

데이터손실과 시간지연을 고려한 네트워크 제어시스템의 안정도 분석

Stability Analysis of Networked Control System with Data Loss and Time Delay

정준홍*, 정태수*, 김준국*, 박기현*
(Joonhong Jung*, Taesoo Jung*, Joonkook Kim* and Kiheon Park*)

* 성균관대학교 정보통신공학부(Tel : (031)290-7175, Fax : (031)290-7165, E-mail : nelcast@skku.edu)

Abstract : Network uncertainties such as data loss and time delay can vary the stability property of networked control system. Therefore, these uncertainties must be considered first in designing networked control system. In this paper, we present a new stability analysis method of networked control system with data loss and time delay. The proposed method can determine maximum allowable time delay and minimum allowable transmission rate that preserves stability performance of networked control system. The results of the simulation validate effectiveness of our stability analysis method.

Keywords : networked control system, data loss, time delay, stability analysis, maximum allowable time delay, minimum allowable transmission rate

1. 서 론

최근 제어공학이나 산업자동화 분야에서 인터넷, 인트라넷, 필드버스 등의 네트워크 기술을 접목하려는 연구가 활발히 진행되고 있다. 네트워크를 이용한 제어시스템은 공간적으로 떨어져 있는 각종 제어장치들의 입출력정보, 제어정보, 관리정보 등을 모두 네트워크 버스를 이용하여 공유하거나 전송할 수 있는 구조를 가지며, 이를 네트워크 제어시스템(networked control system:NCS)이라 한다 [1] ~ [5]. 네트워크 구조를 제어시스템에 적용할 경우에는 제어기, 모니터, 센서, 액츄에이터 등 프로세서의 수많은 장치와 부 시스템들을 하나의 네트워크로 통합하여 관리할 수 있으므로 시스템 설치와 유지·보수 등에 소모되는 비용을 절감할 수 있다. 또한, 전체 프로세서를 체계적으로 관리할 수 있기 때문에 시스템의 안정성이나 신뢰성을 향상시킬 수 있다. 그러나 전송 데이터의 오류나 손실, 시간지연 등의 네트워크 불확실성은 시스템 성능을 저하시키거나 불안정하게 만들 수 있으며, 이로 인해 시스템이 오동작 할 경우에는 예기치 못한 피해가 발생할 수 있다. 이러한 단점을 해결하려면 네트워크에서 발생할 수 있는 불확실 요소가 전체 시스템의 성능이나 안정도에 미치는 영향을 체계적으로 분석할 수 있는 방법을 개발해야 한다. 네트워크 제어시스템의 안정도 분석에 관한 대표적인 연구결과는 G. C. Walsh et al.[4], W. Zhang et al.[5] 그리고 A. Hassibi et al.[6] 등이 있다. 그러나 현재까지의 연구결과는 데이터손실과 시간지연을 독립적으로 고려했을 때만 안정도 분석을 수행할 수 있다는 제약조건을 가지고 있기 때문에 두 가지 불확실성이 모두 존재하는 실제 네트워크 제어시스템에 적용하기 어렵다.

본 논문에서는 데이터손실과 시간지연을 동시에 포함하는 네트워크 제어시스템 모델을 유도하고 이로부터 전체 시스템의 안정도를 분석할 수 있는 새로운 방법을 제

안하고자 한다. 그리고 네트워크 제어시스템에서 허용 가능한 최대시간지연과 최소전송률을 구할 수 있는 방법을 제시하며 이를 IV장의 시뮬레이션에 적용하고자 한다.

II. 네트워크 제어시스템 모델

1. 시간지연을 고려한 네트워크 제어시스템

네트워크 제어시스템에서 발생할 수 있는 시간지연 요소는 네트워크 지연(network-induced delay)과 계산 지연(computation delay)으로 나눌 수 있다. 전자는 네트워크 대역폭과 전송할 데이터의 크기에 따라 달라지는 전송지연(transmission delay), 물리적인 신호의 이동속도인 전파지연(propagation delay), 전송할 데이터가 공유버스를 점유할 때까지 대기하는 큐 지연(queueing delay) 등으로 세분할 수 있다. 후자는 센서, 제어기, 액츄에이터 등에 할당된 작업을 수행하는데 소요되는 계산시간을 나타낸다. 일반적인 네트워크 제어시스템 구조를 참조하여[3], 아래와 같은 네트워크 경로와 네트워크 제어시스템에서 발생하는 시간지연을 정의한다.

