

# 박스 거더의 종방향 프리스트레싱에 의한 횡방향 등가하중

## Equivalent Transverse Forces due to Longitudinal Prestressing of Box Girders

양 인 환\*

Yang, In Hwan

### ABSTRACT

For box girders in which the longitudinal tendon is profiled in the inclined webs, longitudinal prestressing force will induce transverse effects as well as longitudinal ones. In this paper, the method estimating transverse effects induced by longitudinal prestressing is proposed. The transverse effects in the slabs of box girders due to longitudinal prestressing are investigated. Numerical analyses are carried out depending on the parameters such as web inclination and ratio of girder length to tendon eccentricity. Analysis results show that when only prestressing are considered the magnitude of stresses in the slabs of box girder is not so large. However, if the other stresses due to dead and live load et al. are superposed on these stresses, it may be that the longitudinal prestressing effects are significant.

### 1. 서론

PSC 박스 거더의 단면형상은 대부분 사다리꼴의 모양을 갖는다. 복부가 상하부 슬래브에 대해 수직일 때 보다 경사져 있을 때, 박스 거더 교량은 미적 측면에서 수려하다고 평가된다. 또한, 복부가 경사져 있을 경우, 하부슬래브의 폭이 감소함에 따라 교각 코핑부의 폭도 감소하는 잇점이 있다. 박스 거더의 종방향 텐던이 경사 복부에 곡선 형상으로 배치될 때, 프리스트레싱에 의해 연직하중 성분뿐만 아니라 수평하중 성분도 유발된다. 이에 따라 종방향 프리스트레싱은 거더의 종방향 거동뿐만 아니라 횡방향 거동에도 영향을 미칠 수 있다<sup>1,2)</sup>. 본 논문에서는 경사 복부를 갖는 박스 거더에서 종방향 프리스트레싱에 의한 횡방향 거동 효과를 평가할 수 있는 실용적인 기법을 제안하였다. 먼저, 박스 거더의 종방향 프리스트레싱 해석을 통하여 프리스트레싱 분포를 산정한다. 프리스트레싱 분포를 이용하여 횡방향 등가하중을 산정하며, 등가하중을 이용하여 박스 거더의 횡방향 거동을 예측한다.

\* 정회원, 대림산업(주) 기술연구소 선임연구원, 공학박사

## 2. 박스 거더의 유한요소 정식화

박스거더 교량의 거동을 표현하기 위하여 뼈대 요소를 사용하며, 이때 각 요소는 여러개의 콘크리트 층과 철근층으로 구성된 적층단면으로 고려하며, 콘크리트층과 철근층은 각 층의 면적과 기준면으로부터의 거리로 정의한다. 뼈대요소는 절점당  $x$ 축 방향 변위,  $y$ 축 방향변위 및 회전각 등 3개의 자유도를 갖는 것으로 규정할 때, 절점변위의 모든 성분은 벡터  $u$ ,  $v$  및  $\theta$  로 각각 나타낸다. 평형방정식은 뼈대요소의 변형단계를 변형이 일어나지 않은 초기상태, 현재 단계 및 현재 단계에서 변위증분  $\Delta r$  과 변형증분  $\Delta u$ ,  $\Delta v$ 가 발생한 후의 단계를 고려하여 Lagrangian updating 기법에 근거하여 나타낸다. 이때, 현재 단계에서의 접선평형방정식은 식(1)과 같이 표현된다.

$$dR = K_t dr \quad (1)$$

여기서,  $R$ 은 외력벡터이며,  $K_t$ 은 접선강성행렬로서 기하강성행렬  $K_g$ 과 탄성강성행렬  $K_e$ 로 구성된다. 변형률-변위 관계행렬( $B$ )을 축력에 관계되는 부분과 휨에 관계되는 부분으로 나누어 탄성강성행렬  $K_e$ 를 식 (2)와 같이 나타내어 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} K_e &= \int_V B^T E_t B dV \\ &= \int_V \begin{bmatrix} B_a^T E_t B_a & -y B_a^T E_t B_b \\ -y B_b^T E_t B_a & y^2 B_b^T E_t B_b \end{bmatrix} dV \end{aligned} \quad (2)$$

뼈대요소 중앙에서의 기하강도 행렬  $K_g$ 도 같은 방법으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$K_g = p \int_0^L C^T C dx \quad (3)$$

식 (3)에서  $p$ 는 뼈대요소의 축방향력이며  $C$ 는 변형률-변위관계 행렬이다.

## 3. 프리스트레싱 해석

PS 강재는 뼈대요소의 양절점에 강체에 의해 연결된 직선트러스 요소로 가정하며, 실제의 곡선형태로 배치된 PS강재를 각 뼈대요소에 걸쳐있는 직선세그먼트로 이상화한다(그림 1). PS강재의 강성은 뼈대요소에서와 같이 요소의 중간점에서의 값을 평균치로 가정하여 층적분을 이용해서 구하며, 최종적인 프리스트레스트 콘크리트 뼈대요소의 강성매트릭스는 콘크리트층 및 보강철근의 강성에 PS강재의 강성을 더하여 구한다.

