

환경사방정식의 확장에 관한 연구 A Study on the Extension of Mild-Slope Equation

천제호¹·김재중¹

Je Ho Chun¹ and Jae Joong Kim¹

1. 서 론

Berkhoff(1972)는 해저 경사가 완만한 지형에서의 파랑 변형을 계산하는 환경사 방정식을 제안하였다. 이 방정식은 수식이 매우 간단하면서도 비교적 정확하게 파랑을 예측할 수 있어 현재까지도 해안공학 전반에 걸쳐 많이 적용되고 있다.

그러나 Berkhoff(1972)의 환경사 방정식은 계산이 비교적 번거로워 현재는 계산하기 편리한 포물형 환경사 방정식(Radder,1979) 또는 쌍곡선형 환경사 방정식(Copeland,1985) 등의 근사 모델을 사용하고 있다. 하지만, 이러한 근사모델은 지배방정식을 유도할 때 생기는 가정들에 의해 실제현장 적용성과 해의 정확성에는 언제나 일정한 한계가 있다.

이에 본 연구에서는 비선형 파랑과 급변 수심 등을 동시에 고려하면서 기존의 환경사 방정식을 확장하여 환경사 방정식의 정확성을 향상시키고자 한다. 구체적으로 Hamiltonian principle을 적용하여 본 연구의 지배 방정식인 확장형 환경사 방정식을 구한다. 그 후 수치해석 기법을 이용하여 본 연구 지배 방정식의 해를 구하는데, 이를 몇 가지 수리 실험에 적용하여 수리실험 결과와의 비교를 통해 본 연구의 지배 방정식을 검증하고자 한다.

2. 지배 방정식

2.1 지배방정식의 유도

Hamiltonian H는 물리적으로 운동에너지와 위치 에너지의 합을 의미하는데, Hamiltonian density H를 사용하여 다음의 식 (1)과 같이 정의한다.

$$H = \iint_A H dx dy \quad (1)$$

여기서, Hamiltonian density H는 단위면적당 파랑 에너지라는 물리적 의미를 가지며 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$H = \frac{\rho g \eta^2}{2} + \int_{-h}^{\eta} ((\nabla \Phi)^2 + (\Phi_z)^2) dz \quad (2)$$

여기서, η 와 Φ 는 각각 수면변위와 시간-공간에서의 속도 potential 함수를 말한다.

위의 식 (1)에서의 Hamiltonian H는 다음의 식 (3)과 같은 canonical equations에 대입하여 수면변위 η 와 자유수면에서의 속도 potential 함수 φ 에 관한 파동방정식을 유도한다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\delta H}{\delta \varphi}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{\delta H}{\delta \eta} \quad \text{at } z = \eta \quad (3)$$

위의 식 (3)은 각각 운동학적 경계조건(KFSBC)과 동역학적 경계조건(DFSBC) 등을 의미한다 (Radder, 1999).

본 연구에서는 속도 potential 함수 $\Phi(x, y, z, t)$ 를 시간-평면에 대한 속도 potential 함수 $\phi(x, y, t)$ 와 수직분포함수 $f(z)$ 의 곱으로 이루어졌다고 보고, 수직분포 함수를 다음의 식 (4)와 같이 가정한다.

$$f(z) = \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (4)$$

¹ 동아대학교 토목-해양공학부 (Corresponding Author : Je Ho Chun, Department of Civil and Ocean Engineering, Dong-A University, Hadan-2 dong, Busan, Korea, eulia01@hotmail.com)

위의 식 (4)와 같은 수직분포 함수는 Kirby and Misra(1998)와 Lee and Park(2000)이 각각 수정완경사 방정식과 비선형 완경사 방정식을 유도할 때 사용한 바 있으며, 장파와 단파 영역 모두에 대해 적용이 가능하다는 장점을 가진다 (Isobe, 1994).