Definition 1 : 센서에서 측정된 출력이 제어기까지 전송되는 네트워크 경로를 센서 경로(sensor path)라 하고, 제어기에서 계산된 제어입력이 액츄에이터까지 전송되는 네트워크 경로를 액츄에이터 경로(actuator path)라 한다.

Definition 2 : 네트워크 제어시스템의 시간지연은 매 샘플링 시점을 기준으로 측정된 출력이 센서 경로, 제어기, 그리고 액츄에이터 경로를 거쳐 실제 시스템의 제어입력으로 인가될 때까지 소요되는 시간이다. 이 때, 센서 경로에서 발생하는 시간지연을 센서 경로 시간지연(τ_{sp} , sensor path delay)이라 하고, 액츄에이터 경로에서 발생하는 시간지연을 액츄에이터 경로 시간지연(τ_{ap} , actuator path delay)이라 한다.

센서 경로의 시간지연은 센서의 계산 지연($\tau_{com,s}$)과 센서에서 제어기까지 출력 데이터가 전송되는데 소요되는 시간($\tau_{trans,sc}$)의 합으로 나타낼 수 있다. 또한, 액추에이터 경로 시간지연은 제어기의 계산 지연($\tau_{com,c}$), 제어기에서 액추에이터까지 제어입력 데이터가 전송되는데 소요되는 시간($\tau_{trans,ca}$), 그리고 액추에이터 계산 지연($\tau_{com,a}$)의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\tau_{sp} = \tau_{com,s} + \tau_{trans,sc} \quad (1)$$

$$\tau_{ap} = \tau_{com,c} + \tau_{trans,ca} + \tau_{com,a} \quad (2)$$

따라서, 시간지연을 고려한 네트워크 제어시스템의 모델은 <그림 1>과 같이 나타낼 수 있다.

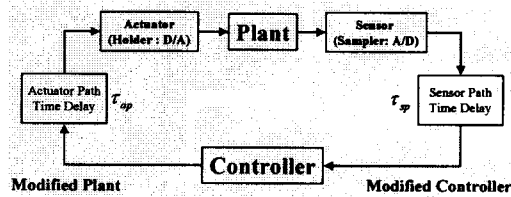


그림 1. 시간지연을 고려한 네트워크 제어시스템
Fig. 1. Networked control system with time delay

이제, <그림 1>의 플랜트를 식(3)과 같은 선형 시불변 시스템이라 가정하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u(t) \\ y(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, $x_p(t) \in \mathbb{R}^{n^1}$, $u(t) \in \mathbb{R}^{r^1}$, $y(t) \in \mathbb{R}^{m^1}$

식(3)의 시스템을 안정화하는 제어기는 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c u_c(t) \\ y_c(t) &= C_c x_c(t) + D_c u_c(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $x_c(t) \in \mathbb{R}^{n^1}$, $u_c(t) = w(t) - y(t)$, $y_c(t) = u(t)$

액추에이터 경로의 시간지연을 플랜트에 반영하여 이산화하면 식(5)의 변형된 플랜트를 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{x}_p(k+1) &= \bar{A}_p \bar{x}_p(k) + \bar{B}_p u(k) \\ y(k) &= \bar{C}_p \bar{x}_p(k) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, $\bar{x}_p^T(k) = [x_p^T(k) : u^T(k-1)]$

$$\begin{aligned} \bar{A}_p &= \begin{bmatrix} e^{A_p h} & \int_{h-\tau_a}^h e^{A_p s} B_p ds \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_p &= \begin{bmatrix} \int_0^{h-\tau_a} e^{A_p s} B_p ds \\ I \end{bmatrix}, \bar{C}_p = [C_p \quad 0] \end{aligned}$$

