

## 퍼지 제어기의 소속함수 최소화에 관한 연구

# Minimization of Membership Function with Fuzzy Control

주한조\*, 박승훈\*\*, 홍대승\*\*, 임화영\*\*

(Han Jo Joo and Seung Hun Park, Wha Yoeng Yim, Hong Dea Sung)

\* 광운대학교 제어계측 공학과(전화:(02)940-5152, 팩스:(02)914-6039, E-mail : hanjo2100@kw.ac.kr)

\*\* 광운대학교 제어계측 공학과(전화:(02)940-5152, 팩스:(02)914-6039, E-mail : duwie@kw.ac.kr)

\*\* 광운대학교 제어계측 공학과(전화:(02)940-5152, 팩스:(02)914-6039, E-mail : yimhy@kw.ac.kr)

\*\* 광운대학교 제어계측 공학과(전화:(02)940-5152, 팩스:(02)914-6039, E-mail : hong6973@hotmail.com)

**Abstract** :Fuzzy Controller is a system that displays a person's thoughts using membership function and IF-THEN rules. With the help of specialists' knowledge, rule bases can be explained in easy language. Furthermore Fuzzy Controller has strong resistance against turbulence. Its performance is especially prominent when targets cannot be measured in mathematic methods because the fuzzy controller can measure the output using only the relations between the input and output.

But Fuzzy System has a problem that is calculation speed. I suggest you a theory to solve it.

I applied a theory to inverted pendulum. Because it is represent of nonlinear system.

### I. 서론

퍼지는 인간의 언어적 사고와 관련된 애매성을 소속 함수와 IF-THEN규칙을 기반으로 시스템을 제어한다. 선형 제어기보다 실세계에 근사적이고 비선형성에 강하며, 불확실한 시스템을 제어하는데 효율적이다.

퍼지 시스템은 소속함수를 구성하고 있는 다수 파라미터의 수렴시간이 오래 걸리며, 소속함수의 개수에 따른 연산속도에 부하가 걸리는 단점이 있다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 본 논문은 원하는 결과를 도출할 수 있는 소속 함수를 최소화하여 연산 속도를 늘리는 방법을 제안한다.

제한한 알고리즘을 비선형성이 강하고 현대 제어 이론을 입증하는 제어 대상에 많이 응용되고, 지능제어 시스템의 효율성과 성능 평가에 많이 사용되는 수평-회전형 도립진자를 적용하여 우수성을 검증하였다.

### II. 본론

#### 1. 퍼지 시스템

퍼지 시스템은 그림 1과 같이 퍼지화기(Fuzzifier), 추론 엔진(Inference Engine), 규칙 기반(Rule Base), 및 비퍼지화기(Defuzzifier)로 나누어진다. 퍼지화기, 추론 엔진, 비퍼지화기는 여러 종류가 있지만 단일 퍼지화기, 곱 추론엔진, 평균 중심 비퍼지화기를 보편적으로 이용한다.

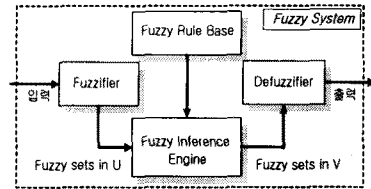


그림 1. 퍼지 시스템

Fig 1. Fuzzy System

#### 2. 도립진자 시스템

도립진자의 제어 목적은 진자가 도립된 상태에서 원하는 위치에 놓이도록 하는데 있다. 도립진자 제어 시스템은 비선형 시스템의 전형적인 예로서 제어 이론의 성능을 평가하는 플랫폼으로 많이 이용되고 있다.