곡선텐던은 직선 형태로 이상화되어 있으므로 프리스트레싱의 마찰손실 계산시의 각변화  $\alpha_i$ 는 각 텐던 절점에서 이산화되어 있는 각도의 합으로 고려된다.

$$a_i = \frac{(\theta_i + \theta_{i+1})}{2} \quad (4)$$

또한, PS 강선을 긴장단에서 정착하는 동안 정착 썩기의 미끌어짐 현상이 발생된다. 썩기의 미끌어짐량  $\Delta_a$ 는 프리스트레스가 감소하는 영역  $L_a$  구간에서의 변형률 변화의 적분값과 동일해야 한다.

$$\Delta_a = \int_0^{L_a} \Delta \epsilon \, dx \quad (5)$$

여기서,  $\Delta \epsilon$ 는 썩기의 미끌어짐에 의한 텐던 변형률의 감소이다. 윗식을 이용하여 썩기의 미끌어짐 손실이 발생하는 영역과 긴장력의 분포를 고려한다. PS 강재의 릴렉세이션은 Magura 등<sup>3)</sup>이 제안한 응력이완식을 이용하여 계산하였다.

$$\frac{f_s}{f_{si}} = 1 - \frac{\log t}{c} \left( \frac{f_{si}}{f_{sy}} - 0.55 \right), \quad \frac{f_{si}}{f_{sy}} \geq 0.55 \quad (6)$$

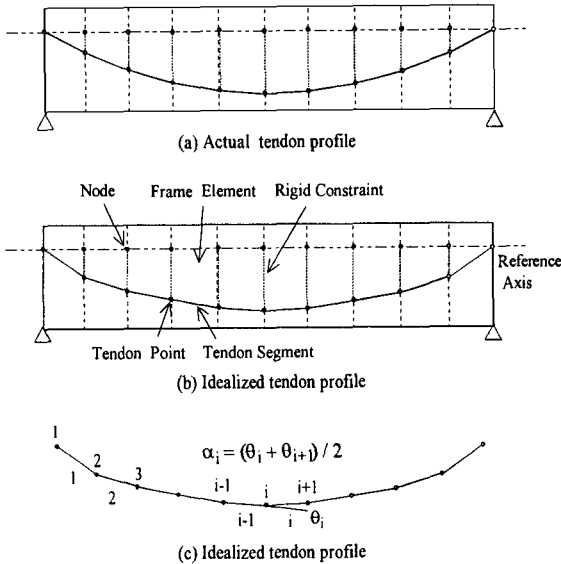


그림 1 텐던 모델링

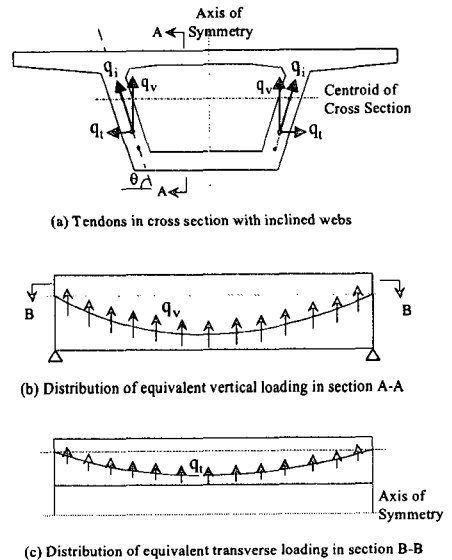


그림 2 등가하중 모델링

## 5. 등가하중

곡선텐던을 갖는 프리스트레스트 콘크리트 부재는 그림 2와 같이 연직방향의 등가하중을 유발한다

4). 프리스트레스에 의한 등가하중은 구조물의 해석시 분포하중 형태로 고려한다. 텐던을 그림 2와 같이 곡선 형태로 배치한 경우, 경간 중앙에서의 최대 모멘트는 등가하중 개념에 분포하중으로 나타낼

수 있다.

$$q = \frac{8He}{l^2} \quad (7)$$

긴장단의 프리스트레스 힘을  $T$ 라 하면, 프리스트레스의 수평력  $H$ 는 다음과 같다.

$$H = T \cos \alpha = T / \sqrt{1 + 16(e/l)^2} \quad (8)$$

식(8)을 식(7)에 대입하면, 분포하중  $q$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$q = \frac{8Te}{l^2 \sqrt{1 + 16(e/l)^2}} \quad (9)$$