앞서 가정한 것과 같은 형태의 속도 potential 함수 $\Phi(x, y, z, t)$ 를 위의 식 (3)에 대입한 후, 수면변위 η 와 시간-평면에 대한 속도 potential 함수 ϕ 에 대한 방정식으로 정리하여 다음의 식 (5.1)과 (5.2)와 같은 식을 얻었다.

$$(f_{z=\eta})\frac{\partial\eta}{\partial t} = \frac{\delta H}{\delta\phi} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = -\frac{\delta H}{\delta\eta} - \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{z=0} \frac{\partial\phi}{\partial t} \quad (5.2)$$

여기서, $f_{z=\eta}$ 는 자유수면에서의 수직분포함수 값으로서 $z=0$ 에 대한 Taylor series 값을 이용하여 $f_{z=\eta} = 1 + \eta k \tanh kh$ 와 같이 근사하여 나타낼 수 있다.

한편, Hamiltonian density H를 다음의 식 (6)과 같이 Taylor series를 적용하여 진폭의 1차 정도까지만 고려하도록 근사한다.

$$H \cong \frac{g\eta^2}{2} + \frac{1}{2} \int_{-h}^0 ((\nabla\Phi)^2 + (\Phi_z)^2) dz + \frac{\eta}{2} ((\nabla\Phi)^2 + (\Phi_z)^2)_{z=0} \quad (6)$$

위의 식 (6)을 식 (5.1)과 식 (5.2) 등의 canonical equations 등에 대입하여 정리하면 다음의 식 (7)과 식 (8)과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial\eta}{\partial t} = & -\nabla \left(\left(\frac{CC_a}{g} + \eta \right) \nabla\phi \right) + \frac{\sigma^2 - k^2 CC_a}{g} \phi \\ & + \eta (k \tanh kh)^2 \phi - \eta k \tanh kh \frac{\partial\eta}{\partial t} \\ & - I_3 \nabla^2 h \phi - \left(\frac{\partial I_3}{\partial h} - I_4 \right) (\nabla h)^2 \phi \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial\phi}{\partial t} = & -g\eta - \frac{1}{2} (\nabla\phi)^2 - \frac{1}{2} (k \tanh kh \phi)^2 \\ & - \eta k \tanh kh \frac{\partial\phi}{\partial t} \end{aligned} \quad (8)$$

이 때, 위의 식 (7)의 I_3 과 $\partial I_3 / \partial h - I_4$ 는 Kirby and Misra(1998)의 값을 따른다.

한편, 위의 식 (8)에서 우변 세 번째 항인 $k \tanh kh \phi$ 은 $(\Phi_z)_{z=0}$ 와 같은데, 이는 선형 운동학적 경계 조건(linearised KFSBC)에 의해 η 로 나타낼 수 있다. 이 때, 식 (8)의 $k \tanh kh \phi$ 항을 η 로 치환하여 나타낸 결과는 다음의 식 (9)와 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial\phi}{\partial t} = & -g\eta - \frac{(\nabla\phi)^2}{2} - \frac{(\eta_t)^2}{2} \\ & - \eta k \tanh kh \frac{\partial\phi}{\partial t} \end{aligned} \quad (9)$$

위의 식 (7)과 식 (9)는 본 연구의 지배방정식으로, 기존의 완경사 방정식을 비선형파랑과 급변수심에 대해서 확장한 식이다. 이들 방정식들은 정수면에서 정의되는 식으로 약비선형 파동 방정식으로 분류될 수 있다. 여기서 본 연구의 지배 방정식인 식 (7)과 식 (9)의 각 항들은 다음과 같은 물리적 의미를 가지고 있다.

위의 식 (7)의 우변의 첫째항은 물리적으로 파동에 의한 유체의 관성운동을 나타내고 있다. 그리고 식 (7)의 두 번째, 세 번째, 네 번째 항 등은 파동에 의한 물입자의 수직 방향 운동에 기인하는 dispersive 항으로 본 연구의 지배 방정식이 심해와 천해 모두에 대해서 적용 가능하도록 한다. 특히, 세 번째 항과 네 번째 항은 선형 운동학적 경계 조건을 적용하면 서로 상쇄되기도 한다. 그리고 다섯 번째와 여섯 번째는 급격한 해저 경사를 고려하는 항들인데, 이들의 값은 앞서 말한 바와 같이 수정완경사 방정식에서의 그 값들과 일치한다.

