열유속이 있는 난류 원관 유동에의 FLUENT의 2방정식 난류모델의 적용성 판단

문 치 명*1, 백 성 구*2, 박 승 오*3

Assessment of two-equation turbulent models in FLUENT for a turbulent heated pipe flow

C. M. Moon ,S. G. Baek, S. O. Park

This paper assesses the two-equation turbulence models available in a commercial code, FLUENT, for heat transfer in a turbulent heated pipe flow. In case of flow under $Re_D = 10,000$, Standard $k-\epsilon$ and Realizable $k-\epsilon$ models overpredict the Nusselt number about 20% compared with the experimental correlation, and RNG $k-\epsilon$ model overpredicts about 30% when the two-layer zonal method is employed. When wall function method is adopted, all $k-\epsilon$ models show better predictions. Standard $k-w$ and SST $k-w$ models have the dependency on the first grid point ($0.3<y_1^+<3$). As Reynolds number becomes high, the predictions of all $k-\epsilon$ and $k-w$ models are in a good agreement with the experimental correlation.

Key Words : Turbulent model(난류 모델), FLUENT, Heat transfer(열전달), Pipe flow(원관 유동).

1. 서 론

최근 상용코드를 이용한 수치해석이 많이 이루어지고 있다. 이는 유체유동, 연소 등의 분야에 3차원 유동을 포함한 복잡한 형상까지 이의 적용범위는 매우 넓다. FLUENT를 이용하여 이강엽 등[1]은 스월 챔버내 3차원 유동 및 열전달 해석을 Standard $k-\epsilon$와 RNG $k-\epsilon$모델을 사용하였고, Li[2]는 Reynolds수가 50,000인 곡관 유동에 대해 3차원 유동과 열전달 해석을 위해 RNG $k-\epsilon$과 Non-equilibrium wall function을 적용하였다. 이들은 3차원 해석을 포함한 복잡한 유동장이거나 비교적 높은 Reynolds수의 유동을 다루고 있다.

*1 한국과학기술원 항공우주공학전공 대학원
*2 한국과학기술원 항공우주공학과
*3 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

복잡한 유동장에서도 낮은 Reynolds수의 유동이 발생할 수 있으므로, 이에 대한 평가가 필요하다. FLUENT에서 이러한 Low Reynolds 영향을 고려한 모델로 RNG $k-\epsilon$와 $k-w$모델들을 제공하고 있다. 제공되는 2방정식 난류모델을 살펴보면, 크게 $k-\epsilon$ 방정식과 $k-w$ 방정식이 있으며, $k-\epsilon$ 방정식에는 Standard $k-\epsilon$, RNG $k-\epsilon$, Realizable $k-\epsilon$ 모델이 있고 $k-w$ 방정식에는 Standard $k-w$와 SST $k-w$ 모델이 있다. 그리고 $k-\epsilon$ 모델의 벽면처리를 위해 Two-layer zonal wall treatment와 Wall function을 제공한다.

이 논문에서는 상용코드중 하나인 FLUENT에서 제공되는 2방정식(two-equation) 난류모델을 사용하여 열 유속이 주어진 원관 내 유동 및 열전달을 계산하고, 특히 Reynolds수 10,000이하의 영역에서의 열전달 예측능력을 확인하여 각 난류 모델의 특징을 비교하고자 한다.

2. 지배방정식 및 난류 모델

2.1 지배방정식

열유속이 있는 난류원관 유동의 해석을 위하여 정상상태의 비압축성 유동을 가정하였다. 이때 사용된 지배 방정식은 아래와 같다.[3]

- 연속 방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i) = 0 \tag{1}$$

- 운동량 방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_j U_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}[\mu(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) - \rho\overline{u_i u_j}] \tag{2}$$

- 난류운동에너지 방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j}[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j}] - \rho\overline{u_i u_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - D_k \tag{3}$$

- 난류 소산률 방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j}[\Gamma_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j}] - P_\epsilon - D_\epsilon \tag{4}$$

