

# 지진동의 입력에너지에 대한 위상각 차이의 영향

## Influence of Phase Angle Characteristics to Energy Input of Earthquake Ground Motions

우운택\*\*      박태원\*\*\*      정란\*  
Woo, Woon-Taek   Park, Tae-Won   Chung, Lan

### ABSTRACT

The characteristics of harmonic phase angles and phase angle differences contained in earthquake ground motions such as El Centro 1940 NS, Taft1 1952 NS, Hachinohe 1968 NS and Mexico 1985 are figured, which have been mostly overlooked in contrast with the importance placed on harmonic amplitudes. And, energy input spectrum of structures excited by such an earthquake motion is expressed with smoothed Fourier amplitude spectrum. In dynamic response analysis, there must be earthquake ground accelerations which contain the phase angle, the phase angle difference and energy input spectrum characteristics of the zone considered to be constructed building structures.

To make clear the importance of phase angle differences, 4-earthquake ground motions are normalized by 200 gal and energy input spectrum characteristics of normalized 4-earthquake ground motions are compared.

### 1. 서론

지진하중은 구조물의 동적응답으로서 받아들여지는 하중이기 때문에, 지진입력 가속도뿐만 아니라 구조물의 동적특성에도 지배되는 하중이다. 지진하중은 다른 하중, 예를 들어 고정하중, 적재하중, 설하중, 풍하중 등과 같이 구조특성에 관계없이 정해지는 하중과는 전혀 다른 하중이라고 하는 것이 일반적인 인식이다. 구조물의 동적특성이란, 고유주기, 감쇠율, 항복전단력계수, 복원력 특성 등을 말하고, 지진입력 가속도의 불확정성과 더불어 복잡하게 관계하고 있는 것이 설계용지진하중 결정을 곤란하게 하고 있다고 생각되고 있다.

그래서 지진하중을 일반적으로 사용되고 있는 가속도응답스펙트럼이 아닌 에너지입력 스펙트럼으로 표현하면, 이러한 곤란을 극복할 수 있다는 견해가 있다. 이것은 지진동에 의한 구조물체의 총에너지 입력을 속도로 환산한 것의 스펙트럼 (이하 에너지 환산 속도응답스펙트럼 혹은  $V_E$  스펙트럼이라 한다)은 구조물의 탄성고유주기만으로 결정되고, 그 이외의 구조특성에는 거의 의존하지 않는 매우 안정된 양이 된다고 하는 응답해석결과에 기초하고 있기 때문이다.

또한 에너지 환산 속도응답 스펙트럼이 이와 같이 안정된 양인 것은, 이것이 입력지진동가속도의 푸리에 진폭 스펙트럼 (이하  $|F|$  스펙트럼으로 표기한다)을 평활화하여 얻어지는 스펙트럼과 일치하는 경향이 있기 때문이다.  $V_E$  스펙트럼은 구조물의 응답 결과로서 얻어지는 것이므로 구조물의 동적특성 영향을 받아, 구

\* 정희원 · 단국대학교 건축공학과 교수

\*\* 단국대학교 건축공학과 조빙교수

\*\*\* 단국대학교 대학원 박사과정

조물이라고 하는 필터를 통해서 출력된 것이다. 한편  $|F|$  스펙트럼은 지진 가속도 자체의 특성이고, 구조물과는 무관하게 정해지는 것이다.  $V_E$  와  $|F|$  에 명료한 대응관계가 있다면, 지진하중을 다른 하중과 마찬가지로 구조특성과는 무관하게 지진입력 가속도만으로 정할 수 있고, 설계의 관점에서는 매우 좋다고 말할 수 있다.

그래서, 본 연구는 내진설계시에 많이 이용되고 있는 지진동가속도의 특성과 에너지 환산 속도응답 스펙트럼과 지진가속도의 푸리에 진폭 스펙트럼과의 관계를 검토하고, 에너지 환산 속도응답 스펙트럼의 설계하중 표현으로서의 타당성을 검토하였다.