식 (9)의 우변의 첫 번째 항은 정수압차에 의한 힘을 의미하고 두 번째 항은 유체 입자의 관성에 기인하는 비선형 항을 의미한다. 그리고 식 (9)의 세 번째 항과 네 번째 항은 각각 파에 의한 dispersive 항으로 이 역시 식 (7)의 두 번째, 세 번째, 네 번째 항과 같이 심해와 천해 모두에 대해 물리적으로 적용 가능하도록 한다.

2.2 다른방정식과의 비교

2.2.1 수정완경사 방정식

바닥경사는 충분히 급하고 진폭의 크기는 무시할 수 있을 정도로 충분히 작다고 보고, 수정완경사 방정식을 유도한다.

이에 본 연구의 지배방정식인 식 (7)과 식 (9)를

진폭의 크기 a 의 1차에 대해서 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -\nabla \left(\frac{CC_g}{g} \nabla \phi \right) + \frac{\sigma^2 - k^2 CC_g}{g} \phi \\ &\quad - I_3 \nabla^2 h \phi - \left(\frac{\partial I_3}{\partial h} - I_4 \right) (\nabla h)^2 \phi + O(a^2) \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} &= -g\eta + O(a^2) \end{aligned}$$

여기서, 바닥의 경사는 충분히 급한 대신에 파고가 무시할 수 있을 정도로 작다고 보면, $O(a^2)$ 이상의 항들은 모두 소거되어 선형화되는데, 이는 Kirby and Misra(1998)가 Hamiltonian principle을 이용하여 구한 수정완경사 방정식과 같은 형태의 방정식을 얻을 수 있다. 그리고, 여기에서 바닥의 경사마저도 무시할 수 있을 정도로 충분히 작다고 보면, Radder and Dingemans(1985)가 Hamilton's principle을 이용하여 구한 쌍곡선형완경사 방정식과 같은 식을 얻는다.

2.2.2 비선형 천수 방정식과의 비교

비선형 천수 방정식은 조류나 폭풍해일 등과 같이 주기가 매우 장파의 운동을 나타내는 데 사용하는 방정식이다. 장파는 그 특성상 수평자의 수평방향 운동에 비해 수직방향의 운동이 매우 작아 장파로 인해 발생하는 dispersive 효과는 거의 무시할 만한 크기다. 따라서 비선형 천수 방정식은 dispersive 항을 고려하지 않으며 Whitham(1974)은 1차의 비선형과 0차의 dispersive 효과를 고려하여 다음의 식 (10)과 식 (11)과 같은 primitive 형의 비선형 천수 방정식을 유도하였다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla [(\eta + h)\vec{u}] = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \nabla \vec{u} + g\eta = 0 \quad (11)$$

여기서, \vec{u} 는 유속벡터로서 수평방향의 유속을 나타낸다. 한편, 장파일 경우, 본 연구의 지배방정식인 식 (7)과 식 (9)에서 수직방향으로의 운동에 관련된 모든 dispersive 항들은 장파의 특성상 무시할 수 있을 정도로 그 크기가 작아진다. 그리고 $kh \rightarrow 0$ 일때, I_3 과 $\partial I_3 / \partial h - I_4$ 등은 각각 0의 값에 무한히 가까워지므로 장파일 경우, 위의 식 (7)과 식 (9)에서 관성에 의한 비선형 항과 정수압차

에 의한 힘에 대한 항들을 제외하고 모두 소거가능하다.

그 결과, 장파일 경우 식 (7)과 식 (9)로부터 다음의 식 (12)와 식 (13)과 같은 식을 얻는다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla ((h + \eta) \nabla \phi) = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + g\eta = 0 \quad (13)$$

여기서, 위의 식 (13)에 대해 ∇ 를 취하면 유속에 대한 식으로 정리할 수 있는데, 이 때, 얻는 식들은 위의 식 (10)과 식 (11)의 것과 같은 형태의 식이다.

