2003 유체기계 연구개발 발표회 논문집, pp. 101~106
선문대학교 아산캠퍼스, 2003. 12. 5~6

초음파 미세혼합기의 해석 및 설계

김덕종* • 허필우* • 박상진* • 김재윤* • 윤의수*

Analysis and Design of Ultrasonic Micromixer

Duckjong Kim*, Pil Woo Heo*, Sang-Jin Park*, Jae Yun Kim*, Eui Soo Yoon*

Key Words : Micromixer(미세혼합기), Active mixer(능동형 혼합기), Ultrasonic waves(초음파), Piezoelectric material (압전소자)

ABSTRACT

In this work, mixing phenomena in the mixing chamber of a ultrasonic micromixer are analyzed through an analytical approach. A simplified 2-dimensional model for the ultrasonic micromixer is presented. Analytical solutions for fluid flow induced by ultrasonic waves are obtained through successive approximations method. From simulation results on thermal diffusion in the mixing chamber, effects of relative location, size, and vibration frequency of a piezoelectric material and aspect ratio of the mixing chamber on mixing performance of the ultrasonic micromixer are investigated. Finally, design guidelines for the ultrasonic micromixer are suggested based on the parametric study.

1. 서 론

미세혼합기란 두 가지 이상의 극미량 시료를 섞어 주는 미세유체소자로서 미세 유체의 경우 레이놀즈 수가 극히 작아서 대류보다는 확산에 의해 혼합이 매우 더디게 일어나므로 그 역할이 매우 중요하다.

미세혼합기는 크게 수동형과 능동형으로 구분한다. 수동형은 혼합을 위해 별도의 에너지원을 필요로 하지 않는 방식으로 3차원적으로 엉킨 구조의 유로[1, 2] 혹은 내부에 돌기 등의 특별한 구조물이 가공된 유로[3]를 이용하거나 다수의 미세노즐을 통해 분사하는 방법[4, 5] 등을 통해 혼합을 촉진하게 된다. 수동형은 별도의 에너지원이 필요하지 않은 대신 유로의 구조가 복잡해짐으로 인해 제작이 어렵고 이물질에 의한 막힘 현상이 발생하기 쉬우며 유체 이송을 위해 입구에서 가해주어야 할 압력이 증가하게 되는 문제점이 있다. 따라서 별도의 에너지원은 필요하지만 수동형 혼합기의 문제점을 극복할 수 있는 능동형 미세혼합기에 대한 관심이 커져가고 있다. 현재 다양한 형태의 에너지를 능동형 미세혼합기에 도입하고자 하는 노력이 계속되고 있으며 그 중의 하나가 초음파를 이용한 미세혼합기이다. Yang등[6]은 유리판에 0.06 mm 깊이의 미세 유로를 가공한 후 그 위에 0.15 mm 두께의 압전소자가 외부에 부착된 0.15 mm 두께의 실리콘 막을 덮은 후 두 가지 시료의 혼합 시험을 한 결과 압전소자가 작동하지 않을 때는 혼합이 거의 이뤄지지 않다가 압전소자가 작동하게 되면 혼합이 촉진되는 현상을 관찰하였다. 이들은 초음파가 혼합의 촉진에 기여할 수 있다는 가능성을 실험으로 확인하였지만 아쉽게도 이 현상을 해석하고 그 해석 결과를 바탕으로 초음파 미세혼합기의 설계 지침을 제시하는 데는 이르지 못했다.