마찬가지로, 센서 경로의 시간지연을 제어기에 반영하여 이산화하면 식(6)의 변형된 제어기를 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{x}_c(k+1) &= \bar{A}_c \bar{x}_c(k) + \bar{B}_c u_c(k) \\ y_c(k) &= \bar{C}_c \bar{x}_c(k) + \bar{D}_c u_c(k) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $\bar{x}_c^T(k) = [x_c^T(k) : u_c^T(k-1)]$

$$\begin{aligned} \bar{A}_c &= \begin{bmatrix} e^{A_c h} & \int_{h-\tau_c}^h e^{A_c s} B_c ds \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{D}_c = D_c \\ \bar{B}_c &= \begin{bmatrix} \int_0^{h-\tau_c} e^{A_c s} B_c ds \\ I \end{bmatrix}, \bar{C}_c = [C_c \quad 0] \end{aligned}$$

2. 데이터손실과 시간지연을 고려한 네트워크 제어시스템
데이터 손실과 시간지연에 따른 네트워크 제어시스템의 안정도 변화를 분석하기 위해 <그림 2>와 같은 모델을 고려하자. 여기서, $x_s(k)$, $x_a(k)$, $w(k)$ 는 각각 센서 경로의 상태, 액추에이터 경로의 상태, 기준입력을 나타낸다.

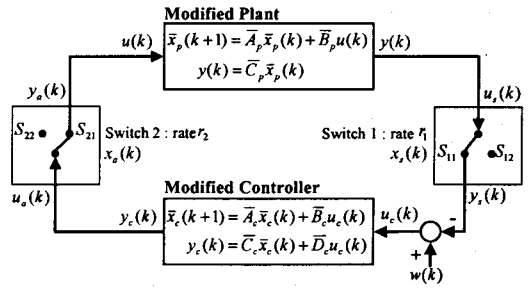


그림 2. 데이터손실과 시간지연을 고려한 네트워크 제어시스템
Fig. 2. Networked control system with data loss and time delay

<그림 2>에서 스위치 1과 2는 비동기적으로 발생하는 센서 경로와 액추에이터 경로의 데이터손실을 모델링 한 것이다. 전체 시스템의 동적 특성은 센서 경로의 전송률 r_1 과 액추에이터 경로의 전송률 r_2 에 따라 변하기 때문에 ADS(asynchronous dynamical system) 모델[6]로 표현할 수 있다. 스위치 1이 닫혔을 때를(S_{11}) 센서 경로에서 데이터가 전송되는 사건(event) E_1 , 스위치 1이 열렸을 때를(S_{12}) 센서 경로에서 데이터가 손실되는 사건 \bar{E}_1 이라 하자. 이 때, 센서 경로의 상태는 식(7)과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Event } E_1 : y_s(k) &= u_s(k) \\ \bullet \text{ Event } \bar{E}_1 : x_s(k+1) &= u_s(k), y_s(k) = x_s(k) \end{aligned} \quad (7)$$

스위치 2가 닫혔을 때를(S_{21}) 액추에이터 경로에서 데이터가 전송되는 사건 E_2 , 스위치 2가 열렸을 때를(S_{22}) 액추에이터 경로에서 데이터가 손실되는 사건 \bar{E}_2 라 하자. 이 때, 액추에이터 경로의 상태는 식(8)과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Event } E_2 : y_a(k) &= u_a(k) \\ \bullet \text{ Event } \bar{E}_2 : x_a(k+1) &= u_a(k), y_a(k) = x_a(k) \end{aligned} \quad (8)$$

식(5)~(8)과 같이 표현된 변형된 플랜트와 제어기, 센서 경로와 액츄에이터 경로의 상태방정식을 모두 선형 시불변 결합시스템으로 해석하면[3], 전체 네트워크 제어시스템의 동적방정식을 식(9)와 같이 유도할 수 있다.