프리스트레스는 텐던 길이에 따라 변화하며, 식(9)의 등가 분포하중  $q$ 도 이러한 변화를 고려하여 산출한다. 텐던의 형상을 포물선 형태로 가정할때,

$$q_x = \frac{8T_x e}{\sqrt{l^4 + 16e^2(l-2x)^2}} \quad (10)$$

텐던의 배치형상을 거더 측면도에 나타낼때 최대편심을  $e_v$ 로 하고, 경사진 복부 평면에서의 텐던 최대편심을  $e_i$ 라 하면,

$$e_i = e_v / \sin \theta \quad (11)$$

그러므로, 경사진 복부 평면에서의 프리스트레스에 의한 등가하중은 다음과 같이 표현된다.

$$q_{xi} = \frac{8T_x e_i}{\sqrt{l^4 + 16e_i^2(l-2x)^2}} \quad (12)$$

복부 평면에서의 등가하중을 산정하였으므로, 횡방향 등가하중은 다음과 같다.

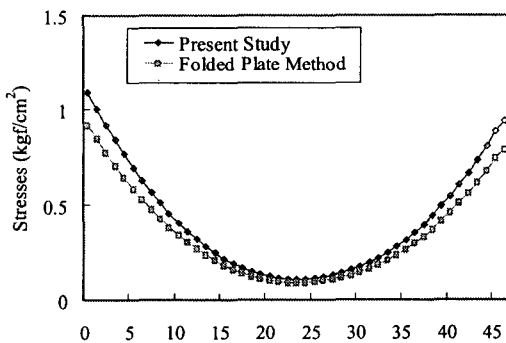
$$q_{xt} = q_{xi} \cos \theta \quad (13)$$

#### 4. 수치 예제

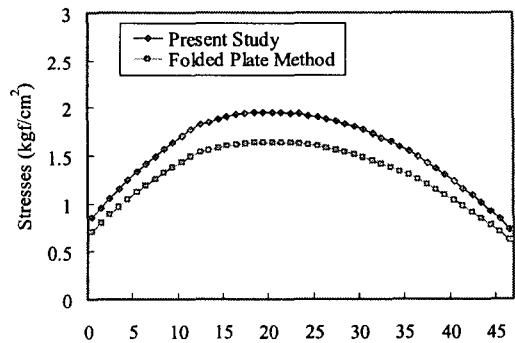
본 연구에서 제안한 기법을 검증하기 위하여 예제를 해석한다. 거더의 길이=4700cm이고 텐던의 최대편심은 147cm이다. 제안 기법에 의한 해석결과와 Scordelis와 Chan<sup>5)</sup>이 제안한 접판법의 의한 해석결과를 그림 3에 나타내었다. 상부슬래브의 최대응력은 긴장단에서 발생하며, 하부슬래브의 최대응력은 텐던이 최대 편심을 갖는 위치에서 발생한다. 텐던의 위치는 긴장단에서 경간 중앙으로 향할수록 편심이 증가하여 하부슬래브에 가까워진다. 따라서, 텐던의 위치가 하부슬래브에 가까울수록 하부 슬래브에 대한 영향이 증가하며, 응력도 증가한다. 반면에, 상부슬래브의 응력 분포는 하부슬래브 인장 응력분포의 반대 경향을 나타낸다. 상부슬래브의 응력은 긴장단에서 최대값을 나타내며, 텐던이 최대

편심을 갖는 단면에서 최소값을 나타낸다. 이러한 현상은 긴장단에서 경간 중앙으로 향할수록 텐던이 상부슬래브로부터 멀어지므로 프리스트레싱의 영향이 작아지기 때문이라고 사료된다. 그림에서 접판법에 의한 3차원 해석 결과에 비해, 본 기법에 의한 2차원 평면 뼈대 해석결과는 약간 크게 나타나고 있으나, 거의 유사한 값을 나타내고 있다. 따라서 본 기법에 의해 거더 슬래브의 프리스트레싱 효과를 효율적으로 예측할 수 있다고 판단된다.

각도 변화에 따른 하부슬래브의 응력을 그림 4와 그림 5에 나타내었다. 복부경사각이 90도에서 45도로 변함에 따라 응력은 급격하게 증가한다. 특히, 경사각이 60도보다 큰 구간에서의 응력 증가를보다 경사각이 60도 보다 작은 구간에서의 응력증가율은 크게 나타난다. 그림 6에 복부경사각이 60도일 때, 텐던 배열 형태별 즉,  $l/e$ 에 따른 슬래브의 응력을 나타내었다.  $l/e$ 의 값이 작아짐에 따라 슬래브의 응력은 증가하고 있다. 이를 정량적으로 분석하기 위하여 텐던편심에 대한 텐던길이의 비( $l/e$ )에 따른 하부슬래브의 최대응력을 그림 7에 나타내었다. 복부 경사각이 45도 일 때,  $l/e$ 가 32에서 30으로 감소할 때 응력은 14.3% 증가하며,  $l/e$ 가 30에서 28로 감소할 때 응력은 15.3% 증가한다. 또한,  $l/e$ 가 28에서 26으로 감소할 때 응력은 16.5% 증가하고 있다. 따라서,  $l/e$ 가 감소할수록 응력이 증가하는 비율은 조금씩 증가하고 있다.