2.2.3 Boussinesq 파랑식과의 비교

Boussinesq 파랑식은 비선형 천수 방정식처럼 2차원 평면상에서의 파랑을 계산하는 방정식이다. 이 방정식은 비선형 천수방정식보다 dispersive 항이 포함되어져 있어 천해역에서의 파랑을 비교적 정확하게 예측할 수 있다. 그러나 Classical Boussinesq 파랑식에서 고려되어지는 dispersive 항의 크기 정도가 $O(kh)$ 이기 때문에 물입자의 수직운동의 경향이 강한 단파일 경우에는 계산 결과가 정확하지 못하다. 이에 몇몇 연구자들은 기존의 Classical Boussinesq 방정식에 몇 개의 항을 추가하여 확장하였다.

Nwogu(1993)의 파랑식에서 $z=0$ 일 때의 Boussinesq 파랑식은 다음의 식 (14), 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla [(\eta + h)\vec{u}_0] \\ + \frac{1}{3} h^3 \nabla^3 u_0 = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_0}{\partial t} + \vec{u}_0 \nabla \vec{u}_0 + g \nabla \eta = 0 \quad (15)$$

여기서, \vec{u}_0 는 $z=0$ 에서의 유속을 말한다. 본 연구의 지배방정식 식 (7)과 식 (9)에서 dispersive 항들을 $O(kh)$ 항 까지만 고려하여 정리하면 다음과 같은 식 (16)과 식 (17)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla ((\eta + h) \nabla \phi) + \frac{1}{3} h^3 \nabla^4 \phi = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + g\eta = 0 \quad (17)$$

앞서 가정한 속도 potential 함수의 가정에 의해 $\vec{u}_0 = \nabla\phi$ 가 성립하므로, 위의 식 (16)과 식 (17)은 식 (14)와 식 (15) 등이 일치함을 확인할 수 있다.

3. 수치해석

지배방정식 식 (7)과 식 (9)를 시·공간에 대해 중양차분화한 다음 수치해석 기법을 이용하여 방정식을 푼다. (천, 2002) 이 때, 사용하는 수치해석 방법은 explicit scheme의 일종이므로, 다음의 식 (18)과 같은 식을 만족해야만 안정된 계산 결과를 얻는다.

$$Cr = C_e \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (18)$$

여기서, Δt 와 Δx 등은 각각 시간의 격자간격, 공간의 격자간격을 말하고 C_e 는 파의 위상속도를 말한다.

경계조건은 vertical wall 경계와 open 경계 등으로 나누어 처리한다. 여기서, vertical wall 경계는 다음의 식 (19)와 같이 완전 반사조건으로 처리한다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (19)$$

여기서, \vec{n} 은 경계 부위에 대해 수직인 방향을 나타내는 vector다. 그리고, open boundary 는 계산의 안정성을 위해서 흡수 경계층 기법을 사용하여 처리한다.

내부조파기법을 사용하여 계산 영역 내에 파를 생성시킨다. 이 방법은 Larsen and Dancy(1983) 등에 의해 처음 제안되었는데, Lee and Suh(1998)과 Wei 등(1999)은 각각 완경사 방정식과 Boussinesq wave equations 등에 성공적으로 적용한 바 있다. 본 연구에서는 내부조파 기법과 흡수경계층 기법의 효율성을 보이기 위해서 다음의 Fig. 1에서 보이는 것과 같은 장방향의 수조에 대해서 파랑 전달을 계산하였다.

이 때, 입사파로 파고와 주기를 각각 0.01m와 1sec 등을 사용하였다. 내부조파 기법의 적용 위치와 흡수경계층 영역 등은 앞의 Fig. 1에 나타내었다. 이러한 조건 아래 약 100sec 동안 계산하였는데, 10sec, 20sec, 40sec, 100sec 일 때의 계산 결

과를 다음의 Fig. 2에 나타내었다.



Fig. 1. Computational domain for rectangular basin.

Fig. 2에서는 수조의 정중앙에서 생성된 파가 수조의 양단으로 전달되는 것과 동시에 수조의 양단에서 파가 감쇠되는 것이 관찰된다. 그리고 Fig. 2에서 40sec와 100sec 일 때의 계산 결과는 상당부분 일치하는 등 매우 안정된 계산 결과를 얻을 수 있었다. 이로부터 내부조파 기법과 흡수경계층 기법의 사용은 파랑 계산에 매우 효과적임을 알 수 있다.