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \Phi_i \mathbf{x}_i(k), \quad i=1, 2, 3, 4 \quad (9)$$

여기서, $\mathbf{x}_i^T(k) = [\bar{\mathbf{x}}_c^T(k) : \mathbf{x}_c^T(k) : \bar{\mathbf{x}}_p^T(k) : \mathbf{x}_p^T(k)]$

- perfect transmission : $S_1(\bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2), r_1 r_2$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \bar{A}_c & 0 & -\bar{B}_c \bar{C}_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{B}_p \bar{C}_c & 0 & \bar{A}_p - \bar{B}_p \bar{D}_c \bar{C}_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- sensor path data loss : $S_2(\bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2), (1-r_1) r_2$

$$\Phi_2 = \begin{bmatrix} \bar{A}_c & 0 & 0 & -\bar{B}_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{B}_p \bar{C}_c & 0 & \bar{A}_p & -\bar{B}_p \bar{D}_c \\ 0 & 0 & \bar{C}_p & 0 \end{bmatrix}$$

- actuator path data loss : $S_3(\bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2), r_1 (1-r_2)$

$$\Phi_3 = \begin{bmatrix} \bar{A}_c & 0 & -\bar{B}_c \bar{C}_p & 0 \\ \bar{C}_c & 0 & -\bar{D}_c \bar{C}_p & 0 \\ 0 & \bar{B}_p & \bar{A}_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- all path data loss : $S_4(\bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2), (1-r_1) (1-r_2)$

$$\Phi_4 = \begin{bmatrix} \bar{A}_c & 0 & 0 & -\bar{B}_c \\ \bar{C}_c & 0 & 0 & -\bar{D}_c \\ 0 & \bar{B}_p & \bar{A}_p & 0 \\ 0 & 0 & \bar{C}_p & 0 \end{bmatrix}$$

III. 네트워크 제어시스템의 안정도 판별

데이터손실이 발생하지 않았을 때(즉, 시간지연만을 고려했을 때) 네트워크 제어시스템은 $\mathbf{x}_i(k+1) = \Phi_i \mathbf{x}_i(k)$ 로 나타낼 수 있다.

Theorem 1 : <그림 1>의 시간지연을 고려한 네트워크 제어시스템이 안정하기 위한 필요충분조건은,

$$|\lambda_i(\bar{\Phi}_1)| < 1, \quad \forall i, \quad i=1, 2, \dots, n+p \quad (10)$$

여기서, $\bar{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} \bar{A}_c & -\bar{B}_c \bar{C}_p \\ \bar{B}_p \bar{C}_c & \bar{A}_p - \bar{B}_p \bar{D}_c \bar{C}_p \end{bmatrix}$

증명 : 선형 시불변 이산시스템이 안정하기 위한 필요충분조건으로부터, Φ_1 의 모든 고유값은 단위원 내에 위치

해야 한다. 그런데, Φ_1 의 고유값은 $r+m$ 개의 0과 $\bar{\Phi}_1$ 의 고유값이 되므로 식(10)이 성립해야 한다. ■

센서·액츄에이터 경로의 데이터손실과 시간지연을 동시에 고려할 경우, 전체 네트워크 제어시스템은 식(9)의 ADS 모델로 나타낼 수 있다. [정리 2]는 이러한 네트워크 제어시스템이 안정하기 위한 충분조건이다.

Theorem 2 : 데이터손실과 시간지연을 고려한 네트워크 제어시스템이 식(9)와 같이 주어졌다고 가정하자. 이 때, 식(11)과 같은 Lyapunov 함수가 존재하고

$$V(\mathbf{x}_i) = \mathbf{x}_i^T P \mathbf{x}_i, \quad P > 0 \quad (11)$$

식(12), (13)을 만족하는 상수 $\hat{\alpha}_i > 0$ ($i=1, 2, 3, 4$)가 존재하면 이 시스템은 안정하다.

$$\Phi_i^T P \Phi_i \leq \hat{\alpha}_i^{-2} P \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^4 \hat{r}_i \log \hat{\alpha}_i > 0 \quad (13)$$

여기서, $\hat{\alpha}_1 = \alpha_1 \alpha_2$, $\hat{r}_1 = r_1 r_2$

$$\hat{\alpha}_2 = \alpha_2 \alpha_3, \quad \hat{r}_2 = (1-r_1) r_2$$

$$\hat{\alpha}_3 = \alpha_1 \alpha_4, \quad \hat{r}_3 = r_1 (1-r_2)$$

$$\hat{\alpha}_4 = \alpha_3 \alpha_4, \quad \hat{r}_4 = (1-r_1) (1-r_2)$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 : E_1, E_2, \bar{E}_1, \bar{E}_2 \text{의 decay rate}$$