- the specific dissipation rate, w

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_j w) = \frac{\partial}{\partial x_j}[\Gamma_w \frac{\partial w}{\partial x_j}] - P_w - D_w \tag{5}$$

- 에너지 방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_i}[U_i(\rho E + p)] = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_{eff}\frac{\partial T}{\partial x_j}) \tag{6}$$

Table 1 Effective Diffusivity, $\Gamma_{k,\epsilon,eff}$

model	$\Gamma_{k,\epsilon}$	Γ_{eff}
Std. $k-\epsilon$ Realizable	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k,\epsilon}}$, $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$	$\Gamma + \frac{c_p \mu_t}{\mathrm{Pr}_t}$ $Pr_t = 0.9$
RNG$k-\epsilon$	$\alpha_{k,\epsilon}\mu_{eff}$	$\alpha c_p \mu_{eff}$ $\alpha = \frac{1}{\mathrm{Pr}_t}$
$k-w$	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k,\epsilon}}$, $\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{w}$	

2.2 벽면처리 기법

FLUENT는 $k-\epsilon$ 모델을 위한 벽면처리 기법인 Enhanced wall treatment 방법을 살펴보면, 식(7)로 정의되는 turbulent Reynolds수, $Re_y = 200$를 기준으로 완전난류영역과 점성영향을 많이 받는 벽 근처 영역으로 나어 계산한다. 완전난류영역에서는 $k-\epsilon$ 난류 모델을 적용하고, 벽 근처 영역에서는 Wolfshtein[4]의 1방정식 난류모델을 사용한다. Wolfshtein의 1방정식 난류 모델은 식(4)의 난류 방정식을 풀며, 이 때

$\mu_t = \rho C_\mu l_\mu \sqrt{k}$, $l_\mu = yc_l(1 - e^{-Re_y/A_\mu})$

$\epsilon = k^{3/2}/l_\epsilon$, $l_\epsilon = yc_l(1 - e^{-Re_y/A_\epsilon})$식을 사용한다. 이와 함께 중간영역을 Kader[5]가 제시한 함수로 연결하고 있다.

$$Re_y \equiv \frac{\rho y\sqrt{k}}{\mu} \tag{7}$$

3. 수치해석 방법

3.1 경계조건

입구의 수력학적 직경을 기준으로 레이놀즈수를 정하였으며, 사용된 유체는 Standard Sea Level의 공기이며 모든 물성치를 일정하게 놓고 계산을 수행하였다. 입구의 경우 Velocity Inlet 조건을 사용하였고 이때의 초기 난류값은 아래와 같다.

$$k_0 = \frac{2}{3}(u_{avg}I)^2,\ \epsilon_0 = C_\mu^{3/4}\frac{k_0^{3/2}}{l},\ w_0 = \frac{k_0^{1/2}}{C_\mu^{1/4} l}$$

$$I = \frac{u'}{u_{avg}} = 0.16(Re_{D_H})^{-1/8},\ l = 0.07D$$

출구는 Outflow condition을 주어 모든 변수의 확산유속이 없고 전체 질량 균형이 유지되도록 하였다. 벽면의 경우 No slip 조건과 함께 벽에서 일정한 열유속을 주었으며, 중심면 처리는 축대칭조건을 사용하였다.

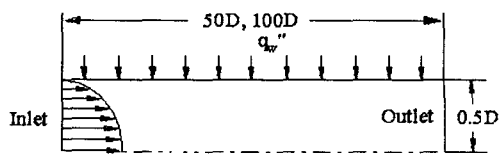

Fig. 1 Schematic diagram

3.2 격자조건

Standard, RNG, Realizable $k-\epsilon$ 모델을 사용한 경우 벽면 근처에서 난류처리를 Enhanced wall treatment를 사용한 경우는 각 Reynolds수에 대하여 $y_1^+ = 0.54$를 유지하며 격자수를 50으로 벽쪽으로 밀집시켜 사용했다. Standard, SST $k-w$ 모델의 경우는 $y_1^+ = 0.27$, 격자수 75의 격자와 $y_1^+ = 2.83$의 격자를 추가해 계산을 수행하였다. Wall function을 사용한 $k-\epsilon$ 모델의 경우 $y_1^+ \approx 30$와 $y_1^+ \approx 14$를 만족하는 균일격자를 사용하였다.