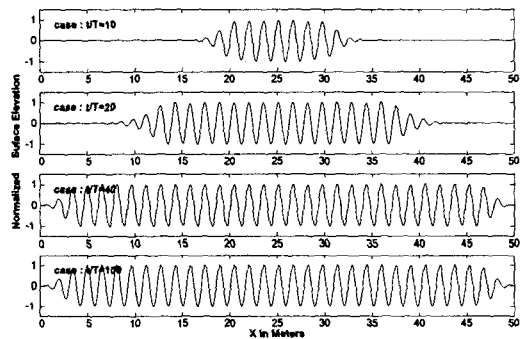


Fig. 2. Snapshots of Surface Elevation at times ($t/T=10, 20, 40, 100$).

4. 모델의 검증

4.1 Kittitanasuan 등(1993)의 수리실험

Kittitanasuan 등(1993)은 다음의 Fig. 3과 계단 모양의 지형에 대해서 수리실험을 실시하였다.

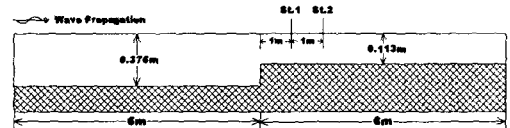


Fig. 3. Experimental set-up for waves over a rectangular step (Kittitanasuan, et. al, 1993).

지형적 특성에 의해 계단을 중심으로 계단 왼쪽과 오른쪽에서 전형적인 선형파와 비선형파가 관

찰되어 본 연구의 지배 방정식의 비선형 파랑의 재현 여부를 확인해 볼 수 있다.

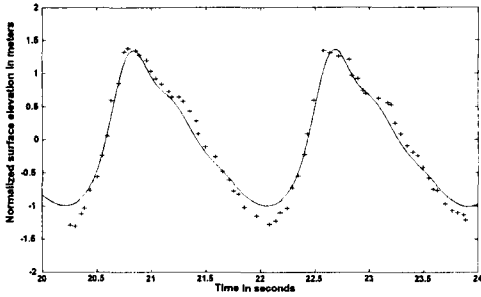


Fig. 4. Comparison between the experimental data (cross points) and the computational results (solid lines) at St.1.

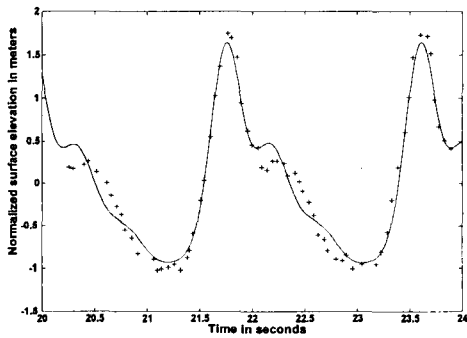


Fig. 5. Comparison between the experimental data (cross points) and the computational results (solid lines) at St.2.

위의 Fig. 3의 지형에 대해 입사파고와 주기를 각각 1.63cm와 1.85sec을 사용하여 수치실험을 실시하였다. 이 때의 계산 결과를 Fig. 3의 St.1 과 St.2 에서의 40초 동안의 수면 변위 자료와 함께 앞의 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다.

Fig. 4와 Fig. 5에서 보면, 파곡 부분에서는 수치 실험 결과가 수치실험 결과보다 약간 낮게 계산되어진다. 하지만, 전반적으로 수치실험 결과는 수치 실험 결과와 잘 일치하고 있다.

4.2 Berkhoff 등(1982)의 수치실험

본지에서는 Berkhoff 등(1982)의 수치실험 결과와 비교 하여 모델의 정확성을 검증한다. Berkhoff

등(1982)의 수치실험에서 사용되는 지형은 다음의 Fig. 6에 나타내었다.

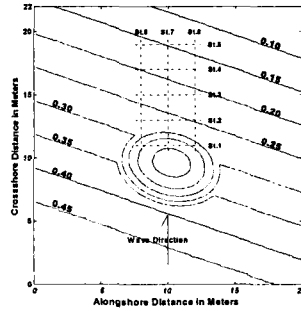


Fig. 6. Experimental set-up by Berkhoff. et. al(1982).

