

# 비-베르누이 적합 트러스 모델을 이용한 RC보의 전단강도 예측

## A Study on Shear Strength of RC Slender Beams Using Non-Bernoulli Compatibility Truss Model (NBCTM)

정제평\* 김대중\*\* 모귀석\*\*\* 김우\*\*\*\*

Jeong, Jae Pyong Kim, Dae Joong Mo, Gui Suk Kim, Woo

### ABSTRACT

This paper describes a practical formulation of Non-Bernoulli-Compatibility Truss Model. Not only equilibrium conditions but also some approximations are employed to solve for the unknowns included in the proposed model. By assuming that the ratio of  $V_a$  to  $V$  remains to be constant along the shear span, the relationship between  $\alpha$  and  $z$  is mathematically established as an arch shape function.  $V_m$  is also approximated to be an empirical value that is equal to the least membrane shear strength. The coefficient  $\alpha$  is made utilizing a nonlinear finite element analysis. The adequacy of the model is examined by test results available in literatures, and the predicted values are shown to be in excellent agreement with the experimental results.

**Keyword :** arch action; beam shear; membrane action; truss action; Bernoulli-compatibility

### 1. 서 론

ACI의 전단설계 변화를 살펴보면, 1963년 이전까지는 단지 4개의 전단설계 식만이 존재하였으나 대부분의 설계식이 1963년판 또는 1971년판 이후에 등장한 것이다. 이러한 이유에는 1955년 미국 오하이오주 셀비(Shelby)의 윌킨스 공군 격납고 보 구조물이 전단파괴가 발생된 이후에 전통적인 45° 트러스모델을 근거한 ACI 전단설계과정에 대한 의문이 제기된 후 다양한 연구를 수행한 결과이지만, 근본적인 이유는 통합된 전단거동의 이해와는 상관없이 성과위주의 논문발표에 기인한 것으로 볼 수 있다. 1971년 이후 전단설계방법을 개선하기 위해 변각트러스모델, 소성이론, 스트럿-타이모델, 수정압축장이론, 연성트러스모델 등이 등장하였다. 최근 스트럿-타이 모델이 ACI 설계기준 부록에 추가되었지만 일반적인 RC 보의 전단설계는 45°트러스 모델을 기초로 한 단면법 개념을 사용하고 있다<sup>1)</sup>. 이러한 배경에는 여러 전단이론들이 각각의 특별한 경우에는 잘 부합되지만 다른 경우에는 적합하지 않는 일관성 부족과 전단의 취성파괴에 대비한 보수적인 관점이 강하기 때문이다. ACI-ASCE Committee 445 전단분과 위원회에서는 1973년, 1998년 2차례의 보고서를 통해 이러한 문제점을 지적하고 있으며 향후 전단설계의 방향은 단순하고 통합적이고 물리적 의미를 포함한 합리적방향이여야 한다고 제시하고 있다<sup>3) 4)</sup>. 본 연구는 이러한 배경에서 현재 전단이론에 근간을 이루고 있는 베르누이 적합 가설에 모순을 극복한 비-베르누이-적합트러스 모델을 이용하여 횡보강 철근 유무에 따라 RC 보의 전단강도에 검증한 내용이다.

\* 정희원, 전남대학교 토목공학과 박사과정  
\*\* 정희원, 남도대학 건설산업과 교수

\*\*\* 정희원, 대불대학교 토목공학과 교수  
\*\*\*\* 정희원, 전남대학교 토목공학과 교수

## 2. 비-베르누이 적합 트러스모델

휨과 전단을 받는 일반적인 RC 보의 전단력은 휨모멘트의 변화율과 같다는 관계식  $V = dM/dx$ 로부터 다음과 같은 식이導出된다.