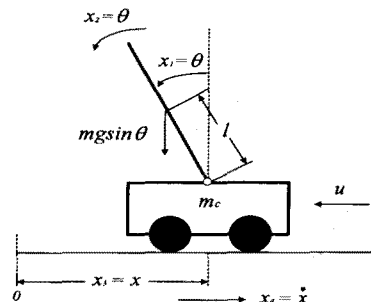


그림 2. 도립진자 시스템

Fig 2. Inverted Pendulum

그림 2와 같은 독립진자 시스템의 상태 방정식은 식 1과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 + \cos x_1 \left( \frac{-u - m l x_2^2 \sin x_1}{m_c + m} \right)}{\left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)}, \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= \frac{u + m l (x_2^2 \sin x_1 - \dot{x}_2 \cos x_1)}{m_c + m} \end{aligned} \quad (1)$$

표 1은 시스템 상태변수들을 나타내고 있다.

기 호	단 위	의 미
$x_1$	$\theta$ [degree]	진자의 각도
$x_2$	$\dot{\theta}$ [degree/sec]	진자의 각속도
$x_3$	$x$ [cm]	수레의 거리
$x_4$	$\dot{x}$ [cm/sec]	수레의 속도
$u$	[Newton]	제어기 출력
$m$	0.1 [kg]	막대의 질량
$g$	9.81 [m/sec]	중력 가속도
$m_c$	1 [kg]	수레의 질량
$l$	0.3 [m]	진자 길이의 반

표 1. 상태변수와 시스템 파라미터

Table 1. the State of value and System parameter

### 3. IF-THEN 규칙 기반

퍼지 제어시스템을 구성하기 위해서는 우선 입력변수와 출력변수를 정해야 하는데 입력변수로는 진자의 각도와 각속도, 수레의 원점으로부터의 거리와 속도로 정하였고, 출력변수는 프로세서로 들어가는 입력  $u$ 로 정하였다. 정의된 입력변수는 샘플링 시간마다 퍼지규칙에 의하여 제어기의 출력을 결정하게 된다. 균형 파거리 제어기에 관한 IF - THEN 규칙은 다음과 같이 4가지의 규칙으로 구성하였다.

- IF  $x_1$  is  $A_1$  and  $\dots$   $x_2$  is  $B_1$  THEN  $u_1$  is  $F_1$
- IF  $x_1$  is  $A_1$  and  $\dots$   $x_2$  is  $B_2$  THEN  $u_2$  is  $F_2$
- IF  $x_1$  is  $A_2$  and  $\dots$   $x_2$  is  $B_1$  THEN  $u_3$  is  $F_3$
- IF  $x_1$  is  $A_2$  and  $\dots$   $x_2$  is  $B_2$  THEN  $u_4$  is  $F_4$

여기서  $A_i, B_i, F_i$ 는 각각에 대한 퍼지집합이다. 그 퍼지집합들은 아래의 소속 함수로 잘 표현되어 있다.

### 4. 퍼지 제어기

중심 평균 비퍼지화기, 곱 추론 엔진, 단일 퍼지화기를 이용하여 제어기에 관한 출력  $u$ 를 정의하면 식 2와 같다.

$$u = \frac{\sum_{i=1}^M \bar{y}^i \left( \prod_{j=1}^n \mu_{A_j}(x_j) \right)}{\sum_{i=1}^M \left( \prod_{j=1}^n \mu_{A_j}(x_j) \right)} \quad (2)$$

### 5. 소속 함수의 최소화

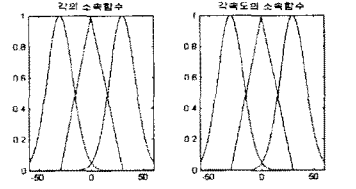


그림 3. 각도에 대한 각 소속 함수(3개의 MF)  
Fig 3. Membership function of Angle(3 of MF)

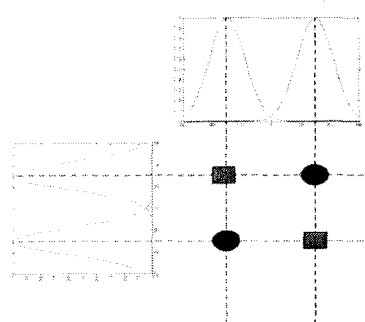


그림 4. 각도에 대한 각 소속 함수(2개의 MF)  
Fig 4. Membership function of Angle(2 of MF)

그림3은 현재 가장 많이 사용하는 IF-THEN 구성에 의한 소속 함수이다.