따라서 본 연구에서는 초음파 미세혼합기를 모사한 단순화된 2차원 열유동 문제 해석을 통해 압전소자의 위치 및 크기, 가진 주파수, 혼합기 형상의 영향을 종합적으로 살펴보고 그 결과를 바탕으로 초음파 미세혼

* 한국기계연구원
E-mail : dkim@kimm.re.kr

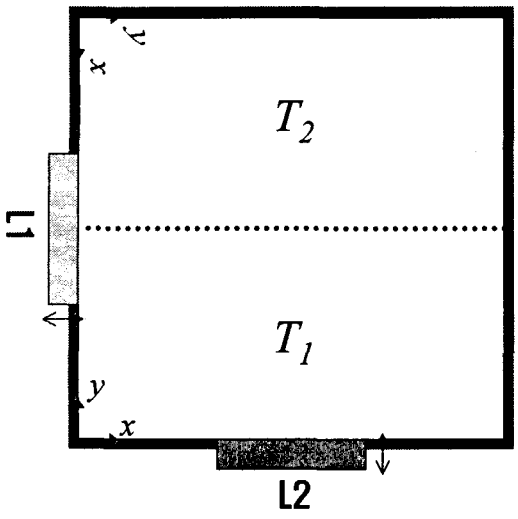

Fig. 1 Simplified model for ultrasonic micromixer

합기의 설계 지침을 제시하고자 한다.

2. 문제 정의

본 연구에서 다루고자 하는 문제는 Fig. 1과 같다. 밀폐된 2차원 공간을 물이 채우고 있고 하반부, 상반부의 초기 온도는 각각 T_1, T_2로 상이하다. L1과 L2중 한쪽 벽면에는 초음파 발생을 위한 압전소자가 부착되어 이로 인해 발생한 xy평면상의 유동에 의해 열적인 섞임 현상이 시간의 경과에 따라 나타나게 되는 문제이다. 이때, 좌표계는 압전소자 면에 평행한 방향으로의 좌표를 x, 압전소자 면에 수직한 방향으로의 좌표를 y로 설정한다. Yang 등[6]이 시험했던 초음파 미세혼합기를 상기해 보면 실제로는 xy평면에 수직한 방향으로 유체가 흘러가게 되며 물질전달에 의해 두 가지 이상의 시료가 섞이게 되지만 xy평면에 수직한 방향으로의 유동보다는 xy평면상의 유동이 섞임 현상에 결정적인 영향을 주게 되며 열전달과 물질전달은 상사성이 있기 때문에 Fig. 1과 같은 2차원 열유동 문제의 해석 결과를 바탕으로 초음파 미세혼합기의 설계 지침을 도출해 내는 것은 적절하다고 본다.

3. 미세혼합기 내의 열유동 해석

3.1. 유동장 해석

압전소자의 진동에 수반하여 나타나는 유동장의 해석은 Eckart[7]에 의해 처음 시도되었고 Markham[8], Nyborg[9]에 의해 보다 체계화되었다. 이들 연구자들은 Continuity 방정식과 Navier-Stokes 방정식의 근사적인 해가 시간에 따라 변화하는 1차항과 시간에 무관한 2차항의 합이라고 가정하고 이들을 지배방정식에 대입하여 같은 차수의 항들끼리 모아서 푸는 방법으로 유속 분포를 계산해 낼 수 있었으며 Liebermann[10], Johnsen과 Tjotta[11]의 실험으로 그 타당성이 입증된 바 있다.

기존 해석 방법을 그대로 사용하여 유속 분포에 대한 해석해를 구하면 식 (1)과 같다.

