

콘크리트의 초기재령특성을 고려한 합성형 휨 부재의 재령종속적 처짐해석

Deflection Analysis of Flexural Composite Members Considering Early-Age Concrete Properties

성원진* 김정현* 윤성욱* 이용학**
Sung, Won Jin Kim, Jeong Hyeon Yun, Sung Wook Lee, Yong Hak

ABSTRACT

An analytical method to predict the flexural behavior of composite girder is presented in which the early-age properties of concrete are specified including maturing of elastic modulus, creep and shrinkage. The time dependent constitutive relation accounting for the early-age concrete properties is derived in an incremental format by expanding the total form of stress-strain relation by the first order Taylor series with respect to the reference time. The sectional analysis calculates the axial and curvature strains based on the force and moment equilibriums. The deflection curve of the box girder approximated by the quadratic polynomial function is calculated by applying to the proper boundary conditions in the consecutive segments. Numerical applications are made for the 3-span double composite steel box girders which is a composite bridge girder filled with concrete at the bottom of the steel box in the negative moment region. The one dimensional finite element analysis results are compared with those of the three dimensional finite element analysis and the analytical method based on the sectional analysis. Close agreement is observed among the three methods.

1. 서론

콘크리트의 건조수축과 크리프 현상 및 탄성계수의 발현은 경화에 의해 진행되는 재령종속적 재료 특성으로서 콘크리트 구조물의 장기거동의 주요 원인이 된다. 콘크리트 구조물의 장기거동 해석에 관한 연구는 건조수축과 크리프 현상을 고려하는 범주에서 수행되어 왔으며 이에 관련한 대부분의 연구는 Bazant에 의해 제안된 재령종속적 보정 탄성계수를 이용하고 있다 (Ghali (1986), Bradford (1991), Jendele 등 (1992), Gilbert 등 (1995), Chiu 등 (1996), Kwak 등 (2000)). 재령종속적 보정탄성계수를 사용한 수식화 결과는 매우 간단한 결과로 표현되나 재령종속적 보정탄성계수가 갖는 원천적 의미의 복잡성과 구성하는 각 계수의 수치해석적 복잡성 및 계수 사용 값에 따른 수치해석 결과의 변동은 개선되어야 할 점으로 인식된다.

본 연구에서는 콘크리트의 비역학적(non-mechanical) 및 역학적(mechanical) 재료특성을 고려하여 휨을 받는 합성형 거더의 시간종속적 거동해석을 수행하기 위한 단면증분해석법의 정식화를 수행하였다. 제안된 해석방법에 근거하여 부모멘트 구간의 강박스 하단에 콘크리트를 타설한 이중합성 박스거더의 재령종속적 거동해석을 수행하였다.

* 정회원, 건국대학교 토목공학과 대학원

** 정회원, 건국대학교 토목공학과 교수

2. 응력-변형률의 증분관계

콘크리트의 비역학적 및 역학적 재료성질을 고려한 증분구성관계를 Taylor 급수확장을 총 응력-변형률 관계에 적용하여 현재시간에 관해 선형적으로 확장함으로써 유도하였다. 여기에서 요구되는 총 응력-변형률의 관계는 콘크리트와 강재 및 철근으로 구성되는 강 합성 거더의 임의 단면에 발생하는 총 변형률을 비역학적 및 역학적 변형률로 분리하고 변형률 적합조건을 적용하여 유도하였다. 재령에 따른 탄성계수의 발현, 크리프 및 건조수축 변형률은 KCI, ACI, 혹은 fip 의 관계식을 사용한다.

