

가변형 임계노즐 유동에 관한 실험/수치해석적 연구

김재형* · 김희동** · 박경암***

Experimental / Computational Study of a Variable Critical Nozzle Flow

Jae-Hyung Kim*, Heuy-Dong Kim**, Kyung-Am Park***

Key Words : Compressible flow(압축성 유동), Variable critical nozzle(가변형 임계노즐), Choke(초크), Discharge coefficient(유출 계수), Perimeter(접수 길이), Boundary layer(경계층)

ABSTRACT

For the measurement of mass flow rate at a wide range of operation conditions, it is required that the critical nozzle gas different diameters, since the mass flow rate through the critical nozzle depends on the nozzle supply conditions and the nozzle throat diameter. In the present study, both computational and experimental investigations are performed to explore the variable critical nozzle. Computational work using the 2-dimensional, axisymmetric, compressible Navier-Stokes equations are carried out to simulate the gas flow through variable critical nozzle. In experimnet, a cylinder with several different diameters is inserted into the critical nozzle to vary the nozzle throat diameter. Computational results are compared with the experimented ones. The computed results are in close agreement with experiment. It is found that the displacement and momentum thickness of variable critical nozzle are given as a function of Reynolds numbers. The discharge coefficient of the variable critical nozzle is predicted using an empirical equation.

1. 서론

노즐이나 오리피스 등과 같은 유동기구를 통하는 기체 유동은 유로의 상·하류의 압력비가 어느 정도 큰 경우에 압축성 유동의 대표적인 특징중의 하나인 초크(choke)현상⁽¹⁾이 발생한다. 이러한 초크현상은 유로의 최소 단면적 부분에서 발생하며, 유동이 초크하는 경우 유동의 속도가 국소 음속과 같아져, 최대 질량유량이 얻어진다. 이때, 최대 질량유량은 상류 유동

의 전상태랑과 기체의 비열비, 그리고 유로의 최소단면적의 함수로 주어질 수 있다.

기체 유동의 초크현상을 이용한 임계노즐(critical nozzle)은 노즐의 상류유동 조건만으로 유량을 용이하게 얻을 수 있는 기구로, 최근 유량측정의 정확도와 유용성으로 인해, 현재 각종 반도체 제조공정이나 기타 화학공정 등의 분야에서 날로 활용이 증대되고 있다. 노즐을 통하는 기체유동의 초크현상은 일차원 기체역학 이론으로부터 예측할 수 있으나, 실제 유동에서 발생하는 점성의 효과, 열전달의 효과 및 유동의 비정상 등으로 인해, 이론적으로 얻어지는 유량과 실제의 유량 즉 유출계수는 1.0보다 작아지게 된다. 더욱이 소형의 임계노즐을 통하는 기체유동의 초크현상이나 질량 유량을 실험적으로 조사하기 위해서는 고

* 안동대학교 대학원

** 안동대학교 기계공학부

*** 한국표준과학연구원 유체유동그룹

E-mail : kimhd@andong.ac.kr

도의 정밀한 계측장비와 실험장치가 요구되며, 실험조건 등에도 세심한 주의가 요구된다. 이는 경계층 유동 및 유동장의 비정상성 등이 필연적으로 관여하기 때문이다. 따라서 임계노즐의 보다 정확한 사용조건을 알기 위해서는 압축성 유동에 관한 충분한 지식이 필요하다.

최근에 수행된 임계노즐 유동에 관한 연구에 의하면, Ishibashi 등⁽²⁾은 유출계수와 레이놀즈 수와의 관계를 규명하였으며, Choi 등과 Park 등⁽³⁾은 저 레이놀즈수의 영역에서 임계노즐 유동의 유출계수(discharge coefficient)와 임계압력비(critical pressure ratio)를 실험적으로 조사한 바 있다. Von Lavante 등⁽⁴⁾은 임계노즐의 비정상효과를 실험 및 수치해석적 방법으로 연구하였다. 또 Kim 등^(5, 6)은 최근 유한체적법을 이용하여, 임계노즐 유동을 예측하였으며, 임계노즐 유동에 미치는 비정상성의 효과를 모사하여, 저레이놀즈수의 영역에서 유동의 비정상 초크현상을 상세하게 조사하였다.

