

# 크기효과를 고려한 고강도 콘크리트 보의 전단강도 예측식 제안

## Prediction of Shear Strength in High-Strength Concrete Beams Considering Size Effect

배영훈\*                      윤영수\*\*

Bae, Young Hoon    Yoon, Young Soo

### ABSTRACT

To modify some problems of ACI shear provisions, ultimate shear strength equation considering size effect and arch action to compute shear strength in high-strength concrete beams without stirrups is presented in this research. Three basic equations, namely size reduction factor, rho factor, and arch action factor, are derived from crack band model of fracture mechanics, analysis of previous some shear equations for longitudinal reinforcement ratio, and concrete strut described as linear function in deep beams. Constants of basic equations are determined using statistical analysis of previous shear testing data. To verify proposed shear equation for each variable, namely  $d$ ,  $\rho$ ,  $f'_c$  and  $a/d$ , about 250 experimental data are used and proposed shear equation is compared with ACI 318-99 code, CEB-FIP Model code, Kim & Park's equation and Zsutty's equation. While proposed shear equation is simpler than other shear equations, it is shown to be economical predictions and reasonable safety margin. Hence proposed shear strength equation is expected to be applied to practice shear design.

### 1. 서    론

최근 건설 현장에서는 콘크리트 구조물의 대형화, 장대화 그리고 고강도화가 이루어지고 있다. 그러나 건설 현장의 현 추세에서는 구조물 크기의 증가에 따른 사인장 균열폭의 증대와 콘크리트 강도의 증가에 따른 취성적 특성이 콘크리트 구조물의 전단강도를 감소시켜 전단파괴를 야기할 수 있다. 따라서 콘크리트 구조물의 대형화, 장대화 그리고 고강도화에 따른 전단강도의 예측은 중요한 문제이지만 현행 ACI 318-99의 전단강도 예측식으로는 다음과 같은 문제점으로 인해 전단강도의 합리적인 예측이 어렵다.

- ① 전단강도에 영향을 미치는 다양한 변수의 기여도를 적절히 나타내지 못한다. 특히 콘크리트 강도에 의한 효과를 과대평가한 반면 인장철근비, 전단지간비 등의 효과는 과소평가 되고 있다.
- ② 저강도에 근거한 식이므로 고강도 콘크리트 보에 적용할 수 없다.
- ③ cracking strength 개념이므로 극한강도에는 적용할 수 없다. 또한  $v_{cr}$ 은 관찰자의 주관적인 판단에 의존하기 때문에 균일한 안전율을 가진다고 볼 수 없다.

\* 정회원, 금호엔지니어링 구조부 사원

\*\* 정회원, 고려대학교 토목환경공학과 교수

④ 깊은 보에서의 arch action과 slender beam에서의 beam action 사이의 거동 차이점을 적절히 설명하지 못한다.

⑤ 크기효과를 고려할 수 있는 항이 포함되어 있지 않다.

따라서 본 연구에서는 비선형 파괴역학에서 유도될 수 있는 유효깊이 항과 크기효과에 영향을 미치는 인장철근비 항, 그리고 깊은 보에서 arch action을 반영하기 위한 전단지간비 항을 기존의 실험데이터를 이용한 선형 및 비선형 회귀분석을 통해 결정하고 이를 ACI 318-99 code의 전단강도 예측식에 포함시킴으로써 크기효과를 비롯한 여러 문제점이 개선된 실무 적용성이 가능한 전단강도 예측식을 제안하고자 한다.

## 2. 전단강도 예측식의 제안

ACI 전단강도 예측식을 수정한 고강도 콘크리트 보의 전단강도 예측식의 제안을 위해 기존의 실험 데이터를 이용하여 비선형 회귀분석을 실시하였다. 비선형 회귀분석시 실험값만을 이용하지 않고 실험값과 ACI 전단강도 예측식 값의 비율을 이용한 잔차보정 방식을 채택하였다. 일반적으로 잔차라고 하면 실험값과 예측값의 차를 의미하지만 반응변수의 단위에 따라 잔차의 값 변화가 민감하기 때문에 잔차를 무차원화 할 필요가 있다. 따라서  $\frac{v_{exp}}{v_{ACI}}$  = 무차원 값이 오차항이 되며 이 오차항의 보정을 통해 ACI 전단강도 예측식을 수정하였으며, 제안식의 기본 형태는 식 1, 2와 같다.