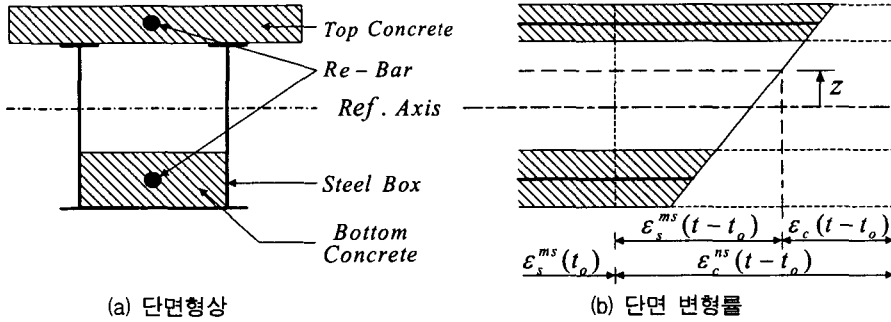


그림 1. 강 합성 박스거더의 단면 변형률

그림 1은 콘크리트에 작용된 비역학적 변형으로 인해 강 합성 박스거더의 단면에 발생된 변형률을 보여준다. 콘크리트의 건조수축 및 크리프 현상으로 인한 비역학적 변형은 콘크리트와 강재의 상호작용으로 인해 각각의 단면에 역학적 변형을 초래한다. 그림 1(b)에 보여진 바와 같이 t_0 에서 t 로의 시간변화 동안에 발생하는 콘크리트의 비역학적 변형률 $\epsilon_c^{ns}(t-t_0)$ 로 인해 강재와 콘크리트에는 각각 $\epsilon_s^{ms}(t-t_0)$ 와 $\epsilon_c(t-t_0)$ 의 역학적 변형률이 발생한다. 이때 현재시간 t 에서 강재 단면에 발생한 총 변형률 $\epsilon_s^{ms}(t)$ 을 단면깊이에 따른 일정변형률 $\epsilon_0(t)$ 과 곡률 $\phi(t)$ 로 분리하여 강재박스과 콘크리트 단면 및 철근에 발생하는 변형률을 표현하면 각각 다음과 같다.

$$\epsilon_b^{ms}(t) = \epsilon_0(t) + \phi(t)z, \quad \epsilon_c(t) = \epsilon_s^{ms}(t) - \epsilon_c^{ns}(t), \quad \epsilon_s^{ms}(t) = \epsilon_0(t) + \phi(t)z_{si} \quad (1)$$

여기서, z 와 z_{bi} 는 기준축으로부터 단면깊이와 i 번째 철근의 깊이를 각각 나타낸다. 식 (1)의 비역학적 변형률 $\epsilon_c^{ns}(t) = \epsilon_{sh}(t) + \epsilon_{cr}(t)$ 이며, 역학적 변형률을 구성하는 성분은 건조수축과 크리프 및 하중작용으로서 $\epsilon_s^{ms}(t) = \epsilon_s^{sh}(t) + \epsilon_s^{cr}(t) + \epsilon_s^h(t)$ 이 된다. 현재시간 $t = t_n$ 에 관하여 Taylor의 급수확장을 이용하여 선형적으로 확장하고 강재박스과 콘크리트 단면 및 철근의 응력 증가율 $\dot{\sigma}_b, \dot{\sigma}_c, \dot{\sigma}_s$ 은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_b &= E_b \dot{\epsilon}_b^{ms} \\ \dot{\sigma}_c &= \left. \frac{\partial \sigma_c}{\partial E_c} \right|_{t=t_n} \dot{E}_c + \left. \frac{\partial \sigma_c}{\partial \epsilon_c} \right|_{t=t_n} \dot{\epsilon}_c \\ \dot{\sigma}_s &= E_s \dot{\epsilon}_s^{ms} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $(\partial \sigma_c / \partial E_c)_{t=t_n} = \epsilon_c(t=t_n)$ 이고, $(\partial \sigma_c / \partial \epsilon_c)_{t=t_n} = E_c(t=t_n)$ 이므로 콘크리트의 응력 증가율 $(\Delta \sigma_c = \sigma_{n+1} - \sigma_n)$ 을 시간 $t = t_n$ 에서 t_{n+1} 까지의 유한시간 증분으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Delta \sigma_c = [E_c(t_{n+1}) - E_c(t_n)] \epsilon_c(t_n) + E_c(t_n) \Delta \epsilon_c \quad (3)$$