Berkhoff 등(1982)의 수치실험에서 사용되는 지형은 위의 Fig. 3에서도 보이는 것처럼 일정하게 경사진 바닥과 수중천퇴로 구성된다. 이와 같은 지형적 특성상 굴절과 회절이 동시에 일어나는 특성을 보인다. 그리고 이 실험에서의 파랑변형 현상은 비선형파랑 운동의 효과에 영향을 받기도 한다. 실제로 박(1999)은 비선형 환경사 방정식을 위의 수치실험에 적용하여 방정식을 검증한 바 있다.

다음의 Table 1에서 보이는 것과 같은 조건을 사용하여 위의 Fig. 3의 지형에 대해 수치모의 실험을 실시하였다.

Table 1. Input parameters for the experiment of Berkhoff et al.(1982)

Item	Value
Wave Height	0.0464m
Wave Period	1sec
Time increment size	0.01sec
Space increment size	0.1m

이 때, 수치실험 결과를 다음의 Fig. 4에 수치 실험 결과와 함께 나타내었는데, 비선형파랑의 영향을 구분하기 위해서 선형 환경사 방정식인 Maruyama and Kajima(1985)의 계산 결과도 함께 나타내었다.

Fig. 7에서 보면, section 1과 section 3의 중앙부에서는 본 연구의 계산 결과가 수치실험 결과보다 다소 낮은 값이 관찰되고 있으나, 전체적으로 보

면 본 연구의 계산 결과는 수리실험 결과와 잘 일치하고 있다. 그리고 section 5와 section 6의 중앙부에서는 본 연구의 계산 결과가 수리실험 결과와 잘 일치하고 있다.

이로부터 본 연구의 지배 방정식이 기존의 선형 환경사 방정식보다 굴절과 회절 현상을 더욱 잘 고려함을 알 수 있다.

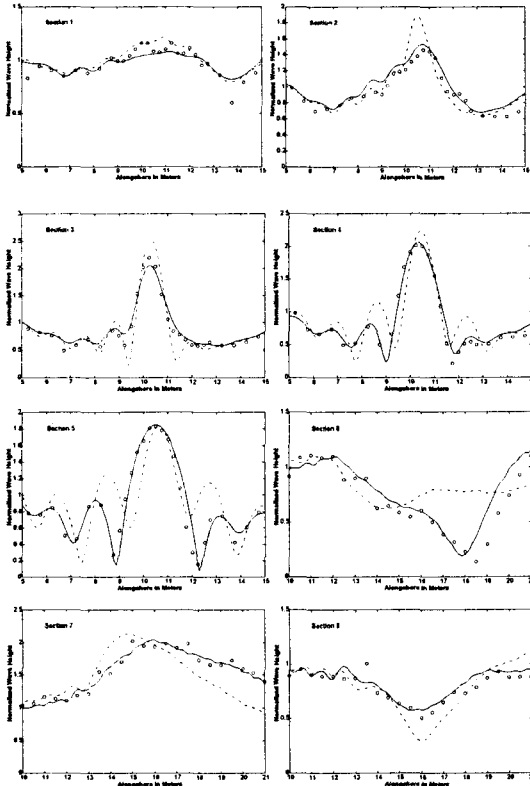


Fig. 7. Comparison between the observed values and the computed values, Maruyama and Kajima's calculations (dashed line), Present study (continuous line), observed values (circle points).

4.3 Suh 등(2001)의 수리실험

Suh 등(2001)은 다음의 식 (20)에서 보이는 것과 같은 shoal 에 대해서 수리실험을 실시하였다.

$$h = 0.3 - b \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) \quad (r \leq R) \quad (20)$$

여기서, R : shoal의 반지름($R = 0.45$), r : shoal의

중심점으로부터의 거리, $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$, $b : 0.18(m)$

이 때, 본 연구에서 사용하고 있는 수심지형도와 파고 관측 위치 등을 각각 다음 Fig. 8과 Fig. 9등에 나타내었다.