$$V = \frac{d}{dx}(T \cdot z) = z \frac{dT}{dx} + T \frac{dz}{dx} \quad (1)$$

위 식(1)에 의하면, 첫 번째 항은 주철근 인장력의 변화량인 부착력에 의해 발생되는 전단력을 의미하며 보작용(beam action)에 의한 전단저항성분  $V_b$ 이고, 두 번째 항은 팔길이  $z$ 의 변화에 의한 전단력 성분을 나타낸 것으로 아치작용(arch action)에 의한 전단저항성분  $V_a$ 라고 불린다(Park and Pauley, 1975). 그런데 베르누이 적합가설을 적용하면, 변형후의 단면 변형률은 선형분포하며 중립축 깊이는 위치에 따라 변하지 않고 휨모멘트에 의해 발생된 콘크리트 압축응력의 합력점과 인장력을 발휘하고 있는 철근의 중심까지 거리인 모멘트 팔길이  $z_0$ 도 모든 위치에서 일정한 값으로  $dz/dx$ 가 항상 0이 되어 경사진 상현재(아치)에 의한 전단저항 메커니즘을 표현할 수 없는 한계성을 갖게 된다. 즉, 평행한 상하 두현재 사이의 복부 콘크리트 경사 압축대가 모든 전단력을 담당하는 보작용만이 존재하고 아치작용은 전혀 나타나지 않기 때문에 베르누이 적합가설은 식(1)의 모멘트-전단력 관계를 충분히 표현할 수 없는 이론이라고 하겠다. 따라서 위치에 따른  $z$ 의 변화를 고려한다면  $dz/dx \neq 0$ 이 아닌 값이 되어 식(1)의 두작용을 모두 표현할 수 있는 접근이 가능할 것이다. 이것은 앞에서 언급한 베르누이 적합조건을 따르지 않는다는 의미가 되며, 이러한 관점에서 본 연구를 “비-베르누이-적합트러스 모델(Non-Bernoulli Compatibility Truss Model ,NBCTM)” 접근법이라고 하였다.

이 새로운 모델에 의해 부재의 전단저항은 그림 1와 같이 아치작용, 트러스작용, 면전단작용이라는 세 기본 구성 성분으로 분해할 수 있으며, 이 때 단면의 뒤틀림변형영향계수  $\alpha$ 라는 새로운 실험 상수를 도입하였다. 이 모델의 현실적 정식화를 위해서 베르누이 적합조건 대신에 일정분담비 가정을 적용하였으며, 비선형 유한요소해석(ATENA2D, Cervanka, 2000)<sup>9)</sup>에 의해 내력상태의 안정화가 된 이후의 주인장 철근력을 이용하여 뒤틀림변형영향계수  $\alpha$ 와 주응력각  $\theta$ 를 계산하였다<sup>10) ~ 13)</sup>.