3. 단면 해석

응력-변형률 증분관계에서 변형률을 기준축에 관하여 일정변형률과 곡률항으로 분리하고 힘 및 모멘트 평형 방정식을 구성하여 변형률에 관한 두 미지수를 계산하는 관계식을 유도한다. 정식화 과정에

서 크리프 변형률은 기준시간에 계산된 변형률을 일정변형률과 곡률변형률로 분리하고 일정변형률은 단면깊이를 따라 일정한 크리프 변형률을 초래하는 반면에, 곡률변형률은 중립축을 기준으로 인장은 인장방향으로 압축은 압축방향으로 각각 크리프 변형률을 초래하는 것으로 가정하여 수식화한다. 이러한 가정은 크리프 변형률에 의한 중립축의 변화가 비교적 크지 않다는 가정에 근거를 둔다.

3.1 힘의 평형 증분 관계식

그림 1의 합성형 강 박스 거더 단면에서 강재, 콘크리트 및 철근에 작용하는 힘을 각각 F_b , F_c , 및 F_s 라 하면 단면에 작용하는 힘의 평형관계식 $\sum \dot{F}=0$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\int_{A_b} \dot{\sigma}_c dA_b + \int_{A_c} \dot{\sigma}_c dA_c + \int_{A_s} \dot{\sigma}_s dA_s = 0 \quad (4)$$

식 (1)과 (2)을 (4)에 대입하고 콘크리트 순단면적 A_c 을 총 단면적 A_g 로 변환하여 적분을 수행하면 다음과 같이 표현된다.

$$A_r \dot{\epsilon}_o + G_r \dot{\phi} = \dot{F} \quad (5)$$

여기서

$$A_r = E_c A_g + E_b A_b + \sum_i (E_s - E_c) A_{si} \quad , \quad G_r = E_c G_g + E_b G_b + \sum_i (E_s - E_c) A_{si} z_{si} \quad (6)$$

여기서 A_g 와 G_g 는 총단면적과 총단면적의 기준축에 대한 단면 1차 모멘트를 각각 의미하며 A_b 와 G_b 는 강재의 경우를 의미한다. z_{si} 는 기준축으로부터 i 번째 철근까지의 거리이며, A_{si} 는 i 번째 철근의 단면적을 의미한다. 식 (5)의 우변 항 \dot{F} 는 비역학적 변형률에 의해 발생하는 단면력을 의미하며 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{F} = \int E_c \dot{\epsilon}_{ns} dA_g - \int \{ \dot{E}_c (\epsilon_{on} + \phi_n z - \epsilon_{ns}^n) \} dA_b + \sum_i \dot{E}_c (\epsilon_{on} + \phi_n z_{si} - \epsilon_{ns}^n) A_{si} \quad (7)$$

여기서 ϵ_{on} , ϕ_n , ϵ_{ns}^n 및 E_c 는 각각 시간 $t = t_n$ 에서 평가된 ϵ_{on} , ϕ , ϵ_{ns} 및 E_c 를 의미한다. 식 (7)에서 크리프 변형률과 건조수축 변형률을 각각 초기상태 변형률과 최종상태 변형률에 시간중속적 계수를 곱한 형태의 일반적인 시방서 규정함수를 사용하면 크리프 변형률 $\epsilon_{cr}(t) = C_c(t)(\epsilon_{ok} + \phi_k z)$, 건조수축 변형률 $\epsilon_{sh}(t) = S_c(t)\epsilon_{shu}$ 로 표시되며 이 경우에 각각의 증분율 관계는 $\dot{\epsilon}_{cr}(t) = \dot{C}_c(t)(\epsilon_{ok} + \phi_k z)$ 과 $\dot{\epsilon}_{sh}(t) = \dot{S}_c(t)\epsilon_{shu}$ 로 표시된다.