이러한 연구결과에 의하면, 임계노즐을 통한 유출계수와 임계 압력비는 노즐 상류의 상태량들에 의해 얻어지는 레이놀즈수의 함수로 주어질 수 있다. 이것은 레이놀즈수가 비교적 큰 경우에는 일차원 이론 예측으로 유출계수를 산출할 수 있다는 것을 의미한다.

한편 임계노즐을 통하는 기체유동의 경우, 노즐 목에서 유동이 초크하게 되므로 유량은 노즐 상류의 유동조건에 의하여 결정된다. 구체적으로 기체의 종류가 주어지는 경우, 노즐입구의 전압과 전온도 그리고 임계노즐의 단면적이 주어지는 경우, 노즐을 통하는 유량을 용이하게 얻을 수 있다. 이러한 편의성으로 인해 최근 임계노즐은 유량측정기의 검정이나 정밀한 유량계측을 위한 표준기구로서 활용되고 있다. 이 경우 노즐 상류에서 유동조건 즉 압력이나 온도조건이 변화하는 경우에 다른 크기의 임계노즐을 제작하여 활용하여야 한다. 따라서 넓은 범위의 유량영역에서 사용되는 각종 유량계를 검정하기 위해서는 다수의 임계노즐이 필요하게 되어, 효과적이지 못하다.

본 연구에서는 하나의 임계노즐을 사용하여, 넓은 유량범위에서 운전할 수 있는 가변형 임계노즐을 개발하기 위하여, 실험 및 수치계산을 수행하였다. 실험에서는 종래의 임계노즐 내부에 직경이 작은 실린더를 임계노즐의 축방향으로 삽입하여, 실린더의 직경이나, 실린더의 형태를 콘(cone)과 같은 형태로 하여, 임계노즐의 목단면적을 변화시킬 수 있도록 하여, 유량

을 계측하였다. 또 수치계산에서는 Kim 등⁽⁶⁾에 의하여 최근에 수행된 임계노즐유동의 해석법을 활용하여, 실험결과와 비교하였다. 그 결과 임계노즐 내부에 실린더를 삽입하는 경우에, 유출계수는 실린더 벽면을 따라 발생하는 경계층의 영향으로 인해 다소 낮아졌으나, 적절한 보정을 거친다면 가변형 임계노즐은 넓은 범위의 유량영역을 계측할 수 있는 것으로, 그 유용성을 확인할 수 있었다.

2. 실험장치 및 방법

Fig. 1은 본 연구에 사용된 실험장치의 개략도로 한국표준과학연구원에 설치되어 있는 상압기체 표준유량 시스템이다. 압축기에 의해 압축된 공기는 2단계의 건조를 거쳐, 임계노즐 상류에 설치된 압력조절기에 의해 일정한 정제압력으로 공급되며, 압력과 온도 센서로 정제 온도와 압력을 측정한다. 임계노즐 하류에는 밸브를 설치하여 배압을 조절하게 된다. 이때 임계노즐을 통하는 질량유량은 이중 원통으로 구성되어 있는 벨 푸루버를 사용하여 측정하였다. 임계노즐을 통한 질량유량의 수집시간은 외통 지지부에 부착한 광학 센서를 사용하여 타이머로 측정하며, 체적유량을 질량유량으로 환산하기 위하여 벨 푸루버 내부의 압력과 온도를 측정하였다.

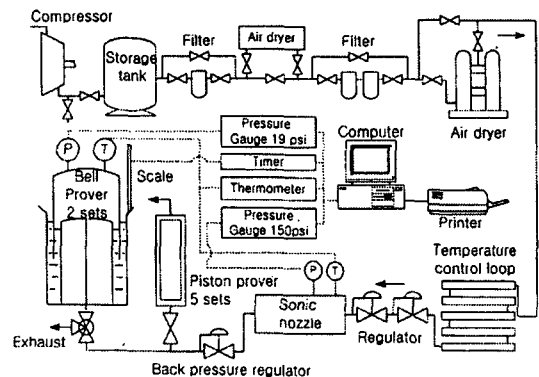


Fig. 1 Schematic diagram of gas flow measurement standard system at KRISS

3. 수치해석법

수치계산에서는 2차원, 축대칭, 압축성 Navier - Stokes 방정식에 유한체적법을 적용하였다. 수치계산에서 사용된 적분방정식의 형태는 문헌 (6)의 경우와 동일하다.