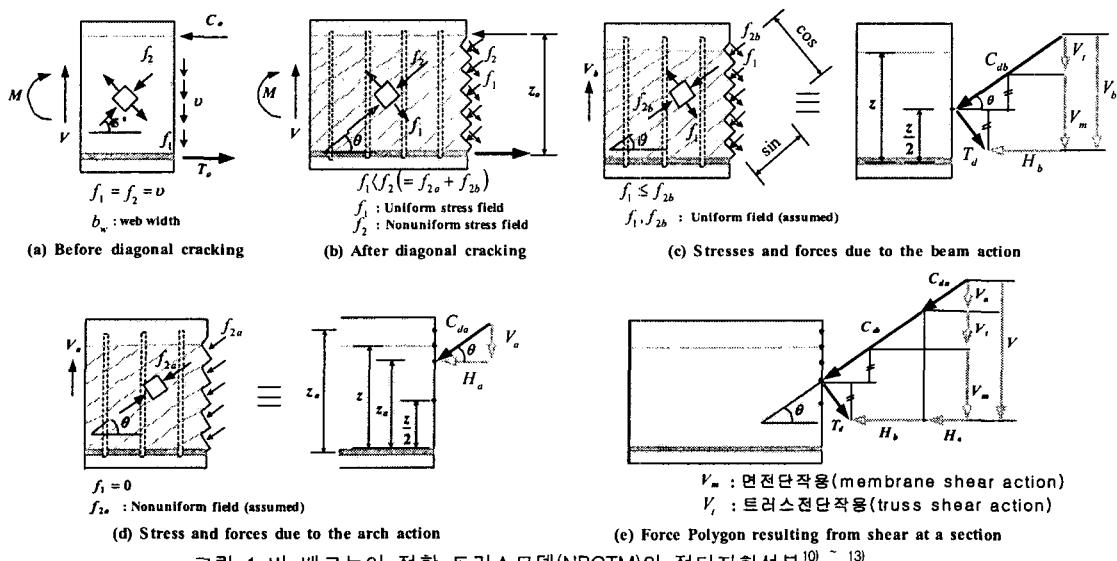


그림 1 비-베르누이 적합 트러스모델(NBCTM)의 전단저항성분<sup>10) ~ 13)</sup>

## 2.1 스터립이 없는 RC보의 전단강도

스터립이 배치되지 않는 보의 경우에는 그림 1의 트러스작용이 발생하지 않으며, 면전단작용과 아치작용에 의해서만 전단에 저항할 것이다. NBCTM의 전단 저항 기본 성분을 고전적 분해 성분 (Taylor, 1974)과 비교하면, 아치전단력  $V_a$ 는 비균열 단면의 전단 저항력에 해당하며, 복부 콘크리트의 면전단력  $V_m$ 은 골재 맞물림 전단저항력 (만약 다월작용과 또는 골조작용에 의한 저항 성분력을 등가 인장 주응력  $f_t$ 으로 반영했다면, 다월 저항력과 골조 저항력을 포함)에 해당한다는 것을 쉽게 이해할 수 있다. 따라서 일반적으로 일컬어지는 콘크리트 기여 전단 저항력  $V_c$ 는 위 두 항의 합이 되어야 한다<sup>10) 11)</sup>. 즉,

$$V_c = \frac{V_m}{1-\alpha} = \frac{f_t b_w z \sin 2\theta}{1-\alpha} \leq V_{u,f} \quad (2)$$

여기서  $V_{u,f}$ 는 휨파괴가 발생하는 하중단계에서의 전단력이다. 이 식에 의해 콘크리트 기여 전단강도  $V_c$ 는  $\alpha$ 와  $f_t$ 의 크기에 따라 그 값을 정할 수 있으며, 기존 트러스모델이 갖는 큰 한계성을 보완 할 수 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 이때의 극한 전단강도  $V_{u,c}$ 는 트러스작용 성분력을 제외한 나머지로 다음 식과 같이 정의하였다<sup>10) 11)</sup>.

$$V_{u,c} = \frac{1}{1-\alpha} (0.16 \sqrt{f_{ck}} b_w d), \text{ [MPa]} \quad (3)$$

모델의 정확성을 검증하기 위해서, 복부철근이 없는 282개의 보 실험 전단강도 자료에 면전단작용 전단력을 일정한 값으로 고정하고 계산한 각보의  $\alpha$  값을 적용하여 식(3)과 전단상관을 비교한 그림 2를 보면, 전단지간비  $a/d$ 와 휨철근비  $\rho$ 에 따라서 크기효과나 강도, 주응력각 등의 영향을 반영하지 않고도 정확성이 우수하다는 것을 알 수 있다.