3.2 모멘트 평형의 증분관계식

그림 1의 합성형 강 박스 거더 단면에서 강재, 콘크리트 및 철근에 작용하는 모멘트를 각각 M_b , M_c , 및 M_s 라 하면 단면에 작용하는 모멘트의 평형관계식 $\sum \dot{M}=0$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\int_{A_b} \dot{\sigma}_c z dA_b + \int_{A_c} \dot{\sigma}_c z dA_c + \int_{A_s} \dot{\sigma}_s z dA_s = 0 \quad (8)$$

식 (1)과 (2)를 (8)에 대입하고 콘크리트 순단면적 A_c 을 총 단면적 A_g 로 변환하여 적분을 수행하면 다음과 같이 표현된다.

$$G_r \dot{\epsilon}_o + I_r \dot{\phi} = \dot{M} \quad (9)$$

여기서

$$I_r = E_c I_g + E_b I_b + \sum_i (E_s - E_c) A_{si} z_{si}^2 \quad (10)$$

여기서 I_g 와 I_b 는 총 단면적과 강재 단면의 기준축에 대한 단면 2차 모멘트를 각각 의미한다. 식 (9)의 우변 항 \dot{M} 는 비역학적 변형률에 의해 발생하는 단면력을 의미하며 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{M} = \int E_c \dot{\epsilon}_{ns} z dA_g - \int \{ \dot{E}_c (\epsilon_{on} + \phi_n z - \epsilon_{ns}^n) \} z dA_b + \sum_i \dot{E}_c (\epsilon_{on} + \phi_n z_{si} - \epsilon_{ns}^n) A_{si} z_{si} \quad (11)$$

증분형태의 일정변형률 $\dot{\epsilon}_o$ 과 $\dot{\phi}$ 는 식(5)와 (9)를 행렬식으로 표현한 다음식으로 계산 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} A_R & G_R \\ G_R & I_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_o \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{F} \\ \dot{M} \end{bmatrix} \quad (12)$$

4. 변위일치법을 이용한 처짐해석

변위일치법을 사용하여 구조물의 부정정력을 계산하고 처짐해석을 통해 처짐을 계산하는 일련의 해석적 방법을 개발한다.

4.1 정정구조물 상태에서의 처짐

그림 2의 부정정구조물을 정정구조물화하여 단면해석법을 적용하여 처짐을 계산한다. 그림 2에 보여진 바와 같이 구조물은 전 구간을 걸쳐 균질한 단면이 아니므로 단면과 경계조건이 변화하는 위치를 기준으로 하여 구간으로 분리하고 각 구간에서 단면해석을 수행하여 곡률 증분량 ϕ 을 계산한다. 계산된 ϕ 값을 사용하여 처짐증분량을 계산하는 관계는 다음과 같다.

$$\theta = - \int \phi dz, \quad w = \int \theta dz \quad (13)$$

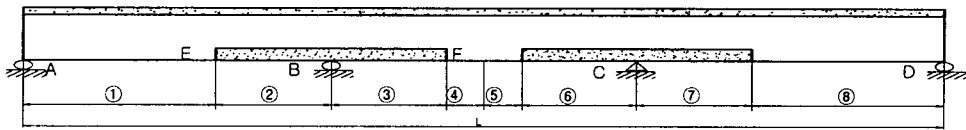
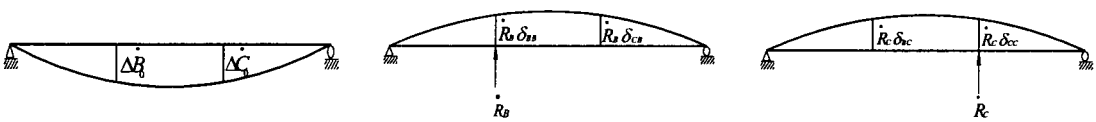


그림 2. 3경간 연속 이중합성 거더의 단면해석구간

식 (13)을 사용하여 각 구간별로 처짐방정식을 유도하여 처짐을 계산하는 경우에는 각 구간의 처짐방정식이 두 개의 적분상수를 갖게 되므로 3경간 연속의 경우에는 좌우 대칭을 고려할 경우에 총 8개의 적분상수를 갖게되어 다음의 경계조건을 필요하게된다 : $w_1(x=0, t)=0, \theta_4(x=L/2, t)=0, w_1(L_E, t)=w_2(L_E, t), \theta_1(L_E, t)=\theta_2(L_E, t), w_2(L_B, t)=w_3(L_B, t), \theta_2(L_B, t)=\theta_3(L_B, t), w_3(L_F, t)=w_4(L_F, t), \theta_3(L_F, t)=\theta_4(L_F, t)$. 여기서, $w_i(x, t)$ 는 구간 i 의 처짐에 관한 증분방정식이고, $\theta_i(x, t)$ 는 구간 i 에서 처짐각에 관한 증분방정식이다. L_i 는 그림 2에서 점 A를 기준으로 하는 점 i 의 위치를 의미한다.

