

무한요소 형상함수에 따른 무요소법과의 조합 방법 비교 연구

A Comparative Study on Coupling of Element-Free Galerkin Method and Infinite Element by IE's Shape Function

이상호* 김명원** 윤영철***

Lee, Sang-Ho Kim, Myoung-Won Yoon, Young-Cheol

ABSTRACT

This paper deals with a comparative study on coupling of Element-Free Galerkin(EFG) method and Infinite Element(IE) by IE's shape function. In this study, mapped infinite elements(mapped IE) and decay function infinite elements(decay IE) are coupled with the EFG method. A coupling procedure of EFG-Mapped IE is much easier to be integrated than a coupled EFG-Decay IE. A coupled EFG-IE method used well-defined functions to preserve the continuity and linear consistency on the interface of the EFG region and IE region. Several benchmark problems are solved to verify the effectiveness and accuracy of the coupling algorithms by IE's shape function. The numerical results show that the developed algorithms work well for the elastic problems with infinite boundaries.

1. 서론

공학적인 문제들 중에서는 실제 해석대상이 한 방향 또는 여러 방향으로 무한한 경계를 갖는 경우가 많이 있다. 이러한 문제를 적당한 유한영역만을 대상으로 유한요소법으로 해석할 경우에는 실제 하중영향 즉, 변위나 응력이 남아 있게 되어 무한한 영역을 적절히 고려하지 못하게 되고, 또한 물리적인 의미를 무시한 인위적인 경계조건 처리에 따른 수치오차가 필연적으로 발생하게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 최근까지 유한요소법에 직접 적용할 수 있는 무한요소나 경계요소법에서 사용할 수 있는 무한경계요소 등이 개발되어져 왔다.

무한요소(Infinite Elements)는 무한경계를 지닌 문제의 효율적인 해석을 위하여 Ungless와 Bettess에 의해 최초로 제안된 방법으로 최근까지도 많은 공학의 분야에서 다양한 종류의 무한요소가 개발되고 있는데, Curnier는 정적문제에 대해 선형 isoparametric 유한요소로부터 무한요소를 유도하는 방법을 묘사하였고⁽¹⁾ Bettess는 임의의 유한요소를 무한으로 확장하는 일반적인 방법을 제시하였다.⁽²⁾ 그리고 Kumar는 무한경계를 갖는 탄성정역학문제를 해결하기 위해⁽³⁾, 그리고 Medina와 Penzien, Rajapakse와 Karasudhi는 역시 무한경계를 갖는 탄성동역학문제를 해결하기 위해 무한요소를 사용하였다.^{(4),(5)} 국내에서는 Park 등은 유체역학문제로의 적용을 연구하였고⁽⁶⁾ 신용태와 임장근은 무한영역에 대한 2차원 유한요소법에 적용하기 위해 붕괴함수(또는 감쇄함수)를 사용하는 무한요소의 사용에서 감쇄길이가 갖는 효과를 규명한 바 있으며⁽⁷⁾ 윤정방 등은 반무한체의 층상지

* 정회원, 연세대학교 사회환경시스템공학부 토목전공 부교수

** 정회원, ㈜바이텍코리아 기술연구소 연구원

*** 정회원, ㈜시텍컨설턴트 기술연구소 연구원

반에 놓인 기초의 진동문제를 무한요소를 사용하여 해결하려 하였다.⁽⁸⁾

본 연구에서는 무요소법 중에 하나인 Element-Free Galerkin Method(EFG법)을 사용하였는데 EFG법은 기존의 수치해석기법과의 조합을 통하여 EFG법만의 장점을 극대화하는 동시에 그 활용성을 향상시키려는 연구가 최근까지 진행되고 있다. 그 예로서 Belytschko 등은 무요소법과 유한요소법을 조합하는 방법을 제안하였고⁽⁹⁾, 최근에 이상호와 김효진은 무요소법과 유한요소법을 변분적으로 결합하는데 천이영역(transition region)을 사용하여 결합하는 연구를 수행하였다.⁽¹⁰⁾ 또한 최근들어 무요소법과 경계요소법(Boundary Element Method, BEM)을 결합하고자 하는 연구들도 진행되었는데 이상호 등은 EFG법과 BEM을 각각 유한요소화하여 직접조합하는 방법을 제시하였고⁽¹¹⁾, Liu와 Gu, Gu와 Liu는 변분적 조합 및 천이함수를 이용한 직접조합을 제안하였다.^{(12),(13)}