증명 : 이산 시스템의 ADS 안정도 정리(참고문헌 [6])를 적용하여 증명 가능하다. ■

Theorem 3 : [정리 1]을 만족하는 네트워크 제어시스템에서 센서 경로와 액츄에이터 경로의 전송률이 같다고 가정하자. 이 때, 전체 네트워크 제어시스템의 안정도를 보장하는 최소전송률은 식(14)와 같다.

$$\frac{\log \{\lambda_{\max}^2(\Phi_1)\}}{\log \{\lambda_{\max}^2(\Phi_1)\} - \log \{\lambda_{\max}^2(\bar{\Phi}_1)\}} < r \leq 1 \quad (14)$$

증명 : 식(13)에 $r=r_1=r_2$ 를 대입하고 정리하면,

$$\frac{\log \hat{\alpha}_4}{\log \hat{\alpha}_4 - \log \hat{\alpha}_1} < r \leq 1 \quad (15)$$

위 식에서 $\beta_i = \hat{\alpha}_i^{-2}$ 로 치환하면 전송률 r 의 최소값을 아래와 같이 유도할 수 있다.

$$\min_{\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_4} \left\{ \frac{\log \hat{\alpha}_4}{\log \hat{\alpha}_4 - \log \hat{\alpha}_1} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \frac{\log(\min\{\beta_4\})}{\log(\min\{\beta_1\}) - \log(\min\{\beta_1\})} \right\} \quad (16)$$

식(12)의 BMI(bilinear matrix inequality)로부터 β_1 과 β_4 의 범위는 식(17)과 같이 결정되고

$$\beta_1 \geq \lambda_{\max}^2(\Phi_1) = \max\{0, \lambda_{\max}^2(\bar{\Phi}_1)\} = \lambda_{\max}^2(\bar{\Phi}_1)$$

$$\beta_4 \geq \lambda_{\max}^2(\Phi_4) \quad (17)$$

이를 식(16)에 대입하면 식(14)를 구할 수 있다. ■

IV. 시뮬레이션

참고문헌 [3]에서 고려한 플랜트([3, eq. 2])와 제어기([3, eq. 3])를 대상으로, 센서 경로의 시간지연과 액추에이터 경로의 시간지연에 따른 전체 시스템의 안정도 변화를 분석하기 위해 [정리 1]을 적용하여 시뮬레이션 하였다.

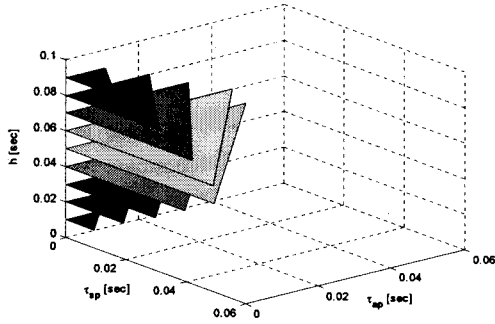


그림 3. 시간지연에 따른 네트워크 제어시스템의 안정영역
Fig. 3. Stability region of networked control system with time delay

<그림 3>은 네트워크 제어시스템의 샘플링 주기를 $h=0.01[sec]$ 에서 $h=0.09[sec]$ 까지 $0.01[sec]$ 씩 증가시키면서 안정도가 보장되는 시간지연 영역을 나타낸 것이다. 예를 들어, 샘플링 주기가 $h=0.06[sec]$ 일 경우 센서 경로의 최대시간지연은 $\tau_{sp}=0.0492[sec]$, 액추에이터 경로의 최대시간지연은 $\tau_{ap}=0.0456[sec]$ 임을 알 수 있다.

이제 $h=0.06[sec]$, $\tau_{sp}=0.02[sec]$, $\tau_{ap}=0.01[sec]$ 일 때 데이터 전송률에 따른 시스템의 안정도 변화를 분석하자. 이 경우, 안정도를 보장하는 전송률의 범위는 [정리 3]으로부터 $0.7357 < r \leq 1$ 로 계산할 수 있다.