그림4에서 각도와 각속도가 대칭적 구조이다. 본 논문에서는 각도와 각속도에 대한 여러 개의 소속 함수 대신 서로 대칭적인 소속 함수의 부호를 달리하여 개수를 줄였다.

그림3의 경우는  $3^2$ 번의 연산을 해야 하지만 그림4의 경우는  $2^2$ 만큼만 계산하면 되는 것이다.

본 논문의 알고리즘으로 인하여 소속 함수의 개수는 1/2로 줄어들고 연산속도는 2배 이상 빨라짐을 보았다.

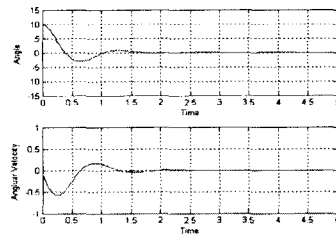


그림 5. [소속함수 3개 사용시] 각도와 각속도  
Fig 5. [3 of Membership] Angle and

### Angular velocity

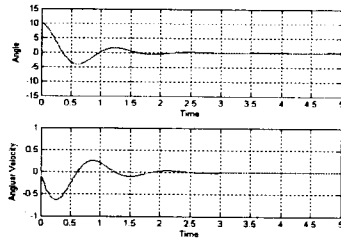


그림 6. [초기각도 :  $10^\circ$  , 소속함수 2개 사용시] 각도와 각속도

Fig 6. [Initial Angle:  $10^\circ$  ] Angle and Angular velocity

위의 그림5와 그림6을 비교해보면, 많은 차이가 없음을 알 수 있다.

그림6에서는 초기각도를  $10^\circ$  로 하였을 때 각도와 각속도가 약 2.5초에 목표치에 수렴함을 보인다. 본 논문에서는 적은 소속 함수를 이용하여도 빠른 제어 응답을 구현하였다.

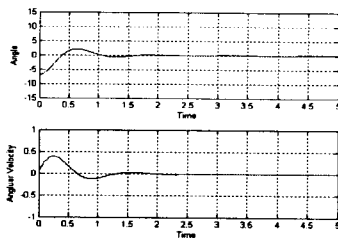


그림 7. [초기각도 :  $-7^\circ$  ] 각도와 각속도

Fig 7. [Initial Angle:  $-7^\circ$  ] Angle and Angular velocity

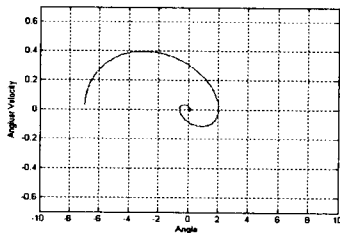


그림 8. 각도와 각속도의 위상공간 표현

Fig 8. Topology plan of Angle and Angular Velocity

또한 그림7에서 초기각도를  $-7^\circ$  로 하였을 때 각도와 각속도가 2.5초에 목표치에 수렴함을 보이면서 다른 각도에서도 안정점에 도달하는 것을 구현하였다.

### III. 결론

본 논문에서는 전문가적 견지에서 퍼지제어기를 설계

하여 독립진자를 제어할 수 있음을 보았다. 또한 대칭성을 가진 소속함수를 이용하면 좀 더 빠른 연산을 할 수 있다는 것을 알 수 있다.

### 참고문헌

- [1] Li-Xin Wnag, "A Course in Fuzzy and Control", Printice-Hall, 1997
- [2] Li-Xin Wang, " Adaptive Fuzzy Systems and Control : Design and Stability Analysis", Printice-Hall, 1994
- [3] D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank, "An Introduction to Fuzzy Control", Springer, 1993