$$v=\begin{cases}\rho_0\alpha\dfrac{x^2-a_2x}{2\mu}\dfrac{A^2a_1}{a_2^3}\dfrac{3a_2^2-a_1^2}{2}e^{-2\alpha y}+\dfrac{\rho_0\alpha A^2e^{-2\alpha y}}{2\mu}a_1x & \text{for } 0\le x<\dfrac{a_2-a_1}{2}\\ Ae^{-\alpha y}\cos(wt-ky)+\rho_0\alpha\dfrac{x^2-a_2x}{2\mu}\dfrac{A^2a_1}{a_2^3}\dfrac{3a_2^2-a_1^2}{2}e^{-2\alpha y} & \\ \quad+\dfrac{\rho_0\alpha A^2e^{-2\alpha y}}{2\mu}\left(-x^2+a_2x-\left(\dfrac{a_2-a_1}{2}\right)^2\right) & \text{for } \dfrac{a_2-a_1}{2}\le x\le\dfrac{a_2+a_1}{2}\\ \rho_0\alpha\dfrac{x^2-a_2x}{2\mu}\dfrac{A^2a_1}{a_2^3}\dfrac{3a_2^2-a_1^2}{2}e^{-2\alpha y}+\dfrac{\rho_0\alpha A^2e^{-2\alpha y}}{2\mu}(a_1a_2-a_1x) & \text{for } \dfrac{a_2+a_1}{2}<x\le a_2\end{cases} \tag{1}$$

$$b=\frac{\mu'+\frac{4}{3}\mu+R\rho_0}{\mu} \tag{2}$$

$$k=\frac{w}{c} \tag{3}$$

$$\beta^2=\frac{w\rho_0}{2\mu} \tag{4}$$

$$\alpha=\frac{bk^3}{4\beta^2} \tag{5}$$

여기서 a_2는 압전소자가 붙은 면의 x방향 길이, 즉 혼합기의 폭을, μ는 시료의 전단응력 점성계수를, A는 압전소자가 붙은 면의 진동 속도 크기를, a_1은 압전소자의 폭을, ρ_0는 시료의 밀도를, w는 각진동수를, μ'은 시료의 용적 점성계수를 R은 완화현상에 대한 상수를, c는 초음파의 진행속도를, t는 시간을 각각 나타낸다.

본 연구에서는 그간 연구자들이 다뤄온 문제에 비해 특성 길이가 매우 작은 문제를 다루고 있으므로 압전소자의 폭이 초음파의 파장에 비해 충분히 크다는

가정 하에서 무시되어 온 항들을 고려하였으며 그 결과 다음과 같은 새로운 유속 분포를 구할 수 있었다.

$$v=\begin{cases}\frac{x^2-a_2x}{2\mu}\frac{A^2a_1}{a_2^2}\left(\rho_0\alpha\frac{3a_2^2-a_1^2}{2}+\frac{6\mu k}{w}\right)e^{-2\alpha}+\frac{\rho_0\alpha A^2e^{-2\alpha}}{2\mu}a_1x & \text{for } 0\le x<\frac{a_2-a_1}{2}\\ Ae^{-\alpha}\cos(wt-ky)+\frac{x^2-a_2x}{2\mu}\frac{A^2a_1}{a_2^2}\left(\rho_0\alpha\frac{3a_2^2-a_1^2}{2}+\frac{6\mu k}{w}\right)e^{-2\alpha} & \\ \quad+\frac{\rho_0\alpha A^2e^{-2\alpha}}{2\mu}\left(-x^2+a_2x-\left(\frac{a_2-a_1}{2}\right)^2\right) & \text{for } \frac{a_2-a_1}{2}\le x\le\frac{a_2+a_1}{2}\\ \frac{x^2-a_2x}{2\mu}\frac{A^2a_1}{a_2^2}\left(\rho_0\alpha\frac{3a_2^2-a_1^2}{2}+\frac{6\mu k}{w}\right)e^{-2\alpha}+\frac{\rho_0\alpha A^2e^{-2\alpha}}{2\mu}(a_1a_2-a_1x) & \text{for } \frac{a_2+a_1}{2}<x\le a_2\end{cases} \tag{6}$$

3.2. 열전달 해석

미세혼합기 내의 온도 분포를 계산하기 위해 식 (6)으로 주어지는 유속 분포가 대입된 에너지 방정식을 제어체적에 대한 유한차분법으로 풀었다.

