

단일 및 이중명령을 수행하는 자동창고 시스템의 성능분석 A performance analysis of AS/RS with single and dual commands

남진규, 정재호, 허 선
한양대학교 산업공학과

Abstract

We consider an AS/RS(Automated Storage/Retrieval System) which performs single and dual commands. In this paper, we also assume that the service times of single and dual commands are differently distributed. We transform the arrival rates of storage and retrieval commands into those of single and dual commands. Using this, we propose a non-preemptive queuing model with priority for the performance analysis of a AS/RS, and obtain approximated means of queue lengths and sojourn times.

1. 서 론

AS/RS(자동창고 시스템)는 물건을 저장하는 랙과 저장위치의 안과 밖으로 움직이는 운반대 역할을 하는 Storage/Retrieval machine(S/R machine), 입출력 주문명령이 대기하는 공간인 버퍼(buffer)와 입/출력 스테이션으로 구성되어 있다.

S/R machine은 입/출력 스테이션으로부터 랙 안으로 물품을 저장하거나 랙으로부터 보관품을 꺼내어 입/출력 스테이션으로 불출해주는 일을 한다. 또한 무거운 물건을 운반할 수 있고, 이동시간을 단축하여 목적지에 도달할 수 있도록 수행방향과 수직방향으로 동시에 움직일 수 있다. S/R machine은 한 번 이동에 저장 혹은 불출 중 한 가지만 수행하는 single command mode와 한번 이동에 저장과 불출을 동시에 수행하는 dual command mode의 두 가지 처리 형태를 가지고 있다.

보다 현실적이고 융통성 있는 S/R machine의 서비스 정책을 선택하고, AS/RS의 성능을 분석하는데 있어서 수리적 평가도구를 사용하는 것은 불가피하다. AS/RS를 평가하는 도구는 사용되고 있는 제어정책에 따라 여러 가지 다른 평가도구의 사용이 가능한데, 본 연구에서는 평균 대기command의 수와 임의의 command의 평균 대기시간을 측정하는 방법을 사용한다.

AS/RS를 확률적으로 분석하는 접근법은 Bozer와 White(1990)에 의해 처음으로 소개되었으나 이들의 연구는 command가 언제나 서비스를 받을 수 있다는 가정을 함으로써 이는 S/R machine

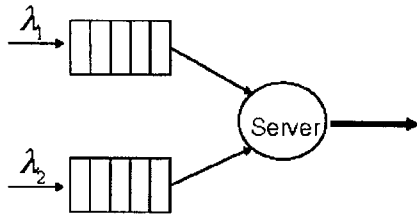
의 효율성을 과대 평가하는 오류를 낳았다. 이들의 mini-load AS/RS에 대한 연구는 Lee(1997)에 의해 대기모형을 적용하는 방법으로 구체화되었다. Lee는 storage command와 retrieval command가 각각의 대기공간을 가지는 M/M/1 타입의 대기모형을 분석하였으나, 이들의 연구는 S/R machine의 서비스 시간이 지수분포를 따른다는 가정에서 현실모델과 차이점을 갖는다. Lim et al.(2001)은 시스템 내에 single command와 dual command가 동시에 존재하는 unit-load AS/RS를 각 command의 서비스 분포가 동일한 M/G/1 대기모형으로 분석하였다. Hur와 Choi(2002)는 single command와 dual command의 서비스시간이 서로 다른 일반분포를 따르는 unit-load AS/RS의 이탈시점에서의 고객수 분포를 분석하였다. 그러나 실제 모형의 분석을 위해서는 임의 시점에서의 평균 고객수와 평균대기시간의 분석이 필요하며, 이를 구하기 위해서는 임의 시점에서의 고객수 분포가 필요하다.