4. 계산결과 및 고찰

4.1 $k-\epsilon$ models

Enhanced wall treatment

Standard, RNG, Realizable $k-\epsilon$의 Friction factor의 예측 결과를 Blasius의 상관식과 비교하여 Fig. 2에 도시하였다. Friction factor는 Reynolds수가 낮을수록 높게 예측되고 있다. Fig. 3은 Reynolds수가 4,000과 60,000인 경우에 대해 Enhanced wall treatment와 함께 사용한 Standard $k-\epsilon$ 모델의 평균 속도의 성장을 보여주고 있다. 그림에서 화살표로 표시한 곳이 위에서 언급한 Turbulent Reynolds수가 200인 지점이다. Reynolds수가 4,000정도의 유동에서는 Turbulent Reynolds수가 200을 조금 상회하는 정도임을 확인할 수 있다. $Re_D = 10,000$ 이하의 낮은 Reynolds수의 유동에서는 Wolfshtein의 1방정식 모델이 많은 영역에서 사용된다. Mikielewicz[7]는 Wolfstein의 모델을 수정한 Axcell의 모델의 계산을 통해 Friction factor와 Nusselt수의 예측 결과가 낮은 Reynolds수의 유동에서 큰 오차를 보임을 말하고 있다.

Fig. 4는 $k-\epsilon$ 모델들의 Nusselt수의 예측 결과를 도시한 것이다. Fig. 4에서 x축은 Reynolds수이고, y축은 각 방정식으로 계산된 Nusselt수를 Dittus-Boelter[6]의 실험적 상관식으로 나눈 값을 표시한다. 사용된 모든 모델의 예측결과가 낮은 Reynolds수의 영역에서 오차가 크고, 높은 Reynolds수로 갈수록 오차가 작아지는 경향을 보

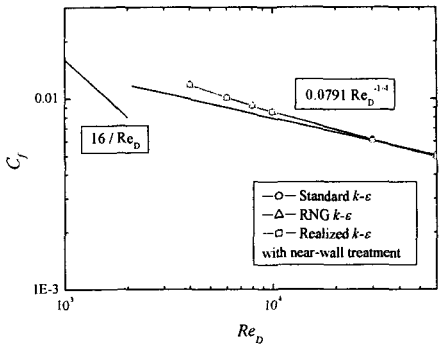

Fig. 2 Friction factor($f/f_{blasius}$)

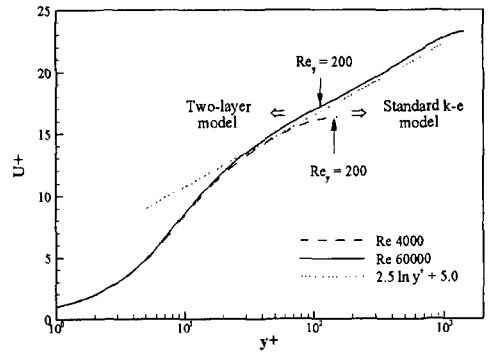

Fig. 3 The upper boundary of two-layer model

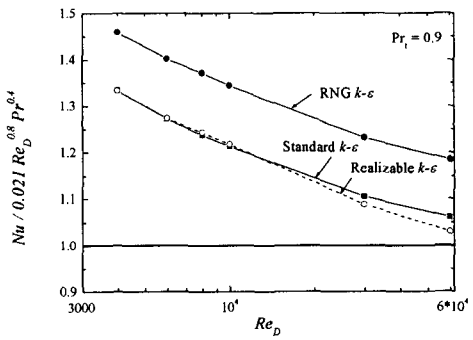

Fig. 4 Nusselt number normalized by Dittus-Boelter correlation

인다. Standard $k-\epsilon$ 모델과 Realizable $k-\epsilon$ 모델의 경우 Reynolds수가 10,000이하의 유동에서 Nusselt수는 실험식과 비교하여 20%이상의 오차를 보이며, RNG $k-\epsilon$ 모델의 경우 30%가 넘는 오차를 나타낸다. 이러한 이유는 식(4)의 에너지방정식을 풀 때 Reynolds Analogy를 적용하여 α_t 값을 ν_t값을

이용하여 구하고, 이때의 Pr_t를 상수로 처리하기 때문인데, 결과적으로 열전달 해석에서 유동해석에서 나타나는 오차를 그대로 반영하게 된다.