4.2 부정정계에서의 처짐해석

그림 3는 부정정력이 작용할 때 구조물의 처짐형상을 보여주고 ΔB_0 와 ΔC_0 는 정정구조물 상태에서 내측지점 B와 C에서의 처짐량을 나타내며, δ_{ij} 는 j 점에 작용된 단위 힘에 의해 i 점의 처짐을 의미한다.



(a)정정구조물계의 처짐

b)에 부정정력을 작용시킨 경우

(c) 지점 C에 부정정력을 작용시킨 경우

그림 3. 부정정 구조물의 처짐

내측지점 B와 C의 부정정력 R_B 와 R_C 는 다음의 관계식을 통해 계산한다.

$$\Delta B_0 + R_B \delta_{BB} + R_C \delta_{BC} = 0, \quad \Delta C_0 + R_B \delta_{CB} + R_C \delta_{CC} = 0 \quad (14)$$

부정정력 R_B 와 R_C 을 식 (14)로부터 구한 후 이 힘에 의해 생기는 처짐을 모멘트와 곡률의 증분관계인 $M = EI \phi + EI \dot{\phi}$ 와 식 (13) 및 경계조건을 이용하여 계산한다. 이러한 방법을 통해 계산한 R_B 와 R_C 가 구조물에 작용하여 생기는 처짐을 앞에서 구한 정정 구조물 상태에서의 처짐과 중첩함으로써 최종 처짐값을 계산한다.

5. 이중합성 강박스 거더의 초기재령 거동해석

이중합성 강 박스 거더는 박스의 부모멘트 구간인 내측 지점부 하단에 콘크리트를 타설함으로써

중립축 하단 강재에 발생하는 큰 압축응력을 콘크리트가 분담하게 하는 그림 4와 같은 구조형식이다. 단면해석에 근거한 이론적 해석방법을 이용하여 이중합성 강 박스 거더의 초기재령에서의 거동해석을 수행했으며 그 결과를 시간종속적 유한요소 해석법과 비교 검증하였다.

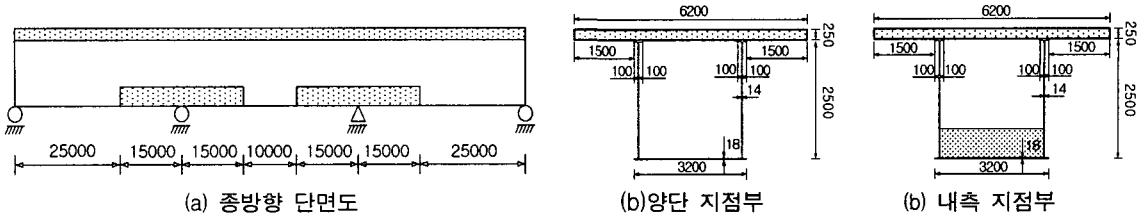


그림 4. 이중합성 강 박스 거더 단면도 (단위 : mm)

5.1 건조수축에 의한 초기재령 거동

내측지점 하단부 전·후 각 15m 구간에 콘크리트를 타설한 40m 지간 3경간 연속 이중합성 강 박스 거더의 교축 및 교축직각 방향 단면 형상이 그림 4와 같다. 해석에 사용된 재령 28일 콘크리트 탄성계수 $E_{28} = 2.5 \times 10^4 \text{MPa}$ 이고 강재의 탄성계수는 $E_s = 2.1 \times 10^5 \text{MPa}$ 이며, 최종 건조수축 변형률은 8×10^{-4} 이다. 크리프 계수 $C_c(t) = t^{0.6} / (10 + t^{0.6}) C_u$ 이고 건조수축 계수 $S(t) = t / (t + 35)$, 콘크리트 탄성계수 $E_c(t) = \sqrt{t / (4 + 0.85t)} E_{28}$ 을 사용하였다. 하부 콘크리트의 타설두께 변화에 따른 거동변화를 분석하기 위해 타설 두께는 0, 200, 400, 600mm의 네 경우로 나누어 해석을 수행하였다.