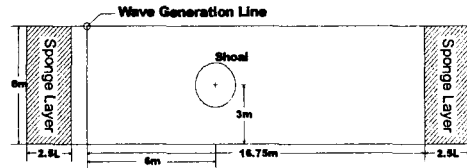


Fig. 8. Computational domain for Suh et al.(2001)'s hydraulic experiment.

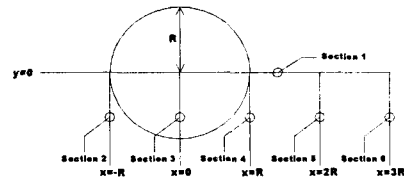


Fig. 9. Wave measurement transects.

Suh 등(2001)은 위의 Fig. 8에서 보이는 것과 같은 계산 영역에 대해 서로 다른 세 주기에 대해서 수치 모의실험을 실시하였다. Suh 등(2001)의 결과, 파장이 긴 $k_0 h_0 = 3$ 인 경우에 급변 수심의 효과가 뚜렷이 나타났다. 이에 본 연구에서는 급변 수심의 효과가 뚜렷이 나타나는 $k_0 h_0 = 3$ 의 경우에 대해서 수치 모의실험을 실시한다.

이 때의 사용한 입사의 파고 및 주기는 각각 0.03m, 1.259sec 등이며, 시간과 공간의 계산 격자는 Suh 등 (2001)이 사용한 값인 0.00834sec 와 0.062818m 등을 각각 사용하였다.

이의 계산 결과를 다음의 Fig. 10에 나타내었다. Fig. 10에는 실험 결과와 본연구의 계산 결과뿐만 아니라, Maruyama and Kajima(1985)의 계산 결과를 함께 나타내어 기존의 환경사 방정식과 본 연구의 지배 방정식을 함께 비교하였다.

전반적으로 본 연구의 계산 결과는 Suh 등(2001)의 수리실험 결과와 비교적 잘 일치함을 보이고 있다. Fig. 10에서 section 1에 해당하는 그림에서 보면 기존의 환경사 방정식과 본 연구의 지배 방정식은 상당히 뚜렷한 차이를 보이면서 본 연구의 계산 결과가 수리 실험 값에 일치하고

다. 그러나 본 연구의 계산 결과가 Suh 등(2001)의 계산 결과에 비해 계산값이 낮은 편이다. 이 이유는 본 연구의 지배 방정식은 Suh 등(2001)의 수정 환경사 방정식과 달리 비선형 효과를 고려하고 있어 계산값이 낮다고 사려된다.

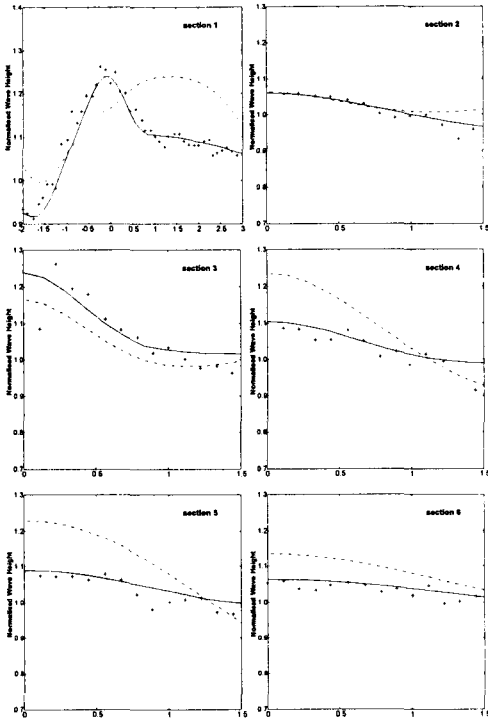


Fig. 10. Comparison between the observed values and the computed values, Maruyama and Kajima's calculations (dashed line), Present study (continuous line), observed values (cross points).

Suh 등(2001)의 수리실험 결과와 비교해 결과, 본 연구의 지배 방정식은 급변 수심에 의한 영향도 또한 잘 고려하고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

Hamiltonian principle을 이용하여 기존의 환경사 방정식을 급변 수심과 비선형 파랑에 대해서 확장하여 새로운 형태의 파랑 방정식을 유도해내었다. 이 때, 얻은 방정식을 비선형천수 방정식과 Boussinesq 방정식등과 함께 비교해 본 결과, 서로 일치하고 있음을 알 수 있었다.