Fig. 4에서 Nusselt수의 예측결과에서 RNG $k-\epsilon$ 모델의 결과가 다른 모델에 비해 더 큰 값을 보임을 알 수 있다. RNG $k-\epsilon$ 모델의 경우 Table 1에서 $\alpha=1.393$을 사용한다. 이는 다른 두 모델보다 더 낮은 난류 Prandtl수를 사용하게 됨을 말하는데, 이로 인하여 에너지방정식의 확산항이 더 커지게 된다. 결과적으로 열전달이 더 활발하게 발생하므로, 벽면 온도와 평균 온도 간의 차이가 줄어들어 Nusselt수가 크게 계산된다.

Fig. 4에서 Standard $k-\epsilon$과 Realizable $k-\epsilon$ 모델의 예측결과가 Wolfshtein의 1방정식 모델의 많이 사용하는 낮은 Reynolds수에서는 거의 차이가 없지만, 높은 Reynolds수로 갈수록 각 모델의 사용 영역이 커져 차이를 보임을 알 수 있다.

Wall function

FLUENT manual[3]에 의하면 wall function은 높은 Reynolds수의 유동에 제한을 두고, 벽으로부터 격자 위치(y_1^+)를 30정도로 권장하고 있다. 하지만 본 연구에서는 wall function의 사용 한도까지 최대한 활용하였다.

Reynolds수가 30,000에서 100,000까지의 영역에 대해 wall function을 이용하여 예측된 결과를 Fig. 5에 도시하였다. 이 경우 Standard $k-\epsilon$와 Realizable $k-\epsilon$ 모델은 실험식과 비교하여 약 5%이내의 오차를 보이며, RNG $k-\epsilon$ 모델은 10정도의 오차를 보인다.

Reynolds수 10,000이하의 유동의 경우 y^+_{max}가 140~320정도로 권장사항에 따라 $y_1^+ \approx 30$정도의 격자를 구성하면 충분한 격자수를 넣을 수 없다. 그러나 wall function은 log-low를 만족하는, 즉 $y^* > 11.225$인 영역에서 적용 가능하다. 그래서, Reynolds수 30,000인 경우에 대해서 y_1^+를 14근처까지 줄여가며 $y_1^+ \approx 30$정도의 격자로 수행한 계산결과와 비교하여 Fig. 6에 도시하였다. 격자위치를 $y_1^+ \approx 30$에서 점차 줄여갔을 때, 잘 발달된 유동장의 경우 y_1^+가 11.225보다 작은 값으로 내려가면 불

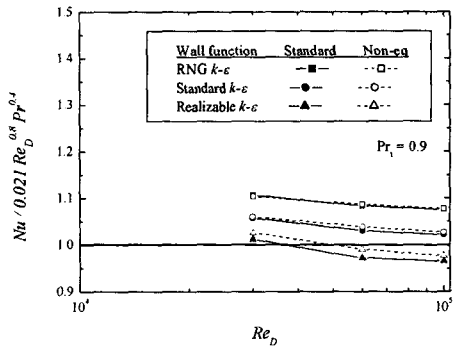

Fig. 5 Evaluated Nusselt number employing wall function methods with $y_1^+ \approx 30$

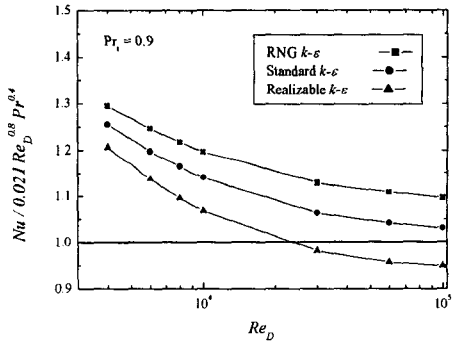

Fig. 6 The change of Nusselt number acording to the various first grid point using standard wall function method