따라서 본 연구에서는 이러한 연구들과 같은 맥락으로 EFG법과 무한요소의 결합을 통하여 무요소법이 지니는 해석적 장점을 살리는 동시에 무한경계 문제를 효과적으로 처리할 수 있는 새로운 해석기법을 제안하였다. 이를 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

(1) EFG법과 사상무한요소의 결합(EFG-Mapped IE)

- Only EFG법
- EFG-IF(Interface Element)
- EFG-IF-ME(Mapping Element)

(2) EFG법과 붕괴무한요소의 결합(EFG-Decay IE)

본 논문에서는 이와 같이 제안된 방법들을 무한경계를 갖는 benchmark 문제에 적용하여 무한요소의 형상함수에 따른 결합방법의 효율성 및 정확성을 검토하였다.

2. EFG법과 무한요소의 개요

2.1 EFG 근사변위함수와 지배방정식

EFG법은 이동최소제곱근사법에 의해 계산되어진 형상함수를 통하여 변위함수를 근사시키는 방법으로 변위함수 $u(\mathbf{x})$ 에 대한 근사변위함수는 다음과 같이 정의된다.

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^{n_N} N_I(\mathbf{x}) d_I \equiv \underbrace{\{N\}^T}_{(1 \times n_N)} \underbrace{\{d\}}_{(n_N \times 1)} \quad (1)$$

여기서 $N_I(\mathbf{x})$ 는 이동최소제곱근사법에 의해 정의되는 EFG 형상함수로서 compact support를 지닌 가중함수에 의해서 절점간의 가중치 부여를 통해 도출되며 n_N 은 가중치를 부여하기 위해 사용되는 가중함수의 support 혹은 영향영역내의 절점의 개수를 의미한다. 이를 식으로 표현하면 식 (2)와 같이 다항기저함수 $p_j(\mathbf{x})$ 와 가중함수와 다항기저함수에 의해서 계산되어지는 행렬 $A(\mathbf{x})$ 와 $C(\mathbf{x})$ 의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$N(x) = \sum_j^m p_j(x)(A^{-1}(x)C(x))_{jl} \equiv \left\{ p \right\}_{(1 \times m)}^T [A]_{(m \times m)}^{-1} [C]_{(m \times n_N)} \quad (2a)$$

$$A(x) = \sum_{l=1}^{n_N} p(x_l)w(x-x_l)p^T(x_l) \equiv [P]_{(m \times n_N)} [W]_{(n_N \times n_N)} [P]^T_{(n_N \times m)} \quad (2b)$$

$$C(x) = [w(x-x_1)p(x_1), \dots, w(x-x_{n_N})p(x_{n_N})] \equiv [P]_{(m \times n_N)} [W]_{(n_N \times n_N)} \quad (2c)$$

본 연구에서는 선형탄성문제에의 적용을 그 범위로 하며, 이 때 경계 Γ 로 둘러싸인 유계인 영역 Ω 의 탄성응력 σ 와 단위부피당 물체력 b 에 관한 지배방정식과 경계조건식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \sigma + b = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (3a)$$

$$u = \bar{u} \quad \text{on } \Gamma_u \quad (\text{필수경계조건}) \quad (3b)$$

$$\sigma \cdot n = \bar{t} \quad \text{on } \Gamma_t \quad (\text{자연경계조건}) \quad (3c)$$

여기서 n 은 단위수직벡터를 의미한다.

2.2 무한요소의 유형

(1) 사상무한요소

사상무한요소(mapped infinite elements)의 경우 기하학적 형상함수와 변위 형상함수의 구성방식이 서로 다르게 정의되어진다. 기하학적 형상함수는 사상함수를 통하여 정의하는 것으로 전체 좌표계에서의 무한영역이 자연좌표계의 유한영역으로 사상되며 수식으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x = \sum_i M_i x_i \quad (4)$$

위 식에서 M_i 는 사상함수로서 이는 해석하고자 하는 대상의 거동에 따라 정의되는 것으로 변위 형상함수는 기존의 유한요소 형상함수가 그대로 사용된다. 표 1은 Lagrange 4절점 사각형 요소에 대해서 본 연구에서 사용되는 붕괴거동을 나타내기 위한 x 방향, y 방향, xy 방향에 대한 사상함수와 변위함수를 나타낸 것이다.