지배방정식들은 대류항은 upwind scheme, 시간항의 적분은 4단계 Runge-Kutta법을 적용하였다. 한편 임계노즐 벽 근처의 유동을 적절히 모사하기 위하여, standard $k-\epsilon$ 난류 모델과 standard wall function을 적용하였다.

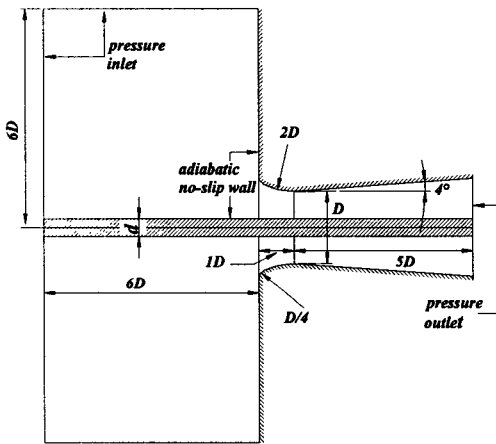


Fig. 2 Schematic diagram of the variable critical nozzle

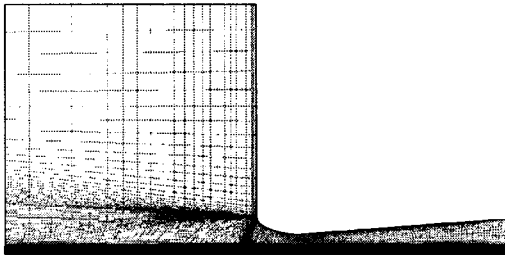


Fig. 3 Typical grid system

Fig. 2는 본 연구에 사용된 실린더를 설치한 임계노즐의 개략도이다. 노즐 목의 직경(D)은 8.4639mm이며, 노즐 목의 곡률 반경은 2D이다. 길이 6D, 높이 6D인 정제실에서 공기 유동이 노즐로 공급된다. 노즐

의 확대반각은 4°이며, 노즐의 축소부 길이는 1D, 확대부의 길이는 5D이다. 이때 노즐목의 직경을 변화시키기 위하여 축방향으로 삽입되는 실린더의 직경은 $d=7.457, 7.981$ 및 8.224mm 이다. 실린더를 삽입하여, 노즐목의 단면적을 변화시키는 가변형 임계노즐의 유출계수를 효과적으로 비교하기 위하여, 본 수치계산에서는 실린더를 삽입한 경우와 동일한 단면적을 가지는 임계노즐에 대해서도 계산을 수행하였으며, 이때 사용된 임계노즐의 등가직경은 각각 $D_{\text{eff}} = 4.004, 2.82$ 및 2.001mm 이다.

본 수치계산에 적용된 경계조건으로는 노즐의 입구에는 pressure inlet조건, 출구에는 pressure outlet조건을 각각 적용하였으며, 노즐 벽면과 실린더 벽면은 단일 no-slip 벽 조건을 적용하였다. 실험 및 수치계산에서 노즐 상류의 정체 조건으로 압력(P_o)은 2.5, 3.5, 4.5 및 5.5kPa까지 변화시켰다. 노즐 상류의 정체 온도 $T_o = 300\text{K}$ 로 고정하였으며, 노즐의 배압(back pressure, P_b)은 101kPa로 대기압으로 유지하여, 계산을 수행하였다. 본 수치계산에서 유동은 노즐의 중심축에 대하여 대칭형태이므로, 유로의 상반부에 대해서만 계산을 수행하였으며, 수치해가 수렴하기까지 약 5,000회의 반복 계산이 수행되었다.

Fig. 3은 본 수치계산에 적용된 가변형 임계노즐의 격자계이다. 계산 격자수는 대략 3만개 정도이며, 경계층의 영향이 지배적인 노즐의 벽면과 실린더 벽면, 그리고 유동이 초크할 것으로 예상되는 노즐 목부분에 격자를 집중시켰다.

한편 노즐을 통하는 기체유동을 일차원 등엔트로피 유동이라 가정하면, 이상기체 방정식을 사용하여 계산된 이론 유량(\dot{m}_{theo})식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{m}_{\text{theo}} = A \times \sqrt{\frac{\gamma}{RT_o}} \times P_o \times \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (1)$$

여기서 A 는 노즐 목의 단면적, R 은 기체상수이며 γ, P_o, T_o 는 각각 작동기체의 비열비, 정체압과 정체 온도를 의미한다.