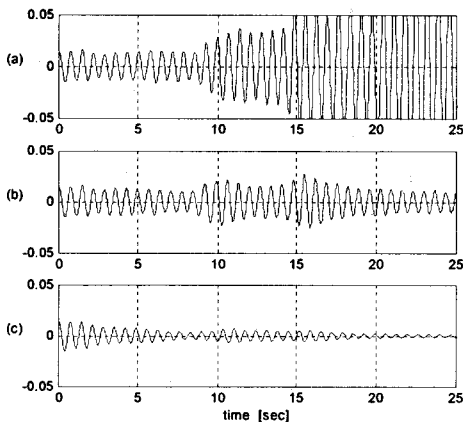


그림 4. 전송률에 따른 네트워크 제어시스템의 출력비교
(a) $r=0.7$, (b) $r=0.7357$, (c) $r=0.8$

Fig. 4. Comparison of networked control system outputs with transmission rates (a) $r=0.7$, (b) $r=0.7357$, (c) $r=0.8$

<그림 4>는 위의 샘플링 주기와 시간지연 하에서 플랜트에 의한 $\xi_s(t)=1[pu]$ 을 $0.1[sec]$ 동안 인가할 경우, 전송률에 따른 시스템의 출력을 비교한 결과이다. 여기서, (a)는 최소전송률인 $r=0.7357$ 보다 낮은 전송률($r=0.7$)을 갖기 때문에 전체 시스템이 불안정하므로 출력이 발산하고 (c)는 최소전송률보다 높은 전송률($r=0.8$)을 갖기 때문에 (b)에 비해 좀 더 우수한 수렴성을 갖는다. 이로부터, 본 논문에서 제안한 방법이 데이터손실과 시간지연을 동시에 고려한 네트워크 제어시스템의 안정도를 효과적으로 분석할 수 있음을 입증할 수 있다.

V. 결론

데이터손실과 시간지연은 네트워크 제어시스템의 안정도를 크게 변화시키는 불확실 요소임에도 불구하고 기존의 연구결과로는 두 가지 불확실성을 동시에 고려하여 전체 시스템의 안정도 변화를 분석하는 것이 불가능하였다. 본 논문에서는 데이터손실과 시간지연을 모두 고려할 수 있는 네트워크 제어시스템 모델을 제안하고 이로부터 시스템의 안정도를 판별할 수 있는 새로운 방법을 제시하였다. 그리고 안정도를 유지할 수 있는 최대시간지연과 최소전송률을 구한 후 시뮬레이션에 적용한 결과 제안한 정리들의 타당성을 입증할 수 있었다. 본 논문에서 제안된 안정도 분석방법은 신뢰성 높은 네트워크 제어시스템을 설계하는데 이용될 수 있으며 향후 원격 시스템, 대규모 시스템, 분산형 시스템, 공장·빌딩·택내 자동화 등 산업 전반에 걸쳐 적용될 수 있으리라 기대된다.

참고문헌

- [1] Yodyium Tipsuwan and Mo-Yuen Chow, "Control Methodologies in Networked Control Systems", Control Engineering Practice, vol. 11, Issue. 5, pp. 483-492, May 2003.
- [2] Feng-Li Lian, James Moyne and Dawn Tilbury, "Network Design Consideration for Distributed Control Systems," IEEE Trans. Control Sys. Tech., vol. 10, no. 2, pp. 297- 307, Mar. 2002.
- [3] 정준홍, 최수영, 박기현, "CAN을 이용한 발전계통의 제어 및 모니터링 기법 연구", 대한전기학회논문집, vol. 52D, no. 5, May, 2003.
- [4] Gregory C. Walsh, Hong Ye and Linda G. Bushnell, "Stability Analysis of Networked Control Systems," IEEE Trans. Control Sys. Tech., vol. 10, no. 3, pp. 438-446, May 2002.
- [5] Wei Zhang, Michael S. Branicky and Stephen M. Phillips, "Stability of Networked Control Systems," IEEE Control Sys. Mag., vol. 21, no. 1, pp. 84-99, Feb. 2001.
- [6] Arash Hassibi, Stephen P. Boyd and Jonathan P. How, "Control of Asynchronous Dynamical Systems with Rate Constraints on Events", Proc. 38th Conf. on Decision & Control, Phoenix, AZ, pp. 1345-1351, Dec. 1999.