이러한 점을 착안하여 본 연구에서는 single command와 dual command의 서비스 시간이 서로 다른 일반분포를 따르는 unit-load AS/RS의 성능을 분석하였다. 이 모형의 분석에는 Hur와 Choi(2002)의 결과에서 이탈시점에서의 고객수 확률을 이용하여 storage와 retrieval command의 도착률을 single과 dual의 도착률로 바꾸어 시스템을 변형시켰으며, 이 변형된 모형을 분석하기 위해 우선순위를 가지는 비축출형 대기모형을 이용하였다. 이를 통해 근사적으로 임의고객의 평균 대기시간과 임의시점에서의 평균 고객수를 제시하였다. 이는 기존의 Lim et al.(2001)의 결과를 확장시킨 것이며, 이를 통해 실제 시스템에의 적용 가능성을 확대시켰다. 또한 AS/RS의 설계대안과 기존 시스템의 성능 평가 시 유용하게 활용될 수 있다.

본 논문은 2장에서 모형 및 기호에 대한 설명을 하고, 3장에서 근사적으로 임의의 command에 대한 대기시간 및 시스템 내 command의 수를 보이며, 마지막 4장에서는 결론 및 추후과제를 나타냈다.

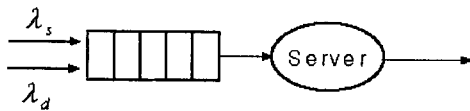
2. 모형 및 기호 설명

2. 1 모형설명



<그림 1 단일서버와 두 개의 대기공간을 가지는 AS/RS모형>

일반적인 형태의 unit-load AS/RS는 <그림 1>처럼 나타낼 수 있다. storage와 retrieval이라는 두 가지의 command가 하나의 S/R machine을 통해 서비스를 받고 시스템을 떠나게 된다. 시스템의 원활한 흐름과 효율성 증대를 위해 storage와 retrieval을 동시에 서비스하는 정책을 사용한다. storage와 retrieval command는 각각 도착률이 λ_1 과 λ_2 인 독립적인 포아송 과정을 따르며 도착순간 서버가 서비스 중일 경우에는 각기 다른 대기공간에서 대기하게 된다. 서비스 종료 후 하나의 대기공간에만 대기 중인 command가 있으면 서버는 그 command만을 서비스하게 된다. 그러나 서비스 종료 후 두 대기공간에 모두 command가 있으면 다음 서비스는 대기하고 있는 두 개의 command를 동시에 서비스하게 된다. 이와 같은 서비스 형태에서 하나의 command를 서비스하게 되는 것을 single command, 두 가지를 동시에 서비스하게 되는 것을 dual command라고 한다. 위와 같은 대기모형에 대해 Hur와 Choi(2002)의 논문에서 이탈시점에서의 고객수 분포를 제시하였다. 그러나 실제 모형에서 필요한 성능지표를 분석하기 위해서는 임의시점에서의 고객수 분포가 필요하다. 위 대기모형에서는 PASTA와 Burke의 정리가 성립하지 않기 때문에 전통적인 방법으로 임의시점의 고객수 분포를 구하기가 쉽지 않다. 또한 Lim et al.(2001)에서는 single과 dual command의 서비스 분포를 동일하다고 가정하여 부가변수법으로 풀었으나 dual 및 single command의 서비스 분포가 다른 경우의 부가변수법은 풀기가 쉽지 않다. 그래서 본 연구에서는 이탈시점에서의 고객수 확률을 이용하여 storage와 retrieval command의 도착률을 single과 dual command의 도착률로 바꾸어 시스템을 변형시켜 unit-load AS/RS의 성능을 분석한다. (그림 2 참조)



<그림 2 single과 dual 두 개의 class를 가지는 AS/RS 모형>

본 연구에서는 아래와 같은 가정으로 모델을 분석한다.

- (1) 시스템은 하나의 대기공간과 하나의 서버를 가진다.

- (2) single과 dual command의 도착률(각각 λ_1, λ_2)은 서로 독립인 포아송 과정을 따른다고 본다.
 - (3) S/R machine의 연속적인 서비스 시간들은 i.i.d.한 확률변수이다. 그리고 single과 dual의 서비스 시간은 각각 $S_1(x)$ 과 $S_2(x)$ 의 분포함수를 가진다.
 - (4) 서비스 완료시점에 single command가 먼저 와서 대기하더라도 나중에 도착한 dual command가 있다면, dual command가 먼저 서비스를 받는다. 즉 dual이 single에 대해 우선순위를 가진다.
 - (5) 대기공간의 크기는 무한하다.
- 위 모형은 두 개의 class를 가지는 비축출형 우선순위를 가지는 M/G/1 대기모형이다.