위의 이론유량을 사용하여, 임계 노즐 유동의 유출계수는 다음과 같이 정의된다.

$$C_d = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{theo}} \quad (2)$$

또 노즐 목의 등가직경을 특성길이로 하는 레이놀즈수 (Re)는 식(3)과 같이 정의된다.

$$Re = \frac{4 \times \dot{m}_{theo}}{\pi \times D_{eff} \times \mu_o} \quad (3)$$

여기서 μ_o 는 노즐 상류에서 유동의 점성계수, D_{eff} 는 등가직경을 의미한다.

4. 결과 및 고찰

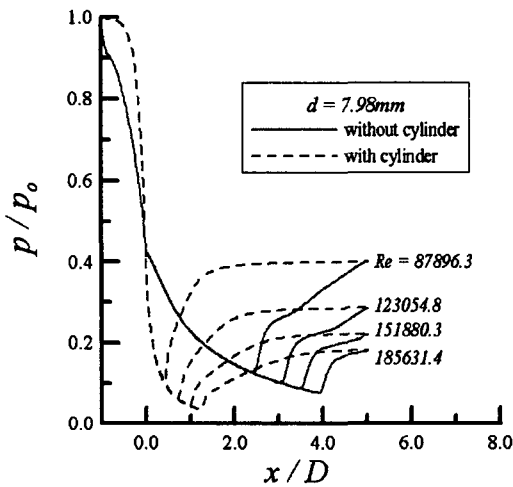


Fig. 4 Static pressure distributions along the nozzle wall ($D_{eff} = 2.82\text{mm}$)

Fig. 4는 등가직경 $D_{eff}=2.82\text{mm}$ 인 경우, 노즐 벽면을 따르는 국소정압의 분포를 나타낸다. 그림에서 횡축의 x/D 는 노즐벽면을 따르는 거리 x 를 노즐목의 직경 D 로 무차원한 값으로, $x/D=0.0$ 은 노즐목을 의미한다. 본 연구에서는 임계노즐 하류의 배압을 일정하게 유지한 상태에서 상류의 상태량을 변화시켜 수치계산을 수행하였기 때문에 레이놀즈수가 87896.3에서부터 185631.4까지 변화된다. 실린더를 설치한 경우와 설치하지 않은 두 경우 모두 노즐목 상류와 충격파 발생 위치 이전까지의 정압분포는 동일하게 나타나므로, 유동이 초크했음을 알 수 있다. 그러나 실린더를 설치한 경우에는 노즐목 상/하류에서의 정압 감소가 실린더를 설치하지 않은 경우보다 더욱 급격하게 발생한다. 이것은 노즐내부에 실린더를 설치한 경우, 하류방향으

로의 거리에 대한 단면적의 변화율이 크기 때문이다.

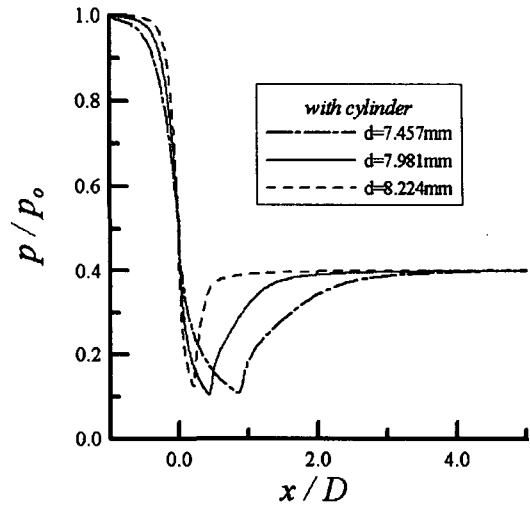
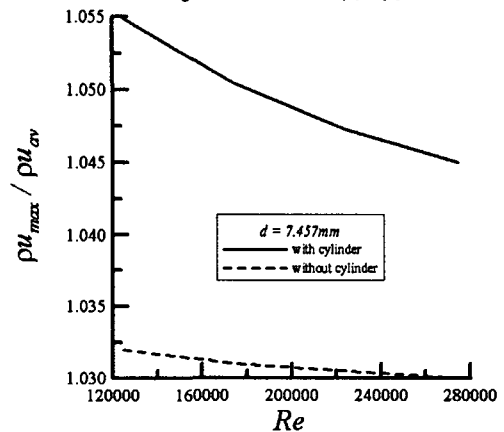
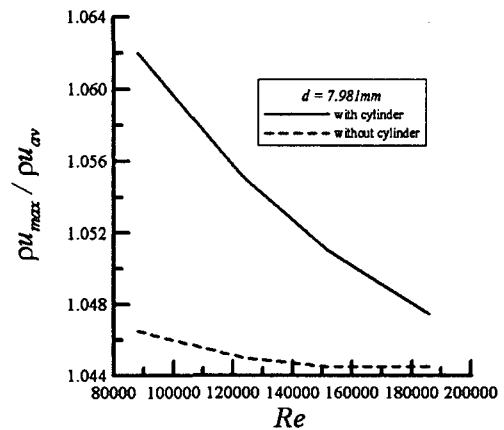