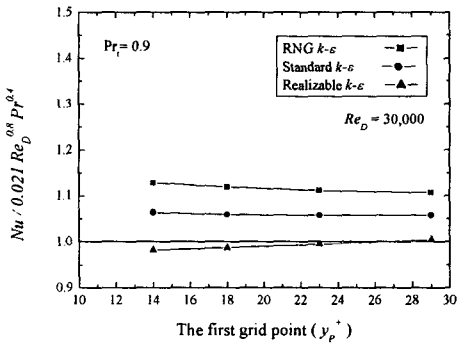

Fig. 7 Nusselt number predictions using $k-\epsilon$ turbulence models with standard wall function method with $y_1^+ \approx 14$

안정한 결과를 얻었으나, $y^* > 11.225$인 영역에서 큰 변화가 없어 y_1^+를 낮추어 계산이 가능함을 알 수 있다. 경계층의 경우 격자가 벽 가까이에 놓일때,

Skin friction을 높게 예측하는 경향을 보인다[8].

Reynolds수 10,000이하의 경우에까지 확장해 계산을 수행하여, 얻어진 결과를 Fig. 7에 표시하였다. Fig. 7에서 보면 Reynolds수 60,000이하인 경우, 각 모델이 앞서 수행된 Enhanced wall treatment로 벽면처리를 한 경우보다 10%이상 좋은 결과를 보이나 여전히 낮은 레이놀즈수에서는 오차가 큰 것을 알 수 있다.

4.2 $k-w$ models

$k-w$ 모델의 예측결과를 Fig. 8에 나타내고 있는데 $k-\epsilon$ 모델처럼 낮은 Reynolds수의 유동에서 Nusselt수의 예측결과가 실험식과 큰 오차를 보이고 있다. Skin friction의 결과 또한 같은 경향을 보이는데, Wilcox[9]는 Pipe 유동에서 $k-w$ 모델의 경우 낮은 Reynolds수 유동에서 Skin friction값이 크게 예측되는 것을 언급하고 있다.

Fig. 8에에서 보듯 첫 번째 격자위치가 2.85에서 0.27로 낮아질 때 계산된 Nusselt수는 크게 예측되며, Skin friction의 결과도 같은 경향을 보인다. Thivet 등[10]은 경계층에 대하여 Roughness height(k_s^+)와 첫 번째 격자위치(Δy_1^+)에 따른 Skin friction값의 편차에 관한 결과를 제시하였다. 또한 벽근처에서 심한 w(*the specific dissipation*)의 거동을 감지하지 못해 나타날 수 있는 그럴싸한 (spurious) 결과를 피하기 위해 $\Delta y_1^+ \simeq k_s^+/2$의 관계를 제안하고 있다. 그러나 이 관계식은 격자 수렴성을 얻기 위한 조건은 아니라 말하고 있다.

FLUENT에서는 벽면을 매끄럽다고 가정한 경우 k_s^+는 1.0이 사용되고 있으며, 이 때의 Δy_1^+는 약 0.5이다. 위에서 언급한 그럴싸한 결과를 피하기 위해 0.5보다 작은 격자의 구성이 필요하다. Fig. 8에서 Δy_1^+가 각각 0.27과 0.54일때 결과를 보였다. Menter[11]는 $k-w$ 모델들이 평판 경계층에서의 Skin friction이나 속도를 잘 예측하고 있으며, $y_1^+ = 3$정도까지의 큰 격자위치에도 결과의 변화 없이 계산을 수행한다고 언급하였다. 이에 Δy_1^+가 2.85인 위치에서도 같은 계산을 수행 하였다. Fig. 9에서 Nusselt수가 더 크게 예측되고, 반대로 2.85의

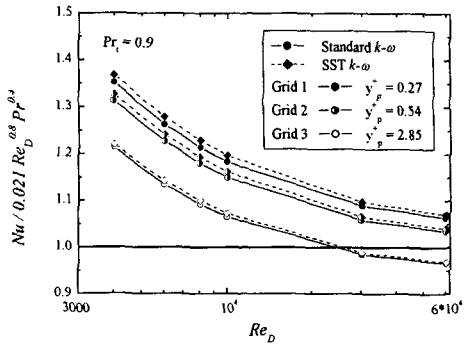

Fig. 8 The effect of the first grid point with $k-w$ models.