열적인 섞임 현상이 이루어진 정도를 나타내는 척도는 다음과 같이 정의하여 미세혼합기의 성능 지표로 활용하였다.

$$I_M = 1-\frac{S}{\left|T_2-T_1/2\right|} \tag{7}$$

여기서 S는 혼합기 내 온도의 표준편차를 나타내며 I_M=0은 전혀 혼합이 이뤄지지 않은 상태를 I_M=1은 완전히 혼합된 상태를 나타내므로 혼합에 걸리는 시간은 I_M=0.99에 이르기까지 소요된 시간으로 정의하였다.

4. 압전소자의 거동

압전소자에 주어지는 전기장과 응력간에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$g\equiv\frac{1}{\sigma}\frac{e}{t_0+\Delta t}\sin(wt) \tag{8}$$

여기서 g는 압전소자의 재료에 따라 결정되는 상수로 전기장과 응력간의 비를 나타내며 σ는 응력을 , e는 전위차의 크기, t_0은 압전소자의 원래 두께, Δt는 압전소자 두께 변화량에 따른 변위를 각각 나타낸다.

Table 1 Effect of piezoelectric material location on mixing time

Location of piezoelectric material	Mixing time (s)
L1	0.8059
L2	0.79265
No piezoelectric material	0.80585

압전소자의 변위가 압전소자의 원래 두께보다 훨씬 작다고 가정하고 Hooke의 법칙을 사용하여 정리하면 압전소자의 양단 전위차에 따른 변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta t=\frac{e}{gE}\sin(wt) \tag{9}$$

여기서 E는 영률(Young's modulus)이다.

식 (9)를 시간에 대해 미분하게 되면 압전소자가 붙은 면의 진동 속도 v_0를 계산해 낼 수 있으며 이는 유속의 1차항을 구하는 데 필요한 경계 조건으로 사용된다.

$$v_0=\frac{\partial\Delta t}{\partial t}=\frac{we}{gE}\cos(wt)=A\cos(wt) \tag{10}$$

5. 결과 및 고찰

5.1. 압전소자 위치의 영향

혼합기의 폭과 높이를 각각 500 μm로, 초기 온도차는 40 ℃로, 압전소자의 재질은 Barium titanate로, 압전소자를 구동하는 교류전원의 크기와 주파수를 15 V, 10 kHz로, 압전소자의 상대적 크기 a_1/a_2는 0.8로 설정하고 압전소자의 위치에 따라 혼합에 걸리는 시간은 어떻게 변화하는지 살펴보았다.

Table 1에서 보여주는 것처럼 압전소자가 L1에 위치하는 경우 혼합에 걸리는 시간은 압전소자가 없는 경우와 거의 동일하였다. 이 경우 초음파의 진행방향과 열전달 방향이 서로 수직하므로 압전소자의 진동에 수반하는 유동이 열전달 촉진에 거의 기여하지 못하기 때문으로 풀이된다. 반면, 초음파의 진행방향과 열전달

방향이 나란하도록 압전소자를 L2에 위치시키면 압전소자가 없거나 L1에 위치하는 경우보다 혼합에 걸리는 시간이 감소함을 확인할 수 있다. 따라서 초음파를 이용하여 혼합을 촉진하기 위해서는 초음파의 진행방향과 열 및 물질전달 방향이 나란하도록 하는 위치에 압전소자를 부착하여야 한다.

5.2. 압전소자의 상대적 크기의 영향

혼합기의 폭과 높이를 각각 500 μm로, 초기 온도차는 40 ℃로, 압전소자의 재질은 Barium titanate로, 압전소자를 구동하는 교류전원의 주파수를 10 kHz로 설정하고 압전소자의 상대적 크기에 따라 혼합에 걸리는 시간은 어떻게 변화하는지 살펴보았다. 이때 압전소자의 위치는 L2이며 양단에 걸리는 전압은 압전소자에 의해 투입되는 에너지가 일정하도록 압전소자의 크기에 반비례하여 변화한다.