(2) 붕괴함수 무한요소

사상무한요소와는 달리, 붕괴함수 무한요소(decay function infinite element)의 기본적인 개념은 붕괴함수를 이용하여 무한에서의 실제 물리적 현상을 표현하는 형상함수를 정의하는 것이다. 본 연구에서 사용된 붕괴함수는 지수함수로 정의되며, 이때 붕괴형상함수의 기본적인 유형은 다음과 같다.

$$\psi_l(\xi, \eta) = N_l(\xi, \eta) f_l(\xi, \eta) \quad (5)$$

여기서 $N_l(\xi, \eta)$ 은 유한요소의 형상함수이고 $f_l(\xi, \eta)$ 은 붕괴함수를 나타낸다. 표 2는 본 연구에서 사용되어진 Lagrange 4절점 요소에 대한 붕괴형상함수를 나타낸 것이다.

표 1. 2 차원 사상함수와 변위 형상함수

node number	ξ	η	mapping functions			
			ξ -dir	η -dir	$\xi\eta$ -dir	
					ξ -dir	η -dir
1	-1	-1	$(1-\eta)/(1-\xi)$	$(1-\xi)/(1-\eta)$	—	—
2	1	-1	—	$(1+\xi)/(1-\eta)$	—	—
3	1	1	—	—	—	—
4	-1	1	$(1+\eta)/(1-\xi)$	—	$2/(1-\xi)$	$2/(1+\eta)$

표 2. 2 차원 봉괴형상함수

node number	ξ	η	ξ -dir	η -dir	$\xi\eta$ -dir
1	-1	-1	$0.25e^{(1+\xi)/L}(1-\xi)(1-\eta)$	$0.25e^{(1+\eta)/L}(1-\xi)(1-\eta)$	$0.25e^{(1+\xi+\eta)/L}(1-\xi)(1-\eta)$
2	1	-1	$0.25e^{(1-\xi)/L}(1+\xi)(1-\eta)$	$0.25e^{(1+\eta)/L}(1+\xi)(1-\eta)$	$0.25e^{(1-\xi+\eta)/L}(1+\xi)(1-\eta)$
3	1	1	$0.25e^{(1-\xi)/L}(1+\xi)(1+\eta)$	$0.25e^{(1-\eta)/L}(1+\xi)(1+\eta)$	$0.25e^{(1-\xi-\eta)/L}(1+\xi)(1+\eta)$
4	-1	1	$0.25e^{(1+\xi)/L}(1-\xi)(1+\eta)$	$0.25e^{(1-\eta)/L}(1-\xi)(1+\eta)$	$0.25e^{(1+\xi-\eta)/L}(1-\xi)(1+\eta)$

3. EFG법과 무한요소 결합

3.1 EFG법과 사상무한요소 결합방법

본 논문에서는 사상영역의 변위함수를 근사시키는 근사함수의 정의에 따라 두가지 방법으로 나누어 제시하였다. 그림 1은 EFG법과 사상무한요소의 결합모델을 도시한 것이다. 첫번째 결합방법은 무한영역을 사상함수를 사용하여 영역 \mathcal{D} (Ω_{ME})으로 사상시키고 접촉요소 \mathcal{Q} (Ω_I)를 통하여 EFG영역 \mathcal{Q} 과 무한요소영역 \mathcal{D} 을 결합하는 방법으로서, 본 연구에서는 이를 EFG-IF-ME 결합법으로 부르기로 한다. 따라서 해석영역은 EFG영역(Ω_E), 접촉영역(Ω_I), 그리고 사상무한영역(Ω_{ME})으로 나누어지며 Γ_E 는 접촉영역에서 EFG 경계절점이고, Γ_{ME} 는 사상무한영역 경계절점이다. 여기서 사상무한영역이란 무한영역이 사상함수에 의해서 사상된 영역을 의미한다.