(a) Stresses of top slab



(b) Stresses of bottom slab

그림 3 박스 거더 슬래브의 응력 비교

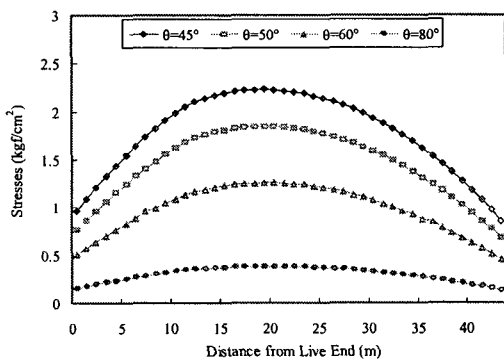


그림 4 바닥슬래브의 응력분포

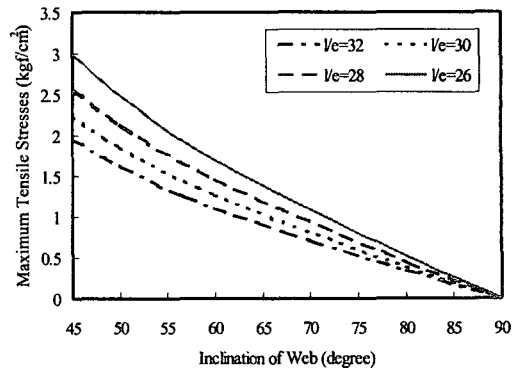


그림 5 복부경사각에 따른 슬래브 응력 변화

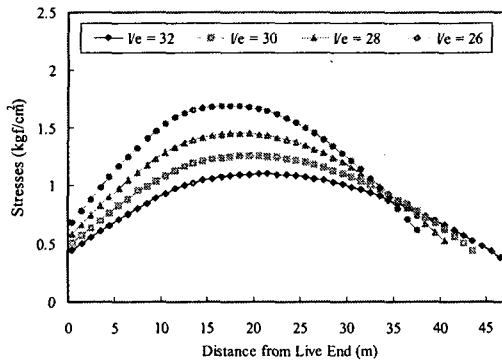


그림 5 텐던 편심에 대한 경간 비에 따른 응력 분포

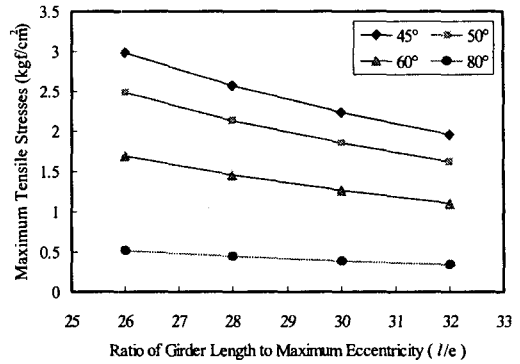


그림 7 텐던편심에 대한 경간비에 따른 응력 변화

## 5. 결론

본 연구에서는 경사 복부를 갖는 콘크리트 박스 거더 교량 해석시 종방향 프리스트레스에 의한 슬래브의 횡방향 거동을 산정할 수 있는 근사적인 기법을 제안하였다. 수치해석을 통한 해석결과는 기존의 절관법에 의한 해석결과와 거의 일치하고 있다. 대부분의 박스 거더 형상 조건에서 슬래브에 발생하는 응력은 작은 것으로 나타나 그 영향이 크지 않다고 판단된다. 하지만, 복부 경사각이 큰 경우와 텐던의 형상비가 작은 경우에는 프리스트레싱에 의한 영향을 고려하여야 한다고 판단된다.

## 참고문헌

1. Shushkewich, K. W. (1986), "Membrane Forces Acting on a Box Girder Bridge," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 112, No. 8, pp.1900-1907.
2. Shushkewich, K. W. (1988), "Approximate Analysis of Concrete Box Gider Bridges," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 114, No. 7, pp.1644-1657.
3. Magura, D. D., Sozen, M. A. and Siess, C. P. (1964), A Study of Stress Relaxation in Prestressing Reinforcement, *PCI Journal*, Vol. 9, No. 2, pp.13-57.
4. Nilson, A. H. (1978), *Design of Prestressed Concrete*, John Wiley & Sons.
5. Scordelis, A. C., Chan, E. C., Ketchum, M. A. and van der Walt, P. P. (1985), *Computer Programs for Prestressed Concrete Box Girder Bridges*, UCB/SESM Report No. 85-02, University of California.