_{xs} &= \int_A z \tau_{xs} ds dz \end{aligned} \quad (5)$$

결과적으로 복합재료 원통형 보에서의 구성 방정식은 다음과 같이 나타내어 진다.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_s \\ N_{xs} \\ M_x \\ M_s \\ M_{xs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ & & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ & & & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ & & & & K_{55} & K_{56} \\ sym & & & & & K_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^\circ \\ \varepsilon_s^\circ \\ \gamma_{xs}^\circ \\ \chi_x^\circ \\ \chi_s^\circ \\ \chi_{xs}^\circ \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서 K_{ij} 는 복합재료 원통형 보의 강성을 나타내며, 복합재료의 축방향 강성 $(EA)_c$, s 축에 대한 굽힘 강성 $(EI_s)_c$, 비틀림 강성 $(GJ)_c$ 는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$(EA)_c = K_{11} = \int_s A_{11} ds$$

$$(EI_s)_c = K_{55} = \int_s D_{22} ds \quad (7)$$

$$(GJ)_c = 4K_{66} = 4 \int_s D_{66} ds$$

여기서 A_{ij} , B_{ij} , D_{ij} 는 각각 축방향, 굽힘, 비틀림 강성을 나타내며 다음과 같이 정의 된다.⁽⁵⁾

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int \overline{Q}_{ij}(1, z, z^2) dz \quad (8)$$

2. 2. 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘은 생물진화 원리로부터 착안된 알고리즘으로 확률적 탐색이나 학습 및 최적화를 위한 한 가지 기법이라고 할 수 있으며, 해공간을 확률적으로 탐색함과 동시에 개체간의 체계적 정보교환을 통하여 주위 환경에 가장 적절한 해를 구하게 된다. 이러한 유전자 알고리즘에서 집단은 다수의 염색체로 형성되고 염색체는 문제공간 상의 한 점(잠정적인 해)을 대표하게 되며 집단을 유지함으로써 여러 방향으로 탐색을 추구하게 된다. 흔히 염색체들은 유전자의 역할을 반영하도록 비트 스트링 형태로 표현된다.

유전자 알고리즘의 해공간 탐색 과정은 먼저 초기 집단이 형성되고 염색체들의 강점과 약점이 적합도 항목으로 평가된다. 이 때 각 염색체는 복호화 되어 목적함수를 제공하고 이로부터 적합도가 계산된다. 재생산은 적합도값에 따라 더 적합한 개체들을 선택하여 다음 세대의 집단을 형성하고, 교배는 개체들 사이의 정보교환이 가능하게 하며, 돌연변이는 유전자를 임의로 변경하여 집단에 변화를 도입한다. 이와 같이 한 세대동안 재생산, 교배, 돌연변이를 거치면서 새롭게 형성된 집단은 다시 평가되고 앞서 수행한 일련의 연산과정은 최적의 해가 발견될 때까지 반복된다.

그림 2는 유전자 알고리즘의 체계도를 나타내고 있다. 본 연구에서는 제약조건이 포함되는 최적화 문제를 해결하는데 적합한 실수형 유전자 알고리즘(Real-coded Genetic Algorithm)을 사용하였으며, 제약조건은 벌점함수(Penalty Function)를 적용하여 처리하였다.

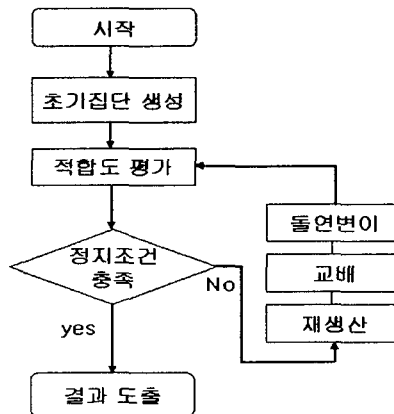


그림 2. 유전자 알고리즘의 체계도

2. 3. 문제의 설정

원통형 복합재료 보는 $[0^\circ / 45^\circ / 90^\circ / -45^\circ]_m$ 의 적층구조를 가지고 있으며 두께는 원주방향으로 일정하다. 그리고 그림 3에 나타나 있는 원통형 복합재료 보에서 두께(t)와 외경(D)를 설계변수로 설정하였으며 표 2에 나타나 있는 규격의 원통형 철제 보와 같은 굽힘 강성을 갖도록 설계하였다. 제약조건은 복합재료 보의 외경이 두께의 여섯 배가 넘지 않도록 설정하여 최적화를 수행하였다.