각 영역에 따른 근사변위함수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$u_E^h(x) = \sum_{I=1}^n \phi_I(x) u_I \quad (\text{EFG 영역}) \quad (6)$$

$$u_I^h(x) = \sum_{I=1}^{n_I} \varphi_I(x) u_I \quad (\text{접촉영역}) \quad (7)$$

$$u_{ME}^h(x) = \sum_{I=1}^{n_k} F_I(x) u_I \quad (\text{사상무한영역}) \quad (8)$$

여기서 $\phi_I(x)$, $\varphi_I(x)$ 와 $F_I(x)$ 는 각각 EFG형상함수, 접촉요소형상함수, 무한요소형상함수를 의미한다. 위의 근사변위함수들을 약형식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 행렬방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_E & \mathbf{G} & \mathbf{H} \\ \mathbf{G}^T & \mathbf{K}_I & \mathbf{L} \\ \mathbf{H}^T & \mathbf{L}^T & \mathbf{K}_{ME} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_E \\ \mathbf{d}_I \\ \mathbf{d}_{ME} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_E \\ \mathbf{f}_I \\ \mathbf{f}_{ME} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 행렬방정식의 각각의 행렬과 하중벡터들은 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{K}_E = \int_{\Omega} \mathbf{B}_E^T \mathbf{D} \mathbf{B}_E d\Omega, \quad \mathbf{K}_I = \int_{\Omega} \mathbf{B}_I^T \mathbf{D} \mathbf{B}_I d\Omega, \quad \mathbf{K}_{ME} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_{ME}^T \mathbf{D} \mathbf{B}_{ME} d\Omega \quad (10a)$$

$$\mathbf{G} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_E^T \mathbf{D} \mathbf{B}_I d\Omega, \quad \mathbf{H} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_E^T \mathbf{D} \mathbf{B}_{ME} d\Omega, \quad \mathbf{L} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_I^T \mathbf{D} \mathbf{B}_{ME} d\Omega \quad (10b)$$

$$f_E = \int_{\Gamma_i} \phi \bar{i} d\Gamma + \int_{\Omega} \phi \mathbf{b} d\Omega, \quad f_I = \int_{\Gamma_i} \varphi \bar{i} d\Gamma + \int_{\Omega} \varphi \mathbf{b} d\Omega, \quad f_{ME} = \int_{\Gamma_i} F \bar{i} d\Gamma + \int_{\Omega} F \mathbf{b} d\Omega \quad (10c)$$

여기서 \mathbf{B}_E 는 EFG 영역에서 EFG형상함수의 미분으로 이루어진 블록 행렬을 의미하고, \mathbf{B}_I 는 접속 요소에서 접속요소형상함수의 미분으로 이루어진 행렬이다. 그리고, 사상무한영역에서의 행렬 \mathbf{B}_{ME} 와 자코비안 행렬식 \mathbf{J} 는 사상함수를 도입함에 따라 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial M}{\partial \xi} \\ \frac{\partial M}{\partial \eta} \end{bmatrix} [x \ y] \quad \text{and} \quad \mathbf{B}_{ME} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial F}{\partial y} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \xi} \\ \frac{\partial F}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (11)$$

위 식에서 $M(\mathbf{x})$ 는 사상함수로서 강성도행렬에 무한영역의 영향이 고려될 수 있도록 해준다.

두번째 결합방법은 그림 1에서 무한영역을 \mathbb{O} 이 아닌 \mathbb{O} 의 EFG영역으로 직접 사상시키는 방법이다. 이 방법은 첫번째 방법처럼 접속요소의 근사변위함수를 정의할 필요가 없기 때문에 보다 효율적이며 결합과정에서 발생하는 오차를 최소화할 수가 있다. 이 방법을 본 연구에서는 Mapped EFG 결합법이라 부르기로 한다. EFG 영역과 무한영역의 경계요소는 어떤 사상함수를 사용하느냐에 따라 절점의 개수가 결정되며, 이 때 근사함수는 EFG 형상함수이다. 본 연구에서는 4절점 사상함수를 사용하였다. 그리고, 자코비안 행렬 \mathbf{J} 는 첫번째 방법과 동일하지만 행렬 \mathbf{B}_E 는 EFG 형상함수를 사용하여 계산된다.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial M}{\partial \xi} \\ \frac{\partial M}{\partial \eta} \end{bmatrix} [x \ y] \quad \text{and} \quad \mathbf{B}_E = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (12)$$

3.2 EFG법과 붕괴함수 무한요소 결합방법

EFG법과 붕괴함수 무한요소 결합방법은 무한영역의 변위함수에 대해서는 식 (5)의 붕괴형상함수를 이용하여 근사시키고, EFG영역과 무한영역과의 사이에 접속영역을 두어 두 영역을 결합하는 방법으로서 본 연구에서는 이를 EFG-IF-DE 결합법으로 부르기로 한다. 해석영역은 그림 2에서처럼 EFG영역 Ω_E 과 붕괴함수무한영역 Ω_{DE} , 그리고 이 두 영역을 연결하는 접속영역 Ω_I 로 나누어진다.