격자에서의 결과는 낮아짐을 보이는데, 이 같은 경향은 Thivet[10]가 제시한 결과에서 짐작할 수 있다. 따라서 원관 유동에 $k-w$ 모델을 적용할 경우 격자 의존성에 대한 연구가 더해져야 할 것이다.

5. 결 론

일정한 물성치를 갖는 완전히 발달된 관내 유동에 대해 계산을 수행하여 상용코드인 FLUENT에서 제공하는 2방정식 난류모델의 성능을 비교, 평가하였다.

Two-layer model을 사용한 $k-\epsilon$ 모델의 경우, 사용되는 Wolfshtein의 1방정식 난류 모델로는 Pipe 유동에서 낮은 Reynolds수 영역을 잘 다루지 못함을 알수 있었다.

$k-w$ 모델의 경우, 첫 번째 그리드 포인트의 위치에 따라 유동과 열전달 예측결과가 달라짐을 확인하였다.

$k-\epsilon$ 모델과 $k-w$ 모델 모두 낮은 Reynolds수 영역을 잘 예측하지 못하였지만, Reynolds수가 높아질수록 결과는 실험식과 근사한 값을 갖는다.

결과적으로 FLUENT에서 제공되는 2방정식 난류모델의 경우 $Re = 10{,}000$의 낮은 Reynolds수를 갖는 영역에 대해서는 정확한 예측이 어렵다는 것을 알 수 있었다. 시중에 유통되는 상용코드의 경우 많은 난류모델을 갖고 있지 않으므로 적용대상에 따라 많은 어려움을 갖게 될 수 있다. 그러므로 난류모델의 선택에 있어 원하는 형태의 유동에서 선택하는 모델

이 얼마만큼의 정확도를 가지는지 확인하는 작업이 필요하다.

참고문헌

[1] 이강엽 외3인, "고온부 냉각을 위한 스월챔버내의 유동 및 열전달 해석," 한국전산유체공학회지, 7-3 (2002), p.9

[2] L. J. Li et al., "Turbulent mixed convective heat transfer in the entrance region of a curved pipe with uniform wall-temperature," *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 41 (1998), p. 3793-3805

[3] "Fluent 6 User's Guide," Vol.1, Vol.2, Fluent Inc., (2002)

[4] M. Wolfshtein., "The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient," *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 12 (1969), p. 301-318

[5] B. A. Kader, " Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers," *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 24 (1981), p. 1541-1544

[6] F. W. Dittus and L. M. K. Boelter, "Heat transfer in automobile radiators of the tubular type," in: Pub. in Engrg., 2, University of California, Berkeley, (1930), p. 443-461

[7] Dariusz P. Mikielewicz et al., "Temperature, velocity and mean turbulence structure in strongly heated internal gas flows comparison of numerical predictions with data," *Int. J. of Heat Mass Transfer* 45 (2002) p.4333-4352

[8] P. A. Durbin and B. A. Petterson Reif., *Statistical Theory and Modeling for Turbulent Flows,* JOHN WILEY & SONS, LTD, (2001) p.128, 129.

[9] Wilcox, D. C., *Turbulence Modeling for CFD, 2nd ed.,* DCW Industries, Inc., La Canada, CA, (1998) p.175-177, 179-182, 193-203, 343, 344.

[10] Frederic Thivet et al., "Influence of the wall condition on $k-w$ turbulence model predictions," *AIAA Journal* Vol.40, No. 1 (2001) p.179-181

[11] F. R. Menter., "Zonal two equation $k-w$ turbulence models for aerodynamic flow," AIAA Paper 93-2906, July 1993