그리고 본 연구에서 구한 지배 방정식을

CTCS(Centered in Time and Centered in Space)기법을 이용하여 수치해석을 실시하였다. 본 연구에서 사용한 수치해석 기법은 explicit scheme의 일종이므로, 안정된 계산 결과를 위해서는 Courant number 가 항상 1보다 작아야만 한다.

본 연구의 지배 방정식을 검증하기 위해서 Berkhoff 등(1982)의 수리실험, Kittitanasuan 등(1993)의 수리실험, 그리고 Suh 등(2001)의 수리실험에 적용하여 검증을 시도하였는데, 비교적 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

감사의 글

동아대학교 지능형통합환경관리연구센터의 연구비 지원에 대해 감사드립니다.

참고문헌

- 천제호,2002, "수정환경사 방정식의 비선형 확장에 관한 연구", 석사학위 논문, 동아대학교 대학원.
- Berkhoff,J.C.W.,1972, "Computation of combined Refraction and Diffraction", Proc. 13rd Int'l Conf. on Coastal Eng. ASCE, pp.471~490.
- Berkhoff, J.C.W, Booij, N. and Radder, A.C. 1982. "Verification of Numerical Wave Propagation of Models for Simple Linear Wave", Coastal Eng., Vol. 6, pp.225~279.
- Chamberlain, P.G. and Porter, D., 1995, "The Modified Mild-Slope Equation", J. Fluid. Mech. Vol. 291, pp.393~407.
- Copeland, G.J.M., 1985, "A practical alternative to the mild-slope wave equation", Coastal Eng. 9 Vol.9, pp.125~149.
- Maruyama, K. and Kajima, R. ,1985, "Two dimensional wave calculation method based on unsteady mild-slope equation", Report Electric Central Res. Inst. No.384041(in Japanese).
- Kirby, J.T. and Misra, M.K.,1998, "A Note on the Modified Mild-Slope Equation", CACR-98-07, Center for Applied Coastal Research, University of Delaware.
- Kittitanasuan, W and Goda, Y.,1993, "Deformation on Nonlinear Waves on a Rectangular Step", Coastal Eng. in Japan, Vol. 36(2), pp.133~153.
- Lee, C., Park, W.S., Cho, Y.-S., and Suh, K.D.

- ,1998, "Hyperbolic mild-slope equation extended to account for rapidly varying topography", Coastal Eng. 34, pp.243~257.
- Lee, C. and Suh, K.D. ,1998, "Internal generation of waves for time-dependent mild-slope equations", Coastal Eng. 34, pp.35~57.
- Lee, J.L and Park, C.S. ,2000,, "Development of Weakly Nonlinear Wave Model and its Numerical Simulation", J. of Korean Soc. of Coastal and Ocean Engineers, Vol. 12(4), pp.181~189.
- Massel, S.R. ,1993, "Extended Mild-Slope Equation for Surface Waves", Coastal Eng. Vol 19, pp.97~126.
- Suh, K.D., Lee, C., Park, Y.-H. and Lee, T.H. ,2001, "Experimental verification of horizontal two-dimensional modified mild-slope equation model", Coastal Eng. 44 pp.1~12.
- Radder, A.C. ,1979, "On the parabolic equation method for water wave 'propagation", J.Fluid Mech. Vol.95, pp.159~176.
- Radder, A.C. and Dingemans, M.W., 1985, "Canonical Equations for Almost Periodic, Weakly Nonlinear Gravity Waves", Wave Motion Vol 7, pp.473~485.
- Radder, A.C ,1999, "Hamiltonian Dynamics of Water Waves", Adv. in Coastal and Ocean Eng. Vol 4, Ed. Philip L-F Liu, World Scientific Pub. Co.
- Wei, G., Kirby, J.T. and Sinha, A. ,1999, "Generation of Waves in Boussinesq Models Using a Source Function Method", Coastal Eng. Vol 36, pp.271~299.
- Whitham, G.B., ,1974, "Linear and Nonlinear Water waves", A Wiley-interscience publication.