Fig. 2에서 보여주는 것처럼 압전소자 크기가 감소하게 되면 구동 전압의 증가로 인해 혼합에 걸리는 시간은 감소하게 된다. 그러나 압전소자 구동 전압의 증가는 실용성을 떨어뜨리는 중요한 요인이 되므로 압전소자의 크기가 작은 것이 반드시 바람직하다고 볼 수 없으며 구동 전압의 증가에 따른 혼합에 걸리는 시간의 감소가 극대화되는 압전소자의 크기를 찾아야 한다. Fig. 3에서는 a_1/a_2의 값으로 0.4가 가장 적정함을 보여준다. a_1/a_2의 값이 이보다 크면 혼합에 걸리는 시간이 길어지게 되고 이보다 작으면 혼합에 걸리는 시간은 단축되지만 구동 전압이 무리하게 증가하여 비실용적인 측면이 부각된다.

5.3. 압전소자 가진 주파수의 영향

혼합기의 폭과 높이를 각각 500 μm로, 초기 온도차는 40 ℃로, 압전소자의 재질은 Barium titanate로, 압전소자의 상대적 크기 a_1/a_2는 0.8로 설정하고 압전소자 가진 주파수에 따라 혼합에 걸리는 시간은 어떻게 변화하는지 살펴보았다. 이때 압전소자의 위치는 L2이며 양단에 걸리는 전압은 압전소자에 의해 투입되는 에너지가 일정하도록 압전소자 가진 주파수에 반비례하여 변화한다.

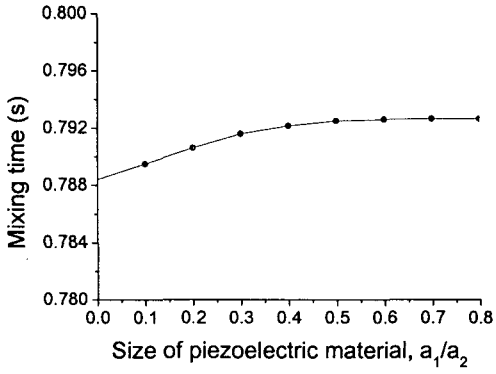

Fig. 2 Effect of piezoelectric material size on mixing time

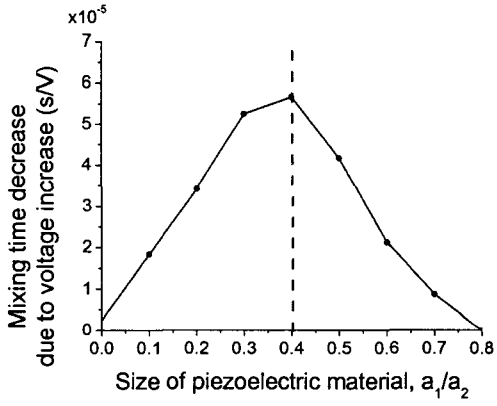

Fig. 3 Effect of piezoelectric material size on mixing time decrease due to voltage increase

Table 2 Effect of vibration frequency on mixing time

Vibration frequency (kHz)	Mixing time (s)
50	0.79118
100	0.79045
150	0.79042
300	0.79135
600	0.79536

식 (9)에서 살펴 본 것처럼 압전소자의 변위는 압전소자의 양단에 걸리는 전압에 비례한다. 따라서 압전소자의 가진 주파수가 증가하면서 압전소자가 단위시간당 진동하는 횟수는 증가하는 반면 진폭은 감소하게 된다. Table 2에 나타나는 것처럼 압전소자 가진 주파수가 150 kHz보다 작은 경우 가진 주파수의 증가에 따

Table 3 Effect of aspect ratio of mixing chamber on mixing time

Width of mixing chamber (μm)	Height of mixing chamber (μm)	Mixing time (s)
250	1000	3.4509
1000	250	0.20145

라 혼합에 걸리는 시간이 감소하는 반면 150 kHz보다 큰 가진 주파수의 경우 가진 주파수의 증가에 따라 혼합에 걸리는 시간이 증가하는 것은 저주파수 영역에서는 진동 횟수가 섞임 현상에 있어 중요한 반면 고주파수 영역에서는 진폭이 중요함을 의미한다. 즉, 압전소자를 최적의 가진 주파수로 구동하게 되면 동일한 에너지로 보다 효과적인 혼합을 할 수 있다.