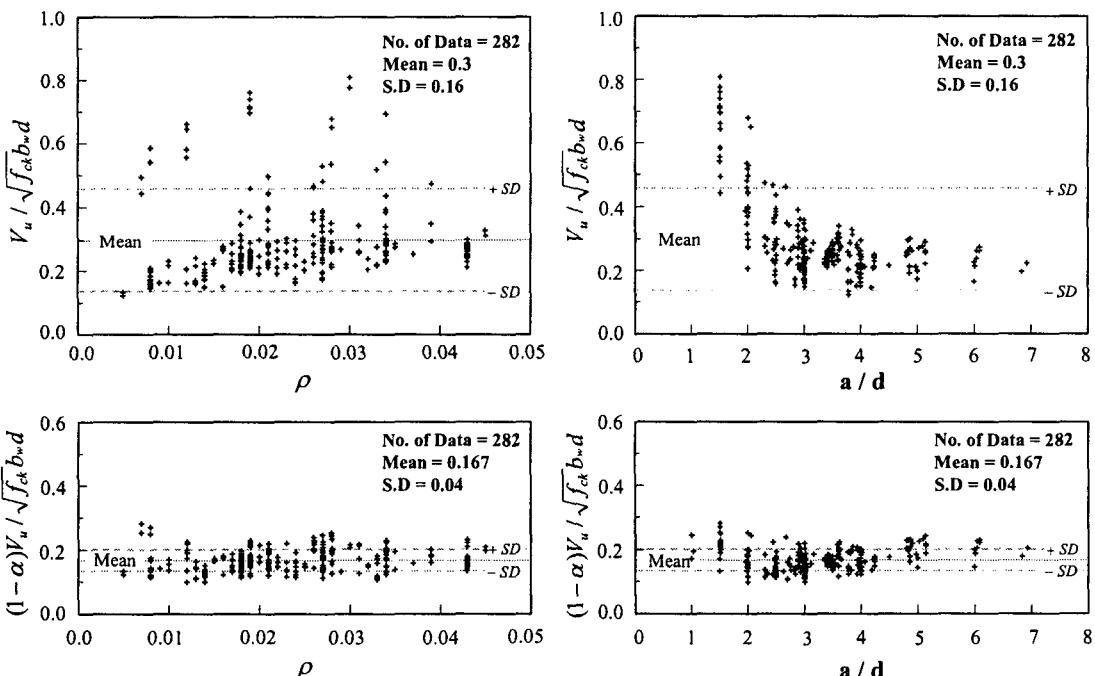


그림 2 Comparison of shear strength correlation with Factor  $\alpha$

## 2.2 스터립이 있는 RC보의 전단강도

비-베르누이 적합 접근법에 의한 부재의 가능한 파괴 형태는 크게 복부파괴와 타이드-아치의 파괴로 분리해야 할 것이다. 전자는 다시 스터립의 항복과 콘크리트 스트럿의 압축파괴, 후자는 타이의 항복, 콘크리트 아치의 압축파괴, 아치와 타이의 연결점 파괴로 세분화 할 수 있다. 여기서 타이의 항복이나 아치의 압축파괴는 역학적으로 휨파괴로 분류해야 하며, 연결점 파괴는 본 연구의 범위에서 제외한다면, 결국 보작용에 관련된 파괴 형태만이 남는다. 본 연구에서  $f_y$ 의 크기에 Bhote and Collins(1989)<sup>6)</sup>의 실험값을 사용하여 면전단작용력  $V_m$ 과 트러스작용에 의해 스터립 항복에 의한 극한강도  $V_{u,y}$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다. 즉,

$$V_m = \frac{0.18\sqrt{f_{ck}b_w d}}{0.3 + \frac{24w}{a+16}} \left( \frac{2}{1 + \cot^2 \theta} \right) \approx F \left( \frac{2}{1 + \cot^2 \theta} \right) \quad (4)$$

$$V_{u,y} = \frac{1}{1 - \alpha} \left( F + A_s f_y \frac{z}{s} \cot \theta \right) \leq V_{u,f} \quad (5)$$

여기서  $V_{u,f}$ 는 휨파괴가 발생하는 하중단계에서의 전단력이고,  $F = 0.16\sqrt{f_{ck}b_w d}$ 이다. 위 식의 괄호 안의 항은 ACI설계기준식 또는 표준트러스모델과 유사한 형태를 갖고 있다. 즉 식 (5)가 갖는 또 다른 중요한 의미는 아치작용을 고려하지 않고 ( $\alpha=0$ ) 경사각  $\theta=45^\circ$  일 때의 식 (5)은 현행 ACI 설계기준과 동일한 형태가 된다는 것을 알 수 있는데, 이것은 ACI 설계기준이 보수적인 강도를 제공하고 있다는 사실과 부합된다. 본 연구에서는 Leonhardt(1965)<sup>7)</sup>, Haddadin and Mattock(1971)<sup>8)</sup>의 실험자료에 소성이론(Nielsen, 1978)<sup>5)</sup>, 그리고 비-베르누이-적합 트러스 모델<sup>10)~13)</sup>을 사용하여 스터립량변화에 따른 전단강도를 그림 3에 도시화하였다.