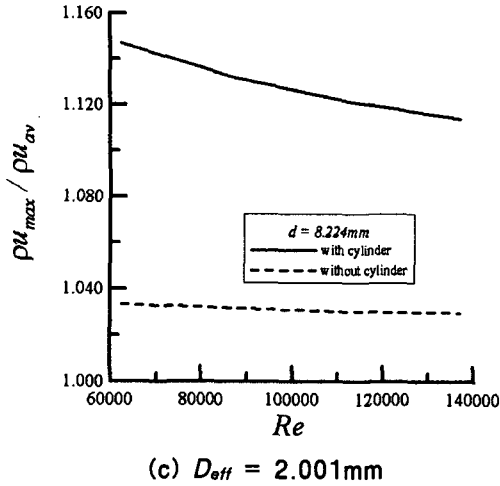
Fig. 5 Static pressure distributions with cylinder diameter along the nozzle wall ($\rho_o / \rho_o = 2.5$)



(a) $D_{eff} = 4.004\text{mm}$



(b) $D_{eff} = 2.82\text{mm}$



(c) $D_{eff} = 2.001mm$
 Fig. 6 Variations of maximum mass flux with Reynolds number at nozzle throat

Fig. 5는 실린더를 설치한 가변형 임계노즐의 작동 압력비 (p_0 / p_b)가 2.5인 경우, 노즐 벽면을 따르는 국소정압의 분포를 나타낸다. 실린더의 직경 $d = 7.457mm$ 인 경우, 유동은 노즐목을 지나 초음속으로 가속하게 되며, $x/D=1.0$ 위치에서 충격파가 발생한다. 실린더의 직경이 증가할수록, 노즐목 전후의 유동의 팽창은 급격해지며, 충격파의 발생위치는 노즐목으로 이동하고 있다.

Fig. 6은 레이놀즈수 변화에 따른 노즐목에서의 최대질량유속값의 변화를 나타낸다. 그림에서 종축의 $\rho u_{max} / \rho u_{av}$ 는 최대질량유속 (ρu_{max})을 평균질량유속 (ρu_{av})로 무차원한 값이다. 증가직경이 4.004mm인 Fig. 6(a)의 경우, 실린더를 설치한 경우의 평균질량유속에 대한 최대질량유속값은 실린더를 설치한 경우보다 크게 나타나며, 레이놀즈수가 증가할수록 감소하는 경향을 나타낸다. 또 레이놀즈수가 증가할수록 실린더를 설치한 경우와 설치하지 않은 경우의 질량유속비 차이는 감소하고 있으며, 실린더를 설치한 경우의 최대질량유속이 레이놀즈수에 크게 의존한다. 그림 (b)와 (c)에서도 동일한 경향을 나타내고 있다. 실린더를 설치한 경우, 질량유속비는 실린더의 직경이 증가할수록 동일한 레이놀즈수에 대하여 크게 나타나며, 레이놀즈수 변화에 따른 감소율도 크다.