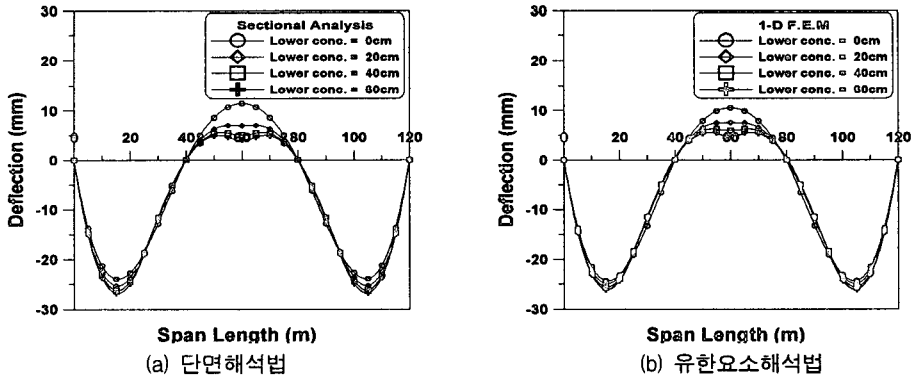


그림 5. 부모멘트 구간의 콘크리트 타설두께 변화에 따른 건조수축 처짐곡선

그림 5(a)는 시간 $t=360$ 일에 강 박스의 상부슬라브와 부모멘트 구간 하단부 콘크리트의 건조수축 작용에 의해 발생하는 처짐해석결과를 보여준다. 부모멘트 구간 콘크리트 타설두께가 증가함에 따라 중앙지간 처짐량은 감소하는 반면에 외측 경간에서의 처짐량은 증가하는 결과를 보여준다. 부모멘트 구간 하단에 콘크리트가 타설되지 않은 경우에는 외측 경간 상부슬라브 콘크리트의 수축작용으로 인해 외측 경간에서는 하향의 처짐이 발생하나 중앙경간에서는 양 외측 경간 콘크리트의 하향처짐이 중앙경간에 대해 작용하는 부정정 효과로 인해 상향 처짐이 발생한다. 부모멘트 구간 하단부에 콘크리트가 타설된 경우에는 이 콘크리트의 건조수축으로 인해 중앙경간이 하향으로 처지게 되어 결과적으로 중앙지간 처짐이 감소하게 되며, 부모멘트 구간의 콘크리트 타설두께가 증가함에 따라 중앙경간 처짐이 점점 감소하게 된다. 콘크리트의 건조수축으로 인한 중앙경간 상향처짐은 상부슬라브 콘크리트에 인장응력을 초래하므로, 콘크리트 건조수축에 대한 보강을 필요로 하게 된다. 결과적으로 부모멘트 구간 하부에 타설된 콘크리트는 이러한 인장응력의 크기를 감소하게 하는 효과를 갖게 됨을 알 수 있다. 부모멘트 구간 콘크리트 타설두께가 증가함에 따라 처짐의 감소 및 증가량은 일정한 값으로 수렴함을 알 수 있는데 이는 근본적으로 콘크리트 타설두께가 중립축 높이로 접근하고 있음을 의미한다. 그림

5(b)는 식 (2)의 콘크리트 구성관계에 근거하여 1차원 보 요소를 사용한 유한요소해석법을 이용하여 계산한 처짐곡선을 보여준다. 해석적 방법에 의한 결과가 유한요소법에 의해 계산된 결과와 매우 잘 일치함을 알 수 있다.