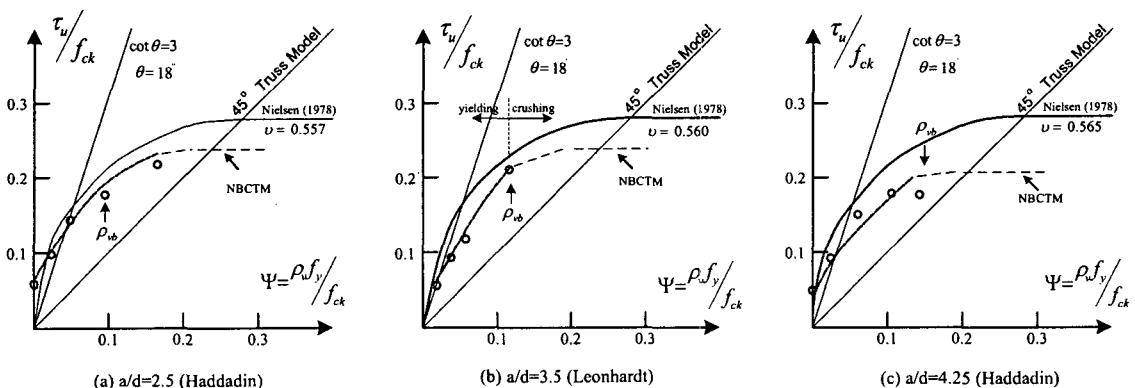


그림 3 Shear reinforcement vs. Shear Strength

## 3. 결 론

본 연구는 비-베르누이-적합 트러스 모델에 의한 전단강도 식을 이용하여 기존 실험자료에 검증하였다. 스터립이 없는 보의 전단지간비  $a/d$ 와 휨철근비  $\rho$ 의 전단상관 결과에 의하면, RC보 전단을 설

명하는데 가장 중요한 인자는  $\alpha$ 라는 것을 알 수 있었다. 스터럽이 있는 보의 전단강도 예측 결과, ACI는 일반적인 스터럽 보강범위에서 상당히 보수적인 결과를 보이며 전단철근에 의한 상한값을 과다평가하고 있음을 알 수 있었고, 전단지간비  $a/d$ 의 변화에 따라 전단철근보강에 따른 전단강도변화는 Nielsen의 소성이론 보다 비-베르누이-적합 모델이 더 잘 예측함을 알 수 있었다. 이후 많은 실험자료와 비교 검증이 필요하다고 판단되며, 이 비-베르누이-적합 모델은 실험상수인 뒤틀림변형영향계수가 필수적이기 때문에 이 값을 과약해야 하는 복잡성이 추가되는 단점이 있다. 따라서 향후 연구는 이 계수에 대한 내용이 추가 되어야 할 것이다.

### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구(과제번호 R01-2002-000-00592-0) 지원으로 수행된 결과의 일부이며, 이에 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

1. ACI Committee 318 (1995), "Building Code Requirement for Reinforced Concrete and Commentary," ACI, Detroit, M.I.
2. fib(CEB-FIP)(1999) *Structural Concrete-Manual Volume 2*, International Federation for Structural Concrete, Switzerland
3. ASCE-ACI Committee 426 (1973), "The shear strength of reinforced concrete members," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 99, No. 6, pp. 1091-1187.
4. ASCE-ACI Committee 445 (1998), "Recent approaches to shear design of structural concrete," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 124, No. 5, pp.1375-1417.
5. Nielsen, M. P., and Braestrup, M. W. (1975), "Plastic shear strength of reinforced concrete beam," *Bygningssstat. Medd.*, Vol. 46, No. 3, pp. 61-99.
6. Bhide, S. B., and Collins, M. P. (1989), "Influence of axial tension on the shear capacity of reinforced concrete members," *ACI Structural Journal*, Vol. 86, No. 5, pp. 551-564.
7. Leonhardt, F. (1965), "Reducing the shear reinforcement in reinforced concrete beams and slabs," *Magazine of Concrete Research*, Vol. 17, No. 53, pp. 187-198.
8. Haddadin, M. J. and Mattock, A. H. (1971), "Stirrup effectiveness in reinforced concrete beams with axial force", *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 97, pp.2277-2297
9. Cervenka, V. (2000), *ATENA Program Documentation*, Cervenka Consulting.
10. 김우, 정제평, 모귀석(2003), "Stuttgart 콘크리트 보 전단실험의 재해석을 통한 합리적 전단모델 연구", 한국콘크리트학회 봄학술발표회, Vol. 15, No. 1, pp.884-889
11. 김우, 정제평, 김희정(2003), "내력상태계수 도입을 통한 RC 보의 전단강도분석", 한국콘크리트학회 봄학술발표회, Vol. 15, No. 1, pp. 912-917
12. 김우, 정제평, 김대중(2003), "휩과 전단이 작용하는 RC 부재의 해석을 위한 비-베르누이-적합 트러스모델링 기법 연구(1)-기본개념유도를 중심으로", 대한토목학회논문집, Vol. 23, No.6.
13. 김우, 정제평, 박대성(2003), "휩과 전단이 작용하는 RC 부재의 해석을 위한 비-베르누이-적합 트러스모델링 기법 연구(2)-실용적해법을 중심으로", 대한토목학회논문집, Vol. 23, No.6.