5.4. 혼합기 형상의 영향

초기 온도차를 40 ℃로, 압전소자의 재질은 Barium titanate로, 압전소자를 구동하는 교류전원의 크기와 주파수를 15 V, 10 kHz로, 압전소자의 위치와 폭을 L2, 200 μm로 설정하고 혼합기의 단면적은 일정하게 유지하면서 혼합기의 폭과 높이의 비에 따라 혼합에 걸리는 시간은 어떻게 변화하는지 살펴보았다.

Table 3에서 보여주는 것처럼 혼합기의 폭이 높이에 비해 커지면 커질수록 혼합 성능이 향상된다. 이는 혼합기의 폭이 높이에 비해 커질수록 두 시료간의 접촉면적은 늘어나고 거리는 감소하게 되어 확산이 활발하게 일어나기 때문이다. 따라서 미세혼합기는 넓적하게 만들고 위, 아래에 혼합하고자 하는 시료들을 배치하여 혼합하여야 혼합에 걸리는 시간을 단축시킬 수 있다.

5.5. 초음파에 의한 혼합의 촉진

초음파에 의한 혼합의 촉진이 어떻게 진행되는지 알아보기 위해 시간에 따른 온도 분포를 살펴보았다. 압전소자가 없다면 y방향으로의 1차원적인 열전도로만 열확산이 이루어지겠지만 압전소자가 작동하게 되면 Fig. 4에서 보여주는 것처럼 압전소자 위의 초음파가 진행하는 영역(Sound beam)에서 대류에 의한 빠른 열확산이 일어나는 동시에 x, y 방향으로의 2차원적인

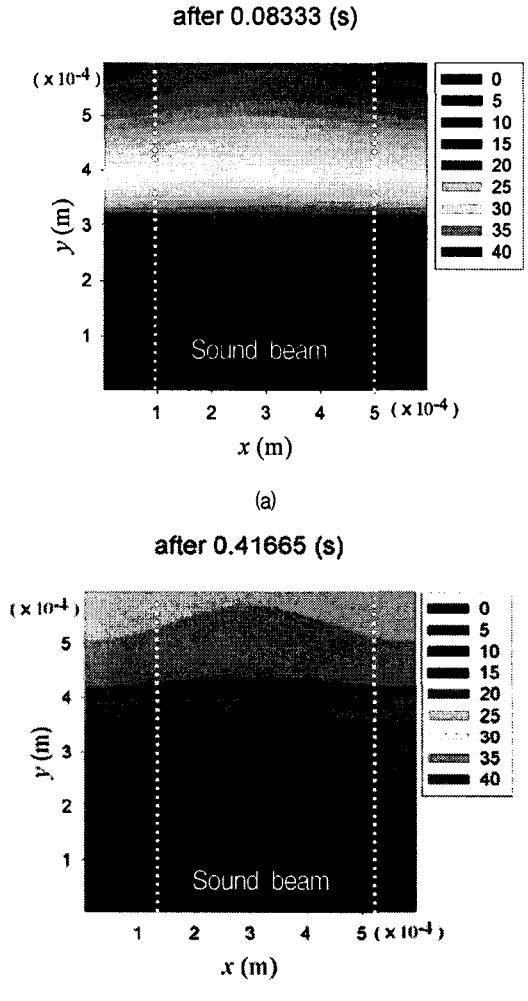

Fig. 4 Mixing process in mixing chamber [mixer size: 600 μm × 600 μm, initial temperature difference: 40 ℃, piezoelectric material: C-B2(Fuji Ceramics Co.), operating condition: sine wave(50 V, 60 kHz), location of piezoelectric material: L2, size of piezoelectric material: 400 μm]

열전도에 의해 상대적으로 열확산이 더딘 구석으로의 섞임이 일어나게 되어 압전소자가 없는 경우에 비해 혼합이 비약적으로 촉진된다.