Fig. 7은 노즐목에서 발생하는 경계층의 배제두께와 레이놀즈수와의 관계를 나타낸다. 실린더를 설치하지 않은 경우, 경계층의 배제두께는 레이놀즈수와 선형적인 관계로 주어진다. 실린더를 설치한 경우, 경계

층의 배제두께는 실린더 벽면에서 발생하는 경계층의 영향으로 인하여, 실린더를 설치하지 않은 경우보다 크게 나타난다. 또 실린더의 직경이 증가할수록, 경계층의 배제두께는 노즐의 증가직경에 대하여 큰 비중을 차지하며, 각각의 실린더의 직경에 따라서 서로 다른 기울기로 레이놀즈수에 선형적으로 의존하고 있다. 즉, 실린더의 직경이 클수록 레이놀즈수 변화에 대한 배제두께의 변화가 크게 나타난다.

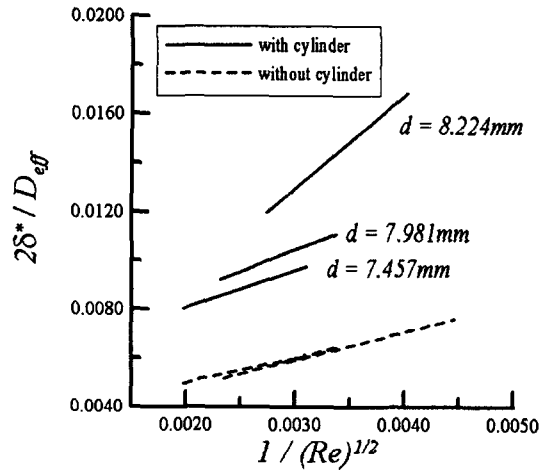


Fig. 7 $2\delta^* / D_{eff}$ vs $1/(Re)^{1/2}$

Fig. 8은 경계층의 운동량두께와 레이놀즈수와의 관계를 나타낸다. 경계층의 운동량 두께도 Fig. 7의 배제두께의 경향과 동일하게 나타난다.

Fig. 9는 레이놀즈수와 유출계수와의 관계를 나타낸다. 우선 $d = 8.224mm$ 인 실린더를 설치한 경우, 레이놀즈수가 증가할수록 유출계수는 증가하고 있다. 실험결과와 수치계산결과를 비교할 때, 레이놀즈수가 낮은 경우 수치계산 결과는 실험결과보다 다소 높은 값으로 예측하였다. 그러나 레이놀즈수가 높아질수록 실험결과와 수치계산결과와의 차이는 줄어들었다. 실린더의 직경이 7.457 및 7.981mm인 경우에도 레이놀즈수가 증가할수록 유출계수는 증가하며, 수치계산 결과와 실험결과는 비교적 잘 일치한다. 또 실린더의 직경이 작아질수록, 레이놀즈수의 증가율에 대한 유출계수의 증가율이 낮게 나타난다. 실린더를 설치하지 않은 경우의 결과는 모두 수치계산에 의해 얻어진 결과로 실린더를 설치한 경우의 유출계수보다 크게 나타나며, 단지 레이놀즈수만의 함수로 주어질 수 있음을 알 수 있다.