## 2. 입력지진동의 특성

입력지진동 가속도의 에너지입력 특성을 검토하기 위해서 표1에 나타낸 4개의 지진동 가속도 기록을 이용하였다. 표1의 Housner 스펙트럼 세기 중 (1)은 기존의 지진가속도를 그대로 이용하여 구한 값이고, (2)는 최대 가속도값을 200 gal로 조정하여 구한 값이다.

| 지진종류              | 최대값(gal) | 지속시간(sec) | 시간간격(sec) | (1)Housner 스펙트럼 세기 | (2)Housner 스펙트럼 세기 |
|-------------------|----------|-----------|-----------|--------------------|--------------------|
| EL CENTRO 1940 NS | 349.42   | 20.48     | 0.02      | 155.64             | 89.09              |
| TAFT 1952 NS      | 148.78   | 20.48     | 0.02      | 76.74              | 103.85             |
| HACHINOHE 1968 NS | 221.72   | 20.48     | 0.02      | 113.81             | 102.66             |
| MEXICO 1985       | 154.84   | 20.48     | 0.02      | 92.18              | 119.06             |

표 1 지진동 가속도 특성

이와 같은 지진동 가속도는 이산 시각력으로서 (1)식과 같이 유한 푸리에 급수로서 나타낼 수 있다.

$$f(t) = \sum_{k=0}^n (A_k \cos k\omega_0 t + B_k \sin k\omega_0 t) = \sum_{k=0}^n X_k \cos(\omega_k t + \phi_k) \quad (1)$$

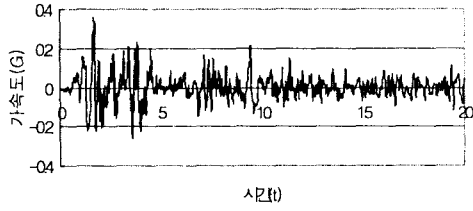
$$X_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}, \quad \phi_k = \arctan(-B_k/A_k)$$

여기서  $X_k = k$  차 푸리에 진폭,  $\phi_k = k$  차 푸리에 위상각,  $\omega_k = k$  차 원진동수,  $n = T_d/(2\Delta t)$ ,  $T_d =$  시각력 길이,  $\Delta t =$  시각력에서 시간 증분이다.

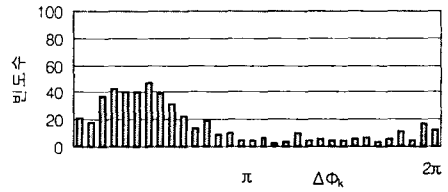
두 개의 연속적인 진동수에 대한 푸리에 위상각의 차이는

$$\Delta\phi_k = \phi_{k+1} - \phi_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (2)$$

로서 위상각 차이라 부른다. 여기서  $\Delta\phi_k$  는  $\phi_k$  부터  $\phi_{k+1}$  까지 시계방향으로 측정하는 것으로 하며, 0에서  $-2\pi$  사이에서의 값을 갖게 된다. 각 지진동 가속도의 위상각 차이 특성을 그림1~그림4에 나타냈다.