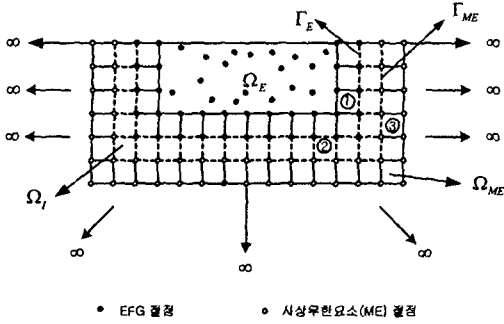


그림 1. EFG 법과 사상무한요소 결합모델

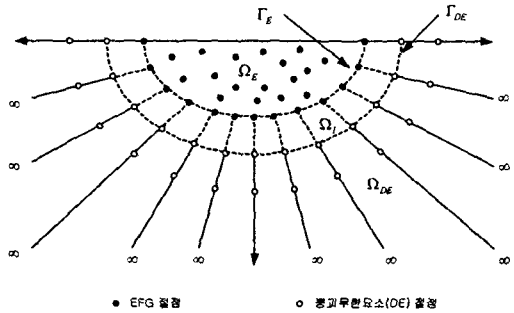


그림 2. EFG 법과 봉괴함수무한요소 결합모델

접속영역을 정의하는 방법은 앞에서 설명한 사상무한요소와의 결합방식과 동일하다. EFG영역과 접속영역에서의 근사변위함수는 EFG-IF-ME 결합방법에서와 동일하게 정의되며 무한영역에서의 근사변위함수는 봉괴함수 무한요소를 사용하여 다음과 같이 정의된다.

$$u_{DE}^h(x) = \sum_{l=1}^{n_p} \psi_l(x) u_l \quad (13)$$

여기서 $\psi_l(x)$ 는 봉괴형상함수를, n_p 는 무한요소에서의 절점의 개수를 나타낸다. 무한요소에서의 행렬 B_{IE} 와 자코비안 J 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \end{bmatrix} [x \ y] \quad \text{and} \quad B_{IE} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서 N 은 유한요소 형상함수 $N(x)$ 를 의미한다.

계방정식의 정식화과정은 EFG법과 사상무한요소 결합방법의 식 (9), (10)과 유사하다. 단지 사상영역을 나타내는 행렬 B_{ME} 와 K_{ME} 를 각각 봉괴함수 무한요소를 나타내는 행렬 B_{DE} 와 K_{DE} 로, 식 (10c)에서 f_{ME} 를 f_{DE} 로 바꾸고, 사상무한요소 형상함수 $F(x)$ 를 봉괴형상함수 $\psi(x)$ 로 대체하여 사용하면 된다.

4. Benchmark 문제를 통한 수치적 검증

4.1 집중하중이 작용하는 반무한체

본 논문에서 제안된 EFG-무한요소 결합방법의 효용성을 파악하기 위하여 그림 3(a)와 같이 수직으로 단위폭당 하중이 작용하는 무한경계를 지닌 문제가 고려되었고 이 문제를 해석하기 위해 사

용된 EFG-무한요소 결합요소모델은 그림 3(b)와 같다. 이 때 하중재하지점에서의 수직변위에 대한 이론해는 Flamant에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$u|_{x=0} = \frac{2P}{\pi E} \log \frac{d}{y} \quad (15)$$