다음은 목적함수와 제약조건을 표현한다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && \frac{|(EI_s)_c - (EI_s)_s|}{EI_s} \\ & \text{subject to} && (GJ)_c \geq (GJ)_s \\ & && D \geq 6t \\ & && D, t \geq 0 \end{aligned}$$

여기서 아래첨자 s 는 Steel의 값을 나타내며 c 는 복합재료의 값을 나타낸다.

설계에 적용된 재료의 물성치는 아래 표 1과 같다.

표 1. 재료의 물성치

재료의 물성	Modulus (GPa)	Shear Modulus (GPa)	Poisson's ratio	Density (g/m ³)
Steel	210	80.8	0.3	7830
S-glass / Epoxy	43 (Longitudinal) 8.9 (Transverse)	4.5(In-plane)	0.27 (Major) 0.06 (Minor)	2000

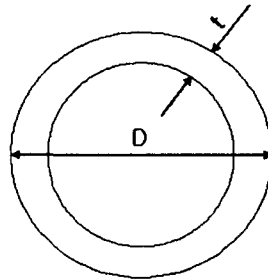
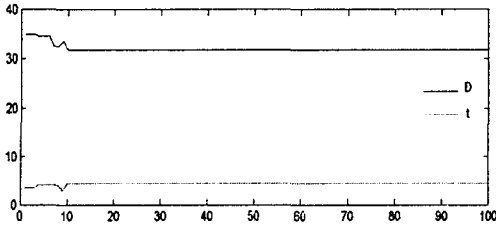


그림 3. 원통형 복합재료 보의 단면 형상

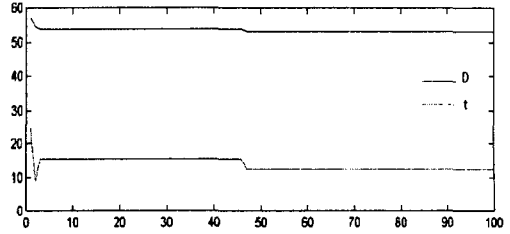
3. 결과 및 고찰

실수형 유전 알고리즘은 초기 집단은 설계변수의 상·하한 값 내에서 무작위로 개체를 생성하여 반복 함으로써 최적화를 수행한다. 그림 4는 세대변화에 따른 각 설계변수의 변화를 표 2에서 나타낸 치수에 따라 나타내고 있으며, 각 세대의 증가에 따라 일정한 값으로 수렴하는 것을 확인할 수 있다.

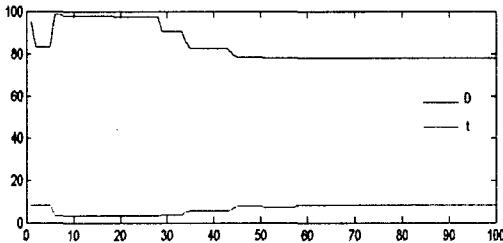
최종 설계변수의 단면 형상과 그에 따르는 원통형 복합재료 보와 철제 보의 굽힘 강성, 비틀림 강성의 값을 비교하여 표 3에 나타내었다.