$$v_{proposed} = v_{aci} f_{sr}(d) f_{si}(\rho) \quad (1)$$

$$v_{proposed} = f_{aa}(a/d) v_{aci} f_{sr}(d) f_{si}(\rho) \quad (2)$$

### 2.1 Size reduction factor의 결정

Size reduction factor의 제안을 위해 Collins 등Michael P.의 실험체를 선택하였으며, 표 1에 제시되어 있다. 이 실험체를 선택한 이유는 콘크리트 보의 유효깊이를 제외한  $f'_c$ ,  $\rho$ ,  $a/d$ 가 고정되어 있어서 콘크리트의 고강도화에 따른 크기효과에 대한 취약성, 즉

표 1 Size reduction factor 제안을 위한 실험데이터

Specimen	$f'_c$ (MPa)	$\rho$	$a/d$	d (mm)	$\frac{v_{exp}}{v_{ACI}}$
BRL100	94.0	0.0050	3	925	0.36
BH100	98.0	0.0076	3	925	0.42
BH50	98.0	0.0081	3	450	0.59
BH25	98.0	0.0089	3	225	0.76

표 1 Size reduction factor 제안을 위한 실험데이터

전단강도 감소 경향에 대한 파악이 용이할 것으로 판단하였기 때문이다. Size reduction factor의 기본형태는 파괴역학의 Crack band model에서 도입하였으며 기본 형태는  $k_1(1 + k_2d)^{k_3}$ 이며 상수  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ 는 비선형 회귀분석을 통해 결정하였다. 비선형 회귀분석을 위해 사용된 프로그램은 OriginLab 통계 프로그램이며, 300회의 반복을 통해 각각의 상수를 도출하였다. 비선형 회귀분석의 결과 얻어진 상수 값들을 size reduction factor 기본식에 대입하게 되면 식 3과 같은 size reduction factor를 얻을 수 있다.

$$f_{sr}(d) = 9.001 \times (1 + d)^{-0.45} \quad (3)$$

### 2.2 $\rho$ factor의 결정

$\rho$  factor의 제안을 위해 Dino Angelakos et al.의 실험체를 선택하였다. 이 실험체를 선택한 이유는 기하학적 유사성을 지니면서 동일하거나 비슷한 범위의  $a/d$ 와  $f'_c$  값을 나타내고 있으며, 1% 이하로 설정된

인장철근비를 통해 취약한 상황에서 재현된  $\rho$  factor는 설계 측면에서 안전율을 부여할 것으로 판단하였기 때문이다. Dino Angelakos 등의 실험체는 표 2에 제시되어 있다.  $\rho$  factor의 기본형태는 CEB-FIP Code

표 2  $\rho$  factor의 제안을 위한 실험데이터

나 다른 제안식에서 표현되는 것과 유사한  $\rho$ 의 누승 형태인  $k_4 \rho^{k_5}$ 이다. 상수  $k_4$ ,  $k_5$ 는 OriginLab 통계 프로그램을 이용하여 결정하였으며, 500번의 반복을 통해 각각의 상수를 도출하였다. 비선형 회귀분석의 결과 얻어진 상수 값들을  $\rho$  factor의 기본식에 대입하면 식 4와 같은  $\rho$  factor를 얻을 수 있다.

Specimen	$f'_c$ (MPa)	$\rho$	$a/d$	d (mm)	$\frac{v_{exp}}{v_{ACI}}$
DB120	21	0.0101	3	925	0.84
DB130	32	0.0101	3	925	0.71
DB140	38	0.0101	3	925	0.63
DB230	32	0.0209	3	925	0.93
DB0.530	32	0.0050	3	925	0.63

$$f_{si}(\rho) = 2.8\rho^{0.289} \quad (4)$$

### 2.3 Slender beam에서의 전단강도 예측식의 결정

Size reduction factor와  $\rho$  factor가 서로 독립이라고 가정했을 때의 예측식의 형태가 식 1에 제시되었고, 위에서 유도된 size reduction factor와  $\rho$  factor를 대입하면 식 5와 같은 전단강도 예측식을 얻을 수 있다.