2. 2 시스템 변형

$\pi_{i,j}$ 를 이탈시점에 i개의 storage와 j개의 retrieval commands가 있을 확률이라고 하자. 안정 상태일 때 $\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_s + 2\lambda_d$ 를 만족시켜야 한다는 조건을 이용하여 도착률을 다음과 같이 근사적으로 표현할 수 있다.

$$\lambda_d \approx \lambda_1 \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} \pi_{i,j} + \lambda_2 \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=j+1}^{\infty} \pi_{i,j} \dots (1)$$

$$\lambda_s \approx \lambda_1 \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=j}^{\infty} \pi_{i,j} + \lambda_2 \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=i}^{\infty} \pi_{i,j} - \lambda_d \dots (2)$$

근사식이 되는 이유는 $\pi_{i,j}$ 값이 임의 시점의 확률이 아니라 이탈시점의 확률이기 때문이다. 여기서 이탈시점 확률 $\pi_{i,j}$ 은 Hur and Choi(2002)에서 구한 값을 사용한다.

Dual command의 입력률은 그림 1의 모형에서 $\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} \pi_{i,j}$ 의 경우에 storage command가 도착하거나 $\sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=j+1}^{\infty} \pi_{i,j}$ 의 경우에 retrieval command가 도착하면 되므로 식(1)과 같이 쓸 수 있다. Single command의 입력률은 $\sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=j}^{\infty} \pi_{i,j}$ 의 경우에 storage command가 도착하거나 $\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=i}^{\infty} \pi_{i,j}$ 의 경우에 retrieval command가 도착하면 되는데, single command의 경우 현재 single command로 존재하더라도 다음 도착하는 고객에 의해 dual command로 바뀔 수 있다.(ex. storage command가 1개 있고, retrieval command가 2개 있을 때, single command는 1개, dual command도 1개 존재하는데 서비스가 single command의 형태로 서비스를 받기 전에 retrieval command가 하나 도착한다면 storage command는 도착한 retrieval command와 결합하여 dual command가 된다.) 그렇게 되면 single command는 하나 없어지고 dual command가 하나 생겨나게 된다. 그러므로 식(2)에서 마지막 부분에 dual로 바뀔 수 있는 비율을 빼주어야 한다.

비축출형 서비스(non-preemptive service)란 일단 서비스가 시작되면 중간에 높은 class의 고객이 와도 출출 당하지 않는 서비스 규칙을 말한다.

본 모형을 이제 single command 고객과 dual command 고객 등 두 개의 class가 존재하고 특히 dual command 고객이 single command 고객에 대해 비축출형 우선권을 가지는 모형으로 변형하였다.

3. 시스템 분석

M/G/1 비축출형 우선순위 대기 모형을 이용하면, single command와 dual command의 근사적인 평균 대기시간과 평균 고객수를 구할 수 있다. (이호우[1])

3.1 평균 대기시간

(1) Dual command의 평균 대기시간

$$W_{e(d)} = \frac{\lambda_s E(S_s^2) + \lambda_d E(S_d^2)}{2(1-\rho_d)} \dots (3)$$

여기서 $\rho_d = \lambda_d E(S_d)$ 이다.

(2) Single command의 평균 대기시간

$$W_{e(s)} = \frac{\lambda_s E(S_s^2) + \lambda_d E(S_d^2)}{2(1-\rho_d)(1-\rho)} \dots (4)$$

여기서 $\rho_d = \lambda_d E(S_d)$, $\rho = \lambda_s E(S_s) + \lambda_d E(S_d)$ 이다.