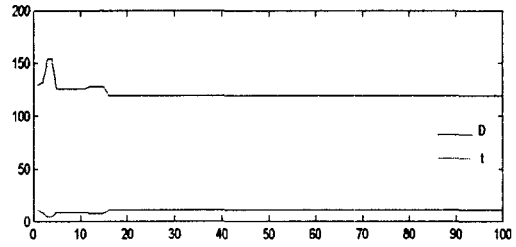
(a)외경 24mm 두께 2mm 철제 보에 대한 최적화 결과값



(b)외경 48mm 두께 3mm 철제 보에 대한 최적화 결과값



(a)외경 60mm 두께 4mm 철제 보에 대한 최적화 결과값



(b)외경 101mm 두께 4mm 철제 보에 대한 최적화 결과값

그림 4. 원통형 복합재료 보의 세대에 따른 설계변수의 변화

표 3. 원통형 철제 보와 복합재료 보의 비교

외경 (D) (mm)	두께 (t) (mm)	외경 (D) (mm)	두께 (t) (mm)	D/t	EI ($10^7 Pa \cdot m^4$)		GJ ($10^7 Pa \cdot m^4$)		경량화 효과 (%)
					Steel	복합재료	Steel	복합재료	
24	31.1	2	6.6	5	1.77×10^6	1.77×10^6	1.36×10^6	2.57×10^6	15
48	60.7	3	9.24	7	2.26×10^7	2.26×10^7	1.74×10^7	3.29×10^7	39
60	78.1	4	10.56	8	5.82×10^7	5.82×10^7	4.47×10^7	8.47×10^7	19
101	119.6	4	14.52	10	3.01×10^8	3.01×10^8	2.32×10^8	4.38×10^8	45

결과에서 원통형 복합재료 보의 굽힘 강성은 원통형 철제 보와 비교하여 볼 때 비틀림 강성에 대하여 동일한 값을 보이는 것을 알 수 있으며 이러한 굽힘 강성의 차이로 인하여 동일한 굽힘 강성을 갖는 원통형 복합재료 보의 단면치수는 증가함을 알 수 있다. 또한 원통형 철제 보에 비하여 총중량 면에서 15~45%의 경량화 효과를 확인할 수 있다.

4. 결론

앞에서 얻은 결과를 통하여 동일한 보 이론을 통하여 원통형 철제 보를 대체할 수 있는 원통형 복합재료 보의 굽힘 강성을 수치적으로 계산하였으며 유전자 알고리즘을 이용하여 원통형 철제 보의 굽힘 강성과 차

이가 적은 원통형 복합재료 보의 단면 형상 치수를 설계하였다. 원통형 복합재료 보가 철재 보와 동일한 굽힘 강성을 가지기 위해서는 복합재료 보의 단면치수의 증가를 알 수 있으나, 재료의 밀도가 원통형 철재 보에 비하여 복합재료는 낮은 밀도를 가지므로 결과적으로 볼 때 동일한 굽힘 강성을 갖는 복합재료 보의 총 중량은 비교적 낮은 값을 갖게 된다.

5. 후기

본 연구는 2002년도 서울지방중소기업청 산·학·연 공동기술개발 컨소시엄사업에서 수행된 연구 결과임.

참고문헌

1. I.M.Daniel and O.Ishai, *Engineering mechanics of composite materials*, Oxford University Press, 1994.
2. M.Gen and R.Cheng, *Genetic algorithm and engineering design*, John Willey & Sons.
3. K.Y.Lam., C.T.Loy., "Influence of boundary conditions and fibre orientation on the natural frequencies of thin orthotropic laminated cylindrical shells", *Composite Structures*, Vol.31, 1995, pp. 21~30.
4. J.M.Whitney., *Structural analysis of laminated anisotropic plates*, Technomic Publishing Company, Pennsylvania, 1993.
5. X.Wu., C.T.Sun., "Simplified theory for composite thin-walled beams", *AIAA Journal*, Vol.30, No.12, 1992, pp. 2945~2951.
6. M.W.Hyer., "Laminated plate and shell theory", *Comprehensive composite materials*, Vol.1, No.1.17, pp. 479~510.
7. J.R.Vinson., "*Composite shell structures and their behavior*", NASA CP-1998-206280, 1998.