$$v_{proposed} = 4.21 \frac{\sqrt{f'_c} \rho^{0.289}}{(1+d)^{0.45}} \quad (5)$$

위의 제안식은 균열강도 값인데 크기효과는 균열거동에 바탕을 두었으며 초기 사인장 균열이 발생하기 전까지는 크기효과에 의한 전단강도 감소는 미미하거나 거의 발생하지 않으며, 복부 부분에 최초의 사인장 균열이 발생할 때의 시점에 대한 인지와 균열하중에 대한 정의는 관찰자의 판단에 따라 다를 수 있다. 따라서 극한파괴보다 오히려 균열 시점에 대한 설계는 균일한 안전율을 확보할 수 없기 때문에 전단강도 예측식은 균열강도이기 보단 극한강도이어야 한다. R.C. 보에서 보유전단내력이란 처음 사인장균열이 발생하였을 때 전단에 의한 취성파괴를 어느 정도 연장해 주는가하는 능력을 말하며, Johnson과 Ramirez는 이러한 보유전단내력을 극한전단강도  $v_u$ 와 처음 사인장균열을 야기하는 전단강도  $v_{cr}$ 의 차인  $(v_u - v_{cr})$ 과 같은 양적인 개념으로 정의하였다. 전단철근이 없는 보에서  $v_u$ 와  $v_{cr}$ 을 동시에 측정한 Kani, Thurston 과 Mphonde 등의 실험결과를 통해서 이러한 보유전단내력 관점을 적용하면 균열강도에서 극한강도를 얻기 위해 10%를 증진시킬 필요가 있다. 식 5는 식 6과 같이 나타낼 수 있다.

$$v_{proposed} = 4.631 \frac{\sqrt{f'_c} \rho^{0.289}}{(1+d)^{0.45}} \quad (6)$$

제안식이 보유하여할 요건 중에서 중요하게 고려할 부분이 단순성과 안전율이다. 따라서 실무 적용을 위한 단순성과 안전율을 고려하면 각 factor는 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$(1+d)^{-0.45} \rightarrow (1+d)^{-0.4}, \rho^{0.289} \rightarrow \rho^{0.25}, 4.631 \rightarrow 4.65$$

따라서  $a/d > 2.5$ 인 범위에서 고강도 콘크리트 보의 전단강도 예측식은 최종적으로 식 7과 같이 나타낼 수 있다.

$$v_{proposed} = 4.65 \frac{\sqrt{f'_c \cdot \rho^{0.5}}}{(1 + d)^{0.4}} \text{ (MPa, mm)} \quad (7)$$

### 2.4 깊은 보 전단강도 예측식의 결정

사인장 균열 발생 이후 깊은 보에서는 응력의 재분배가 일어나게 되고 arch action으로 인해 전단강도가 slender beams보다 크며 따라서 식 7을 전단지간이 2.5 이하인 깊은 보에 사용하게 되면 전단강도의 예측이 지나치게 보수적이게 된다. 따라서 식 7에 arch action을 고려한 항이 곱해질 필요가 있다.

Arch action factor의 제안을 위해 신성우 등의 실험체를 선택하였으며 실험체는 표 3에 제시되어 있다. 이 실험체를 선택한 이유는 고강도 콘크리트 보에서 동일한  $\rho$ 와  $f'_c$  값을 가질 때, 1.5에서 2.5의 전단지간을 가지는 깊은 보의 전단강도의 증가경향을 파악하기가 용이할 것으로 판단했기 때문이다. 깊은 보의 전단강도 증가를 정확히 반영하기 위해서는 비선형 회귀분석을 수행할 수도 있지만 회귀분석의 간편함과 안전율을 고려하여 선형 회귀분석을 실시하였다. 회귀분석의 기본 형태는  $k_6 + k_7(a/d)$ 이며, OriginLab 통계 프로그램을 이용하여 200번의 반복을 거쳐 상수  $k_6$ 와  $k_7$ 을 결정하였으며, 10%의 안전율과 실무 적용을 위한 단순성을 고려하면 선형회귀분석에 의해 얻어진 상수의 값은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$k_6 = 6.08 \rightarrow 5.5, \quad k_7 = -1.68 \rightarrow -1.5$$

따라서  $a/d \leq 2.5$  인 범위에서 고강도 콘크리트 보의 전단강도 산정식은 최종적으로 식 8과 같다.

표 3 Arch action factor 제안을 위한 실험데이터

Specimen	$f'_c$ (MPa)	$\rho$	$a/d$	d (mm)	$\frac{v_{exp}}{v_{ACI}}$
MHB1.5-0	52	0.0377	1.5	215	3.49
MHB2.0-0	52	0.0377	2.0	215	2.72
MHB2.5-0	52	0.0377	2.5	215	1.74
HB1.5-0	73	0.0377	1.5	215	3.70
HB2.0-0	73	0.0377	2.0	215	2.59
HB2.5-0	73	0.0377	2.5	215	2.09

$$v_{proposed} = \left(5.5 - 1.5 \frac{a}{d}\right) 4.65 \cdot \frac{\sqrt{f'_c \rho^{0.5}}}{(1 + d)^{0.4}} \quad (8)$$