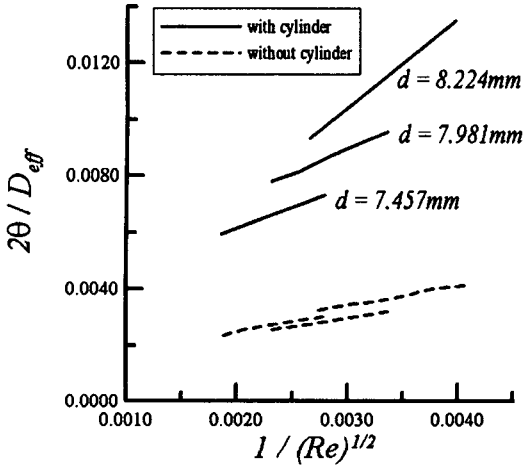


Fig. 8 $2\theta/D_{eff}$ vs $1/(Re)^{1/2}$

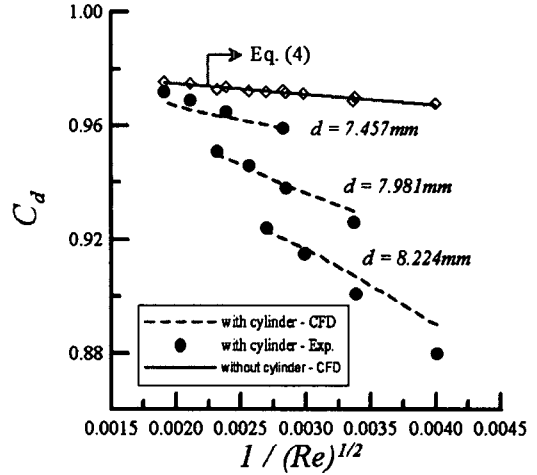


Fig. 10 C_d vs $1/(Re)^{1/2}$

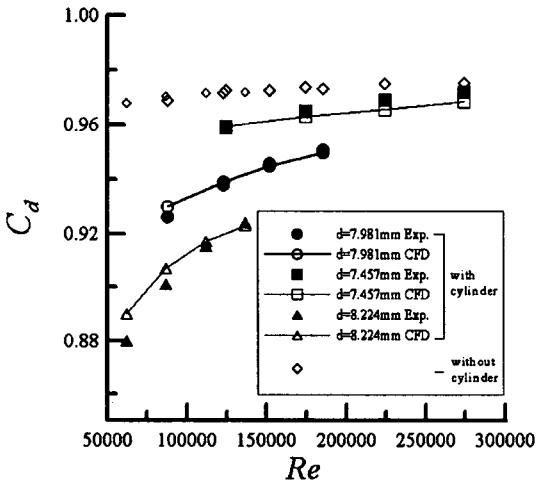


Fig. 9 Variation of discharge coefficient (C_d) with Reynolds number

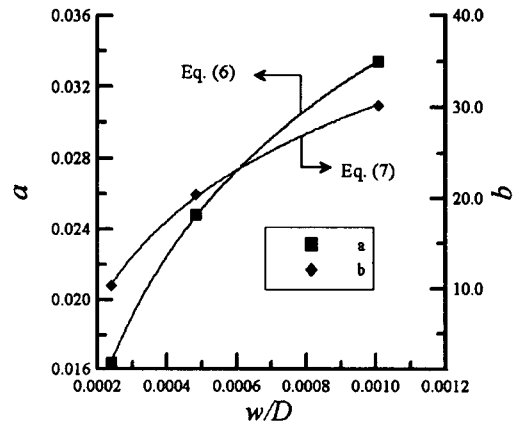


Fig. 11 a and b values with nozzle throat perimeter

Fig. 10은 입계노즐의 유출계수를 레이놀즈수에 대한 선형함수로 나타내었다. 실린더를 설치하지 않은 경우의 유출계수는 식(4)와 같이 레이놀즈수만의 함수로 주어질 수 있다.

$$C_d = 0.98233 - 3.7155 \times \frac{1}{\sqrt{Re}} \quad (4)$$

또, 실린더를 설치한 경우, 실린더의 직경이 커질수록 동일한 레이놀즈수에 대한 유출계수는 낮게 나타나며, 각각의 실린더 직경에 대해 서로 다른 기울기로 변화한다. 즉, 실린더의 직경이 커질수록 유출계수의 기울기는 큰 값을 가지며, 레이놀즈수와 선형관계를 타나내고 있다.

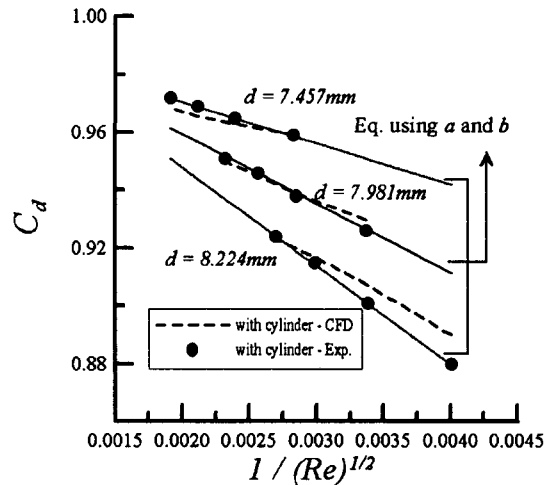


Fig. 12 Correction of discharge coefficient (C_d)

가변형 임계노즐에 설치되는 실린더의 직경에 따라 레이놀즈수 변화에 대한 유출계수의 변화율이 서로 다르게 나타난다. 그러나, 실린더를 설치한 경우의 유출계수도 레이놀즈수와 선형관계로 나타낼 수 있다. 따라서, 일반 임계노즐에 관한 유출계수 관계식으로부터 식(5)와 같은 형태의 가변형 임계노즐에 관한 유출계수 관계식을 도출할 수 있으리라 판단된다.