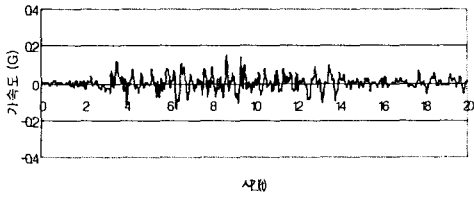


(a) 가속도 파형

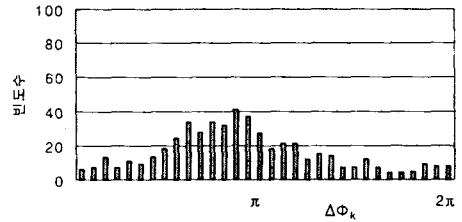


(a) 위상각 차이

그림 2 EI CENTRO 1940 NS

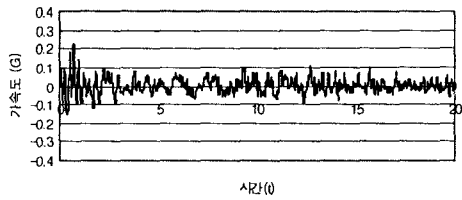


(a)가속도 파형

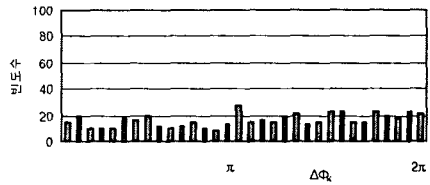


(b) 위상각 차이

그림 2 TAFT 1952 NS

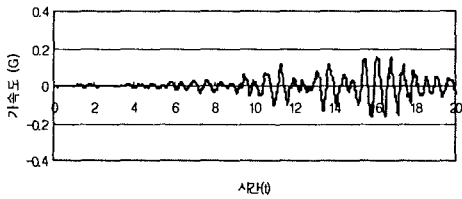


(a) 가속도 파형

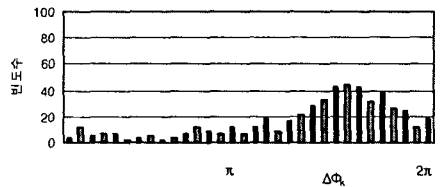


(b) 위상각 차이

그림 6 HACHINOHE 1968 NS



(a) 가속도 파형



(b) 위상각 차이

그림 4 MEXICO 1985

### 3. 비감쇠 탄성 1질점계의 $V_E$ 와 $|F|$ 관계

감쇠가 없는 탄성 1질점계의  $V_E$  스펙트럼과  $|F|$  스펙트럼은 완전히 일치한다고 하는 것이 알려져 있다. 여기서 지진동가속도  $\ddot{x}_g(t)$ 의 푸리에 진폭 스펙트럼은 다음과 같이 정의된다.

$$|F(\omega)| = \left| \int_0^{t_0} \ddot{x}_g(t) e^{i\omega t} dt \right| \quad (3)$$

여기서  $t_0$ : 지진동의 계속시간

$\omega$ : 원진동수

위식의 우변을 전개하면

$$|F(\omega)| = \sqrt{\left( \int_0^{t_0} \ddot{x}_g(t) \cos \omega t dt \right)^2 + \left( \int_0^{t_0} \ddot{x}_g(t) \sin \omega t dt \right)^2} \quad (4)$$

또한 비감쇠 탄성 1질점계의 강제진동방정식은

$$m\ddot{x} + m\bar{\omega}^2 x = -m\ddot{x}_g \quad (5)$$

여기서  $m$ : 질량

$x$ : 상대변위

$\bar{\omega}$ : 고유원진동수 ( $\sqrt{k/m}$ )

$k$ : 탄성계수

$\ddot{x}_g$ : 지진동입력가속도

지진 종료까지 계에 입력되는 에너지는 (5)식의 우변을 변위  $x$ 에 관하여 적분한 것이므로,  $dx = \dot{x} dt$ 로부터

$$E = \int_0^{t_0} m\ddot{x} \dot{x} dt + \int_0^{t_0} m\bar{\omega}^2 x \dot{x} dt \quad (6)$$

지진동의 입력개시 시간  $t=0$ 에서의 초기조건  $x(0) = \dot{x}(0) = 0$ 로부터, 위 식은 다음과 같이 된다.

$$E = \frac{1}{2} m \dot{x}(t_0)^2 + \frac{1}{2} m \bar{\omega}^2 x(t_0)^2 \quad (7)$$

(7)식은  $E$ 가 지진 종료시의 계가 보유하는 운동에너지와 탄성에너지의 합으로 되는 것을 나타내고 있다. 지진 종료시의 상대변위와 상대속도에 관한 Duhamel 적분해를 (7)식에 대입하여 정리하면,

$$E = \frac{1}{2} m \left( \int_0^{t_0} \ddot{x}_g(t) \cos \bar{\omega} t dt \right)^2 + \frac{1}{2} m \left( \int_0^{t_0} \dot{x}_g(t) \sin \bar{\omega} t dt \right)^2 \quad (8)$$