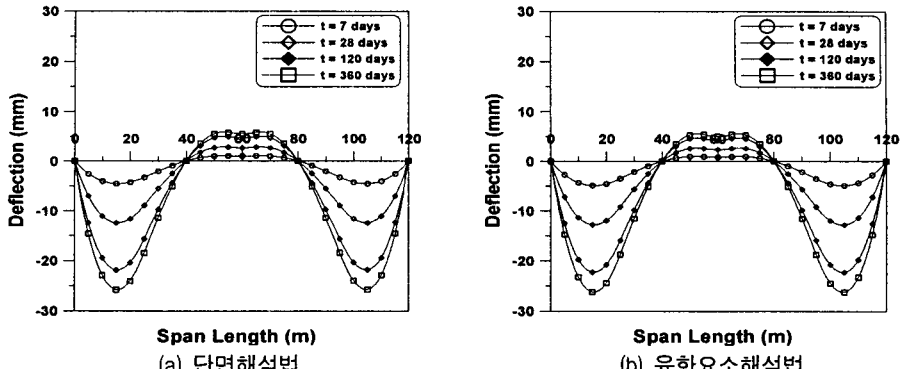


그림 6. 시간의 경과에 따른 처짐곡선의 변화 (콘크리트 타설두께 400mm)

그림 6은 부모멘트 구간 콘크리트 타설두께가 400mm인 경우에 시간 $t=7, 28, 120, 360$ 일로 경과함에 따라 변화하는 처짐곡선을 보여준다. 시간이 경과함에 따라 처짐량은 증가하나 처짐의 증가율은 지속적으로 경과함으로써 최종적인 처짐은 일정한 값으로 수렴하고 있음을 보여주며 해석결과를 유한요소 해석결과와 비교하고 있다.

5. 결론

초기재령 콘크리트의 탄성계수 변화와 크리프 및 건조수축 현상을 고려하는 강 합성 거더의 시간 종속적 처짐해석을 수행하였다. 초기재령 콘크리트의 탄성계수 발현과정을 고려한 구성관계는 총 응력-변형을 관계를 Taylor의 선형급수 확장을 이용하여 기준시간에 관하여 확장함으로써 시간종속적 증분형태로 유도하였다. 강 박스거더의 단면형상 변화 위치와 지점부를 기준하여 거더를 분할하고 분할된 구간에서 단면해석을 통해 곡률을 구하여 2차 다항식으로 가정한 처짐곡선에 경계조건을 적용함으로써 처짐곡선의 증분관계식을 유도하였다. 부모멘트 구간의 강박스 하단에 콘크리트를 타설한 이중합성 박스거더의 초기재령 거동해석을 수행하였다. 끝으로, 3차원 시간종속적 유한요소해석법과 단면해석을 이용한 이론적 해석방법에 의한 두 해석결과와 비교함으로써 해석의 정확성을 검증하였다.

참 고 문 헌

- Bradford, M. A., (1991), "Deflections of Composite Steel-Concrete Beams Subject to Creep and Shrinkage ", ACI Structural J., Vol.88, No.5, pp.610-614.
- Chiu, H. S., Chern, J. C. and Chang, K. C., (1996), "Long-Term Deflection Control in Cantilever Prestressed Concrete Bridges ", Journal of Engineering Mechanics, Vol.122, No.6, June, pp.495-501.
- Ghali, A., (1986), "A Unified Approach for Serviceability Design of Prestressed and Non-Prestressed Reinforced Concrete Structures ", PCI Journal, Vol.31, No.2, March-April, pp.118-137.
- Gilbert, R. I. and Bradford, M. A.,(1995), "Time-Dependent behavior of continuous Beams at service loads ", J. of Structural Engineering, ASCE, Vol.121, No.2, pp.319-327.
- Jendele, L. and Phillips, D. V., (1992), "Finite Element Software for Creep and Shrinkage in Concrete ", Computers & Structures, Vol.45, Issue.1, pp.113-126
- Kwak, H. G. and Seo, Y. J., (2000), "Long-Term Behavior of Composite Girder Bridges ", Computers & Structures, Vol.74, Issue.5, June, pp.583-599.