$$C_d = (0.982331484 + a) - (3.7154835 + b) \times \frac{1}{\sqrt{Re}} \quad (5)$$

여기에서 보정계수 a와 b는 가변형 임계노즐목에서의 접수길이에 큰 영향을 받게 되며, 그 관계는 Fig. 11에 나타내었다. 그림의 횡축의 w/D는 임계노즐 목에서의 접수길이 w를 노즐목의 직경 D로 무차원한 값이다. 식(5)에서의 보정계수 a와 b는 접수길이만의 함수로 충분히 예측할 수 있으며, 식(6)과 (7)에 나타내었다.

$$a = 0.01187 \times \ln(w/D) + 0.1154 \quad (6)$$

$$b = 13.8120 \times \ln(w/D) + 125.5858 \quad (7)$$

Fig. 12는 실린더를 설치한 가변형 임계노즐에서의 유출계수를 실린더를 설치하지 않은 경우의 유출계수 관계식으로 보정한 결과를 나타낸다. 실린더를 설치하지 않은 경우 얻어진 유출계수 관계식에 식(6)과 (7)의 보정계수 a 및 b를 사용하여, 가변형 임계노즐의 유출계수를 충분히 예측할 수 있음을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 가변 임계노즐의 유출계수를 조사하기 위하여, 실험 및 수치해석적 방법을 수행하였다.

본 연구로부터 얻어진 결론을 정리하면 다음과 같다.

(1) 가변임계노즐의 최대질량유속과 평균질량유속과의 비는 실린더를 설치한 경우가 설치하지 않은 경우에 비해 높게 예측되며, 그 차이는 레이놀즈수가 증가할수록 감소한다.

(2) 가변임계노즐에서의 경계층의 배제두께와 운동량두께는 실린더를 설치하지 않은 경우보다 더 두껍게 나타나며, 실린더의 직경이 증가할수록 노즐의 등가직경에 대하여, 큰 비중을 차지한다. 또, 실린더의 직경이 클수록 레이놀즈수 변화에 대한 경계층의 배제두께와 운동량 두께의 변화율이 커진다.

(3) 가변형 임계노즐의 유출계수는 레이놀즈수와 선형관계로 나타나며, 실린더의 직경이 커질수록 유출계수의 변화율이 크다.

(4) 가변형 임계노즐의 유출계수에 관한 관계식은 일반 임계노즐의 유출계수 관계식으로부터 보정계수를 사용하여 도출할 수 있다. 이때 각 보정계수는 노즐목에서의 접수길이만의 함수로 주어진다.

참고 문헌

- (1) Kim, H. D., Kim, J. H., Park, K. A., Setoguchi, T. and Masuo, S., "Computational Study of the Gas Flow through a Critical Nozzle," IMechE J. Mechanical Engineering Science, Vol. 217, pp. 1179-1189.
- (2) Ishibashi, M. and Takamoto, M., 2000, "Theoretical Discharge Coefficient of a Critical Circular-Arc Nozzle with Laminar Boundary Layer and Its Verification by Measurements using Super-Accurate Nozzles," Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 11, pp. 305-313.
- (3) Park, K. A., Choi, Y. M., Cha, T. S. and Yoon, B. H., 2001, "Evaluation of Critical Pressure Ratio of Sonic Nozzles at Low Reynolds Number," J. Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 12, pp. 37-41.
- (4) Von Lavante, E., Zachcial, A. Nath, B. and Dietrich, H., 2000, "Numerical and Experimental Investigation of Unsteady Effects in Critical Venturi Nozzles," J. Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 11, pp. 257-264.
- (5) Kim, H. D., Kim, J. H., Park, K. A., Setoguchi, T. and Masuo, S., "Study of the Unsteady Effects on the Gas Flow through a Critical Nozzle," IMechE J. Mechanical Engineering Science (in press).
- (6) Kim, H. D., Kim, J. H. and Park, K. A., 2003, "Study for the Gas Flow through a Critical Nozzle," Proceedings of 4thASME_JSME Fluids Engineering Conference, FEDSM2003-45593.