### 3. 전단강도 제안식의 검증

크기효과와 arch action의 반영을 위해 각 factor의 선형 및 비선형 회귀분석을 통해 유도된 제안식의 통계적 검증 및 4개의 전단강도 예측식과의 비교를 위해 고강도 콘크리트 보에 대한 데이터 41개, 저강도 콘크리트 보에 대한 데이터 173개, 그리고 고강도의 깊은 보에 대한 데이터 33개를 수집하였다. 통계분석은 SPSS ver. 10.0을 이용하였으며, 평균, 표준편차, 표본상관계수를 도출하였다. 깊은 보에서 CEB-FIP Model code는 특별한 전단강도 산정식을 규정하기보다는 truss model을 기초로 한 strut-tie model을 적용하여 깊은 보에 대한 응력 검토를 하기 때문에, 깊은 보에 대한 전단강도 산정식의 검증에서는 CEB-FIP Model code를 제외하고 제안식을 포함한 4개의 전단강도 산정식에 대해서만 검증을 수행하였다.

제안식은 slender beam에서 상관도 값이 가장 크게 나타났으며 예측의 안전성도 확보하고 있는 것으로 나타났다. 깊은 보에서 제안식은 Kim & Park 식과 비슷한 값의 표준편차와 상관도를 보이고 있다. 검증을 위해 선택된 변수는 유효깊이(d), 인장철근비( $\rho$ ), 콘크리트 압축강도( $f'_c$ ) 그리고 전단지간비( $a/d$ )이다.

표 4 전단강도 식의 통계적 검증(Slender)

Method	Test/predicted ratio		No. of data above 1
	Mean	S.D.	
Proposed Eq.	1.235	0.203	192
ACI 318-99 (simplified)	1.297	0.370	164
CEB-FIP Model code	1.203	0.181	185
Kim & Park's Eq.	1.002	0.141	114
Zsutty's Eq.	1.021	0.234	125

표 5 전단강도 식의 통계적 검증(Deep)

Method	Test/predicted ratio		No. of data above 1
	Mean	S.D.	
Proposed Eq.	1.066	0.388	15
ACI 318-99 (simplified)	1.742	0.841	27
Kim & Park's Eq.	0.990	0.321	13
Zsutty's Eq.	1.254	0.543	19

표 6 전단강도 식의 표본상관계수 비교 (Slender beams)

Method	Sample correlation coefficient
Proposed Eq.	0.870
ACI 318-99 (simplified)	0.151
CEB-FIP Model code	0.818
Kim & Park's Eq.	0.850
Zsutty's Eq.	0.496

표 7 전단강도 식의 표본상관계수 비교 (Deep beams)

Method	Sample correlation coefficient
Proposed Eq.	0.775
ACI 318-99 (simplified)	0.420
Kim & Park's Eq.	0.782
Zsutty's Eq.	0.681

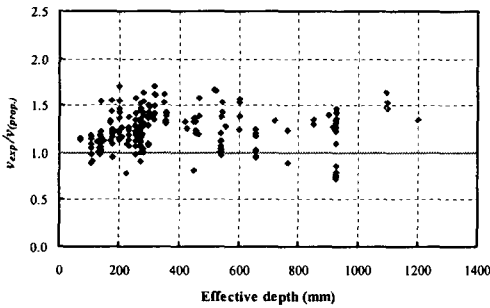


그림 1 변수별 검증 - 유효깊이(d)

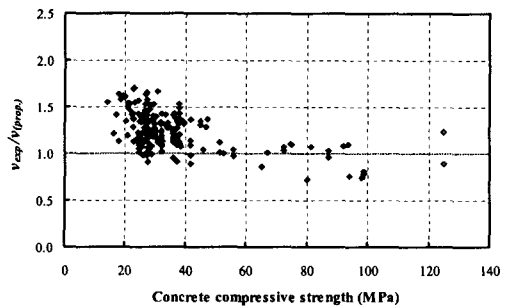


그림 2 변수별 검증 - 콘크리트 압축강도

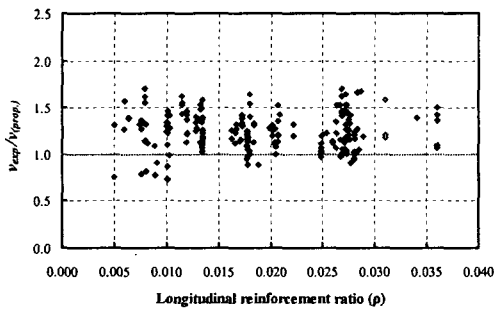


그림 3 변수별 검증 - 인장철근비(rho)