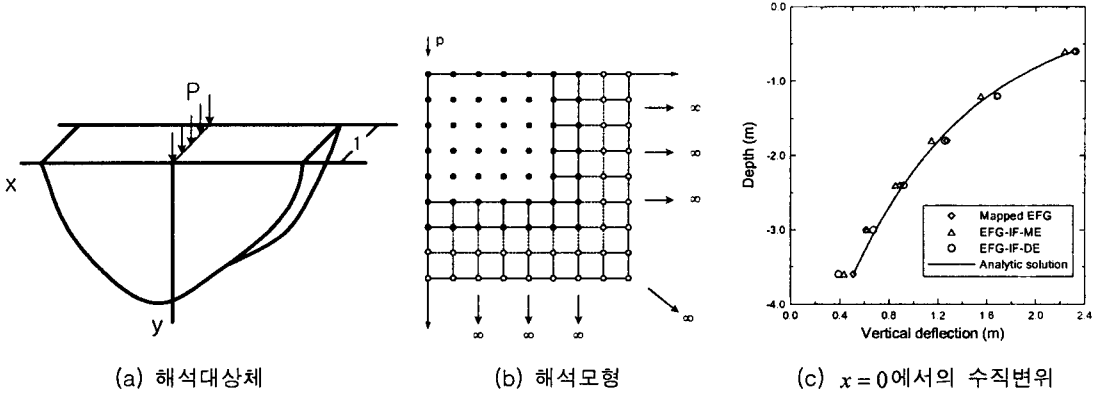


그림 3. 수직하중하의 반무한탄성체의 해석모형과 해석결과

본 절에서 수직하중 $P = \pi/2(kN/m^2)$, 탄성계수 $E = 1.0kN/m^2$, 그리고 포아송비 $\nu = 0.25$ 을 사용하여 해석을 수행하였다. 본 논문의 3.1절에서 첫번째 방법으로 제안된 접촉요소를 이용한 EFG 법과 사상무한요소의 결합방법(EFG-IF-ME), 두번째 방법으로 제안된 EFG법과 사상무한요소의 직접결합방법(Mapped EFG), 3.2절에서 제안된 EFG법과 붕괴함수무한요소의 결합방법(EFG-IF-DE)과 이론해의 수직변위 결과를 그림 3(c)에 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 개발된 결합방법들의 결과가 해의 정도면에서 우수함을 확인할 수 있다.

표 3. 변위에 대한 L^2 norm 오차 비교

Methods	Mapped EFG Coupling	EFG-IF-ME Coupling	EFG-IF-DE Coupling	Displacement L^2 norm
$\log_{10}(D)$	-0.9465	-0.9467	-0.9551	$D = \left\{ \int_{\Omega} (u^{num} - u^{exact})^2 d\Omega \right\}^{1/2}$

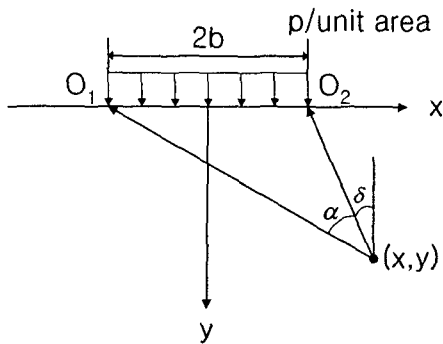
표 3은 동일한 자유도를 갖도록 각 결합방법들을 사용한 경우의 변위의 L^2 -norm 오차를 나타낸 것으로 개발한 무한요소 결합방법 중에 EFG-IF-DE가 가장 좋은 해의 정도를 보이는 것은 확인하였다.

4.2 분포하중이 작용하는 반무한체

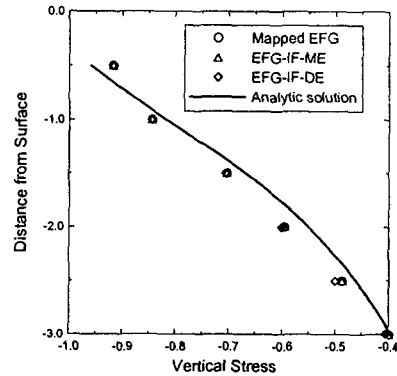
두번째 수치예제로서 탄성반무한체에서 수직으로 분포하중이 작용하는 문제(그림 4 참조)에 대

하여 본 연구에서 개발된 Mapped EFG, EFG-IF-ME, EFG-IF-DE 결합방법의 정확성을 재차 검토하였다. 이때 분포하중하의 수직응력은 다음 식 (16)과 같으며, 탄성계수 $E = 1.0kN/m^2$ 와 포아송비 $\nu = 0.25$ 를 사용하였다.

$$\sigma_y = \frac{P}{\pi} [\alpha + \sin \alpha \cos(\alpha + 2\delta)] \quad (16)$$