에너지 환산 속도응답스펙트럼은 (6)식으로부터 계산되고, 다음과 같이 정의된다.

$$V_E = \sqrt{\frac{2E}{m}} \quad (9)$$

여기에 (8)식을 대입하면

$$V_E = \sqrt{\left( \int_0^{t_0} \ddot{x}_g(t) \cos \bar{\omega} t dt \right)^2 + \left( \int_0^{t_0} \dot{x}_g(t) \sin \bar{\omega} t dt \right)^2} \quad (10)$$

(4), (10)식으로부터 입력 지진가속도의 원진동수와 구조물의 고유원진동수가 같으면, 즉  $\omega = \bar{\omega}$  일 때 다음의 (11)식이 성립한다.

$$V_E = |F| \quad (11)$$

이 두 개의 스펙트럼 횡좌표를 각각 주기로 그린 경우,  $V_E$  스펙트럼의 횡축은 진동계의 고유주기  $\bar{T} = 2\pi/\bar{\omega}$ 이고,  $|F|$  스펙트럼의 횡축은 지진가속도파에 포함된 조화파 성분의 주기  $T = 2\pi/\omega$ 이므로, 양자는 기본적으로 다른 것이지만, 그럼에도 불구하고  $T = \bar{T}$ 로서 두 개의 그래프를 겹치면 양 스펙트럼이 일치한다.

이것은 구조물에의 입력에너지는 지진동 중에서 구조물과 같은 주기의 파를 골라, 그 파의 진폭에 지배된다고 하는 것을 의미하고 있고, 이것은 田治見(타지미)가 지적한 선택공진과 같다. 시간영역에서 정의되는 입력가속도는 주파수영역에서 정의되는 푸리에 진폭 스펙트럼과 푸리에 위상 스펙트럼의 쌍으로 1대1 대응하고 있다. 그럼에도 불구하고 푸리에 위상 스펙트럼은 입력에너지와 무관함을 (11)식은 나타내고 있다. 푸리에 진폭 스펙트럼이 같아도 푸리에 위상 스펙트럼이 다르고, 가속도 피크 및 그 출현 시각은 다르다. 그러나 이와 같은 가속도파형의 스파이크는 입력에너지와 이론적인 상관은 없는 것을 알 수 있다.

이상으로부터 유추할 수 있는 것은 진동 중에 구조물의 주기가 감쇠 및 소성화에 따라 변동하는 경우, 각각의 주기에 대응하는 파를 시시각각 선택하면서 에너지가 입력될 것이라고 하는 것이

다. 또한 (7)식에서 알 수 있는 것처럼, 총에너지 입력은 지진종료시의 계의 에너지와 같으므로 비감쇠 탄성계의  $V_E$  스펙트럼은 잔류속도스펙트럼과 같다. 따라서 비감쇠 탄성계의 상대속도응답 스펙트럼을  $S_V$ 로 하면,  $S_V \geq V_E$ 의 관계가 있다. 그러나  $S_V$ 와  $V_E$ 는 세부적으로 차이가 있지만 스펙트럼의 전체적인 모양은 비슷하므로, 비감쇠계의  $V_E$  스펙트럼은 상대속도응답 스펙트럼과 같은 형상을 하고 있다고 보아도 된다. 또한  $S_V$ 와  $V_E$ 의 차이 원인은  $S_V$ 가 입력파의 위상정보 영향을 받기 때문이다. 그림5~그림8에 각 지진동에 대한 속도응답스펙트럼, 푸리에 진폭 스펙트럼 및 평활화된 푸리에 진폭 스펙트럼을 나타냈다.