(3) 임의의 command의 평균 대기시간

$$W_e = \frac{\lambda_s}{\lambda_s + \lambda_d} W_{e, \text{single}} + \frac{\lambda_d}{\lambda_s + \lambda_d} W_{e, \text{dual}} \dots (5)$$

위 식 (3)과 (4)의 결과에서 우리는 직관적으로 dual command의 대기시간이 single command의 대기시간보다 작다는 것이 수리적으로 표현됨을 알 수 있다. storage와 retrieval의 평균 대기시간은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\lambda_1 \lambda_s}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} : \text{single이면서 storage command일 확률}$$

$$\frac{2\lambda_1 \lambda_d}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} : \text{dual이면서 storage command일 확률}$$

$$\frac{\lambda_2 \lambda_s}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} : \text{single이면서 retrieval command일 확률}$$

$$\frac{2\lambda_2 \lambda_d}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} : \text{dual이면서 retrieval command일 확률}$$

(3) Storage command의 평균 대기시간

$$W_{e(1)} = \frac{\lambda_1 \lambda_s}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} W_{e(s)} + \frac{2\lambda_1 \lambda_d}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} W_{e(d)} \dots (5)$$

(4) Retrieval command의 평균 대기시간

$$W_{e(2)} = \frac{\lambda_2 \lambda_s}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} W_{e(s)} + \frac{2\lambda_2 \lambda_d}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2} W_{e(d)} \dots (6)$$

3.2 평균 고객수

(1) 대기중인 평균 dual command의 수

$$L_d = \lambda_d \left\{ \frac{\lambda_d E(S_d^2) + \lambda_s E(S_s^2)}{2(1-\rho_d)} + E(S_d) \right\} \dots (7)$$

(2) 대기중인 평균 single command의 수

$$L_s = \lambda_s \left\{ \frac{\lambda_d E(S_d^2) + \lambda_s E(S_s^2)}{2(1-\rho_d)(1-\rho)} + E(S_s) \right\} \dots (8)$$

시스템 내 전체 평균 고객수를 L , storage와 retrieval command의 평균 고객수를 각각 L_1 , L_2 라 한다면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(3) 시스템 전체 평균 고객수

$$L = L_s + 2L_d - \lambda_s \left\{ \frac{\lambda_d E(S_d^2) + \lambda_s E(S_s^2)}{2(1-\rho_d)(1-\rho)} + E(S_s) \right\} + 2\lambda_d \left\{ \frac{\lambda_d E(S_d^2) + \lambda_s E(S_s^2)}{2(1-\rho_d)} + E(S_d) \right\} \dots (9)$$

(4) storage command의 평균 고객수

$$L_1 = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) (L_s + 2L_d) \dots (10)$$

(5) retrieval command의 평균 고객수

$$L_2 = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) (L_s + 2L_d) \dots (11)$$

4. 결론

본 논문에서 unit-load AS/RS에 대한 성능 분석에 대한 방법을 제시하였다. 우리는 S/R machine이 single command를 서비스 할 때와 dual command를 서비스 할 때에 서로 다른 서비스 시간 분포를 따른다고 가정하였으며, 이탈시점에서의 고객수 확률을 이용하여 storage와 retrieval command의 도착률을 single과 dual command의 도착률로 바꾸어 시스템을 변형시켰다. 이 변형된 시스템은 근사적으로 single과 dual command의 도착률이 포아송 과정을 따른다고 하였을 때 우선순위를 가지는 비축출형 M/G/1 모형으로 볼 수 있다. Dual command는 single command에 비해 우선순위를 가진다고 볼 수 있는데, S/R machine은 storage와 retrieval command 둘 다 대기행렬에 존재할 경우 둘을 같이 서비스하기 때문이다. 이와 같은 모형에서 우리는 single과 dual command의 대기시간 및 고객수를 구할 수 있고, 이를 통해 storage와 retrieval command의 대기시간과 평균 고객수 그리고 전체 평균 고객수를 제시한다. 추후 연구과제로는 임의시점에서의 고객수 분포를 구하는 것이다.

참고 문헌

- [1] 이호우, 대기행렬 이론, 시그마프레스, 1998
- [2] Bozer Y. A. and White J. A. Design and performance models for end-of-aisle order picking systems. Management Science, 1990, 36 (7): 852-866
- [3] Lee H. F. Performance analysis for automated storage and retrieval systems. IIE Transactions, 1997, 29: 15-28
- [4] Lim, S., Hur, S., Lee, M. H. and Lee, Y. H. M/G/1 queueing model for the performance estimation of AS/RS. Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers. 2001. 27(1): 111-117
- [5] Hur, S. and Choi, H. An analysis of AS/RS performing both single and dual commands, 한국산업경영시스템학회 추계학술대회 논문집, 2002