6. 결 론

지금까지 초음파 미세혼합기를 모사한 단순화된 2차원 열유동 문제 해석을 통해 압전소자의 위치 및 크기, 가진 주파수, 혼합기 형상의 영향을 종합적으로 살

펴보았다. 그 결과를 바탕으로 정리한 초음파 미세혼합기의 설계 지침은 다음과 같다.

1) 초음파의 진행방향과 열 및 물질전달 방향이 나란하도록 하는 위치에 압전소자를 부착하여야 한다.
2) 압전소자 크기 및 가진 주파수의 최적값이 존재한다. 본 연구에서 다룬 재질 및 구조의 경우 a_1/a_2=0.4, 150 kHz의 가진 주파수가 적정한 것으로 나타났다.
3) 미세혼합기는 넓적하게 만들고 위, 아래에 혼합하고자 하는 시료들을 배치하여 혼합하여야 혼합에 걸리는 시간을 단축시킬 수 있다.

현재 본 연구에서 제시한 설계 지침의 타당성 검증을 위한 실험이 진행 중이며 그 결과는 추후 발표할 예정이다.

후 기

본 연구는 한국기계연구원 기본사업(NK120E)의 지원에 의하여 수행되었음.

참고문헌

(1) Mensinger, H., Richter, Th., Hessel, V., Doppler, J., and Ehrfeld, W., 1995, "Microreactor with Integrated Static Mixer and Analysis System," Micro Total Analysis Systems, pp. 237-243.

(2) Kim, J., Kim, B., Nam, H., Park, D., Yun, K., Yoon, J., You, J., and Yoon, E., 2002, "A Disposable DNA Sample Preparation Microfluidic Chip for Nucleic Acid Probe Assay," IEEE International MEMS Conference 2002, pp. 133-136.

(3) Stroock, A. D., Dertinger, S. K. W., Ajdari, A., Mezic, I., Stone, H. A., and Whitesides, G. M., 2002, "Chaotic Mixer for Microchannels," Science, Vol. 295, pp. 647-651.

(4) Miyake, R., Lammerink, T. S. J., Elwenspoek, J. and Fluitman, H. J., 1993, "Micro Mixer with Fast Diffusion," MEMS '93, pp. 248-253.

(5) Larsen U. D., Rong, W., and Tellerman, P., 1999, "Design of Rapid Micromixers Using CFD," Transducers '99, pp. 200-203.

(6) Yang, Z., Matsumoto, S., Goto, H., Matsumoto, M., Maeda, R., 2001, "Ultrasonic Micromixer for Microfluidic Systems," Sensors and Actuators A, Vol. 93, pp. 266-272.

(7) Eckart, C., 1948, "Vortices and Streams Caused by Sound Waves," Physical Review, Vol. 73, pp. 68-76.

(8) Markham, J. J., 1952, "Second-Order Acoustic Fields: Streaming with Viscosity and Relaxation," Physical Review, Vol. 86, pp. 497-502.

(9) Nyborg, W. L., 1965, Acoustic Streaming, in Mason, W. P. (ed.), Physical Acoustics, Vol. 2B, Academic Press, New York, pp. 265-283.

(10) Liebermann, L. N., 1949, "The Second Viscosity of Liquids," Physical Review, Vol. 75, pp. 1415-1422.

(11) Johnsen, I. and Tjotta, S., 1957, "Eine Theoretische und Experimentelle Untersuchung uber den Quarzwind," Acustica, Vol. 7, pp. 7-16.