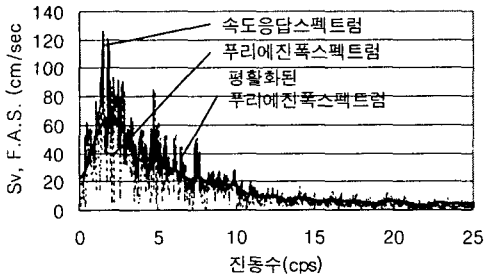


그림 5 ELCENTRO NS

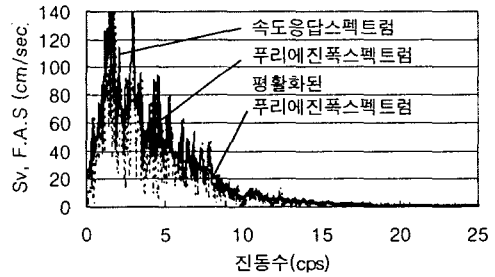


그림 6 TAFT NS

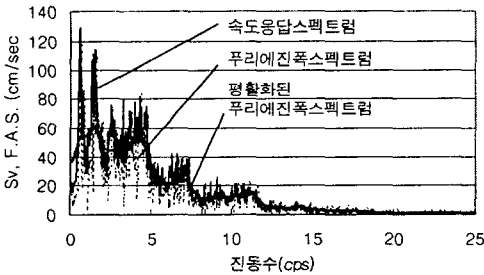


그림 7 HACHINOHE NS

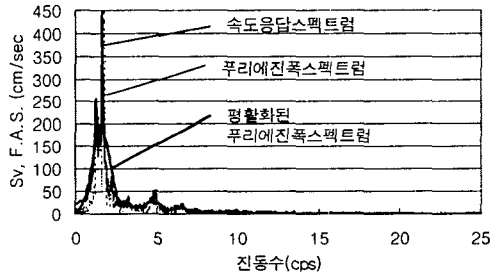


그림 8 MEXICO

#### 4. 결론

본 연구에서는 지진동 가속도의 입력에너지 특성과 위상각 차이 특성을 검토하였다. 연구 결과를 정리하면 다음과 같다.

- 1) 지역 특성을 고려한 지진동 가속도의 스펙트럼 세기 및 위상각 특성이 고려된 인공지진동 가속도가 만들어져 내진설계 및 내진성능 검토에 이용되어야 할 것으로 사료된다.
- 2) 지진동에 의해서 구조물에 입력되는 에너지의 크기를 평활화된 푸리에 진폭 스펙트럼으로 나타낼 수 있으며, 지진동 가속도의 위상각 특성에 따라 에너지 입력 특성이 다르게 나타남을 알 수

있다.

3) 각 지역의 미진동 특성을 분석하여 위상각 및 위상각 차이 특성을 파악하고 내진규정으로부터 스펙트럼 세기를 구하여 각 지역에 적합한 에너지 입력 특성을 갖는 지진동 가속도가 만들어져야 할 것으로 사료된다.

#### 참고문헌

1. Mario Paz, "Structural Dynamics", Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1985.
2. 田治見宏, "建築物のスペクトル解析入門", コロナ社, 1973.
2. 大崎順彦, "地震動解析入門", 鹿島出版會, 1991.
3. 大崎順彦, "建築振動理論", 彰國社, 1996.
4. Ohsaki, Y., "On the Significance of Phase Content in Earthquake Ground Motions", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 7, 1979, pp.427~439.
5. 岡本博通, 石丸辰治, "擬似速度應答スペクトルとエネルギー入力率との相關性について", 日本建築學會大會學術講演梗概集, 1997, pp.453-454.
6. 大井謙一외2인, "地震動のエネルギー入力率スペクトル", 日本建築學會構造系論文報告集, No. 420, 1991. 2., pp.1-7.
7. 大井謙一외2인, "地震動のエネルギー入力率スペクトル", 日本建築學會構造系論文報告集, No. 420, 1991. 2., pp.1-7.
8. 桑村仁외2인, "フーリエ振幅スペクトルの平滑化による地震入力エネルギーの評価", 日本建築學會構造系論文報告集, No. 442, 1992. 12., pp.53-60.

#### 감사의 글

본 연구는 과학기술부 국가지정연구실사업(과제번호 : M1-0203-00-0068)의 연구비 지원으로 수행되었으며 관계자 여러분께 감사드립니다.