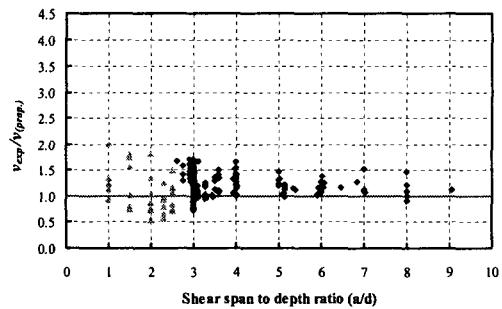


그림 4 변수별 검증 - 전단지간비(a/d)

#### 4. 결론

본 연구의 목적은 ACI 318-99 전단 규준이 지나고 있는 문제점들을 개선하여 실무에서 전단설계시 경제성과 안전성을 확보할 수 있는 전단강도 예측식을 제안하는 것이었다. 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 실험데이터의 분석을 통해서 알 수 있는 바와 같이, 콘크리트 보의 전단강도 산정시 크기효과에 대한 고려를 반드시 해야하며, ACI 318 code는 전단강도 산정시 크기효과를 고려하지 못한다.

2) 제안식은 비선형 파괴역학의 crack band model에서 유도된 size reduction factor와 균열제어 및 다웰 효과와 관련된  $\rho$  factor가 도입이 되어서 전단강도 산정시 크기효과에 대한 고려를 하고 있다. 또한 깊은 보에서 콘크리트 스트럿을 선형으로 이상화 한 arch action factor 또한 포함하고 있다.

3) 제안식을 포함한 5개의 전단강도 산정식의 통계적 분석결과, 제안식에 대한 표준상관도 값이 가장 높게 나타났으며, 기존의 고강도 및 저강도 콘크리트 보에 대한 실험데이터에 대해서 합리적인 안전율을 보이고 있다. 제안식에 대한 변수별 검증 결과에서 알 수 있듯이 [실험값/계산값]의 데이터가 대부분 1과 1.5사이에 포함되고 있다.

4) 크기효과와 arch action을 고려하고 있는 극한강도 개념의 제안식은 다른 전단강도 산정식에 비해 간단한 형태를 지니고 있지만, 합리적으로 전단강도를 예측하고 있어 실무에서 콘크리트 구조물의 전단설계에 적용 가능할 것으로 판단된다.

#### 참 고 문 헌

1. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Concrete (ACI 318-99) and Commentary (ACI 318R-99)," American Concrete Institute, 1999.
2. Comite Euro-International due Beton (CEB), "CEB-FIP Model Code 1990."
3. Shah, S. P.; Swartz, S. E. and Ouyang, C., "Fracture Mechanics of Concrete," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995, pp.120-123.
4. Rebeiz, K. S., "Shear Strength Prediction for Concrete Members," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 125, No. 3, 1999, pp. 301-308
5. Kim, J. K., and Park, Y. D., "Prediction of Shear Strength of Reinforced Concrete Beams without Web Reinforcement," *ACI Material Journal*, Vol. 93, No. 3, 1996, pp. 213-222.
6. Collins, M. P., and Kuchma, D., "How Safe Are Our Large, Lightly Reinforced Concrete Beams, Slabs, and Footings?" *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 4, 1999, pp. 482-490.
7. Angelakos, D., et al. "Effect of Concrete Strength and Minimum Stirrups on Shear Strength of Large Members," *ACI Structural Journal*, Vol. 98, No. 3, 2001, pp. 290-299.
8. Johnson, M. K., and Ramirez, J. A., "Minimum Shear Reinforcement in Beams with Higher Strength Concrete," *ACI Structural Journal*, Vol. 86, No. 4, 1989, pp. 376-382.
9. Krefeld, W. J., and Thurston, C. W., "Studies of the Shear and Diagonal Tension Strength of Simply Supported Reinforced Concrete Beams," *ACI Journal, Proceedings* Vol. 63, No. 4, 1966, pp. 451-476.
10. Mphonde, A. G., and Frantz, G. C., "Shear Tests of High- and Low-Strength Concrete Beams without Stirrups," *ACI Journal, Proceedings* Vol. 81, No. 4, 1984, pp. 350-357.
11. Shin, S. W., et al. "Shear Strength of Reinforced High-Strength Concrete Beams with Shear Span-to-Depth Ratios between 1.5 and 2.5," *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 4, 1999, pp. 549-556.
12. Zararis, P. D., and Papadakis, G. Ch., "Diagonal Shear Failure and Size Effect in R.C. Beams without Web Reinforcement," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 127, No. 7, 2001, pp. 733-742.
13. Kani, G. J., "How Safe Are Our Large Reinforced Concrete Beams?" *ACI Journal, Proceedings* Vol. 64, No. 3, Mar. 1967, pp. 128-141.