(a) 해석대상체



(b) 결합방법에 따른 수직응력 σ_y 의 비교

그림 4. 분포하중하의 탄성반무한체과 결합방법에 따른 해석결과

그림 4(b)는 본 연구에서 개발된 3가지 결합방법들의 깊이에 따른 수직응력 σ_y 의 해석결과를 나타낸 것으로 결합방법에 상관없이 우수한 해의 정확성을 보이며 이론해에 근접함을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 무한요소 형상함수에 따른 무요소법과의 조합방법을 개발하였다. 대표적인 선형 탄성 benchmark 문제들에 각각의 결합방법을 적용해본 결과 본 연구에서 개발한 방법들이 이론해와 비교할 때 해의 정도가 우수함을 확인할 수 있었다. EFG법과 사상무한요소를 결합한 경우, 접속요소를 이용하여 결합한 EFG-IF-ME 결합법과 접속요소를 이용하지 않고 결합한 mapped EFG 결합법이 모두 해의 정확성면에서 우수했으며, 특히 mapped EFG 결합법은 접속요소를 구성하지 않고 EFG 근사변위함수만 이용하여 무한영역문제를 해석할 수 있으므로 효율성이 높다는 것을 확인할 수 있었다. 또한 EFG법과 봉괴무한요소를 결합하는 경우에도 해석대상의 물리적 성질을 잘 표현할 수 있는 적절한 봉괴형상함수를 사용함으로써 EFG법과 사상무한요소결합법과 유사한 수준의 우수한 정확도를 유지할 수 있음을 확인하였다.

따라서 본 연구성과는 무한경계내에 불연속성을 지닌 매체에서의 탄성과 전달(wave propagation) 문제나 반무한 지반체내의 터널 주위에 절리나 균열이 생기는 문제들과 같은 토목공학 분야에서

해결이 쉽지 않은 특수공학적인 문제들에 유용하게 적용될 수 있을 것으로 사료된다.

감사의 글

이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2002-042-D00115).

참고문헌

1. Curnier, A., "A static infinite element", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.19, 1983, pp.1479-1488.
2. Bettess, P., "More on infinite elements", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.15, 1980, pp.1613-1626.
3. Kumar, P., "Static infinite element formulation", *Journal of Structural Engineering, American Society of Civil Engineers*, Vol.111, ST11, 1985, pp.2355-2372.
4. Medina, F. and Penzien, J., "Infinite elements for elastodynamics", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.10, 1982, pp.699-709.
5. Rajapakse, R. K. N. D. and Karasudhi, P., "Elastodynamic infinite elements of layered half space", *Journal of Engineering Mechanics, American Society of Civil Engineers*, III, 1985, pp.1144-1158.
6. Park, W. S., Yun, C. B. and Pyun, C. K., "Infinite elements for evaluation of hydrodynamic forces on offshore structures", *Computers and Structures*, Vol.40, 1991, pp.837-847.
7. 신용태, 임장근, "이차원 무한요소 형성에 관한 연구", 대한기계학회 논문집, 제 17 권 제 5 호, 1993, pp.1066-1073.
8. 윤정방, 김두기, 김유진, 이종원, "무한요소를 사용한 층상지반에 놓인 스트립기초의 진동 해석", 대한토목학회논문집, 제 17 권 1 호, 1997, pp.271-282.
9. Belytschko, T., Organ, D., and Krongauz, Y., "A coupled finite element-element-free Galerkin method", *Computational Mechanics*, Vol.17, 1995, pp.186-195.
10. 이상호, 김효진, "무요소-유한요소의 변분적 결합을 이용한 동적균열전파문제의 해석(1)", 대한토목학회논문집, 제 23 권 2 호, 2003, pp.271-281.
11. 이상호, 김상효, 박철원, "무요소절점법과 경계요소법의 조합에 관한 연구", 대한토목학회 학술발표회 논문집, 제 1 권, 1997, pp.99-102.
12. Liu, G. R. and Gu, Y. T., "Coupling of Element Free Galerkin and Hybrid Boundary Element Methods using Modified Variational Formulation", *Computational Mechanics*, Vol.26, 2000, pp.166-173.
13. Gu, Y. T. and Liu, G. R., "A coupled element free Galerkin/boundary element method for stress analysis of two-dimensional solids", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.190, 2001, pp.4405-4419.