한국경영과학회/대한산업공학회 2003 춘계공동학술대회
2003년 5월 16일-17일 한동대학교(포항)

유클리디언 스타이너 문제에 대한 진화해법의 개발
Developing An Evolution Programming for the Euclidean Steiner Tree Problem

양병학*,김성철**
Yang Byoung Hak, Kim Sung Chul

*경원대학교 산업공학과 부교수
경기도 성남시 수정구 복정동 산65
전화:031-750-5368, 팩스:031-750-5273
byang@mail.kyungwon.ac.kr
**경원대학교 산업공학과

Abstract

The Euclidean steiner tree problem (ESTP) is to find a minimum-length euclidean interconnection of a set of points in the plane. It is well known that the solution to this problem will be the minimal spanning tree (MST) on some set steiner points, and the ESTP is NP-complete. The ESTP has received a lot of attention in the literature, and heuristic and optimal algorithms have been proposed. In real field, heuristic algorithms for ESTP are popular. A key performance measure of the algorithm for the ESTP is the reduction rate that is achieved by the difference between the objective value of the ESTP and that of the MST without steiner points. In recent survey for ESTP, the best heuristic algorithm showed around 3.14% reduction in the performance measure. We present a evolution programming (EP) for ESTP based upon the Prim algorithm for the MST problem. The computational results show that the EP can generate better results than already known heuristic algorithms.

1. 서론

평면상의 유클리디언 스타이너 문제(ESTP: Euclidean Steiner Tree Problem)란 평면상에 n개의 기본점에 의한 집합 V가 주어졌을 때, V에 속한 모든 점을 연결하는 최소비용나무를 구하되 임의의 추가점을 허용하는 문제이다. 이때 임의의 추가점을 스타이너점이라 하고 그 집합을 S라 한다. 만약 스타이너점의 추가를 허용하지 않는다면 이 문제는 단순한 최소비용나무(MST : Minimum Spanning Tree)문제가 된다. 또한 S가 확정된 상태에서의 ESTP의 해는 V US에 대한 MST로 구할 수 있음은 잘 알려져 있다. 스타이너 문제의 종류로는 크게 평면상의 스타이너 문제와 그래프 상의 스타이너 문제 (GSTP : Graphical Steiner Tree Problem)로 나뉜다. 평면상의 문제는 다시 점과 점사이의 거리를 직선거리로 구하는 ESTP와 직각거리로 구하는 직각거리 스타이너 문제(RSTP: Rectilinear Steiner Tree Problem)로 나뉜다. 본 연구에서는 그중 ESTP를 다루려고 한다.

설비 배치 문제 중 설비가 선적 구조(line structure)형태를 이루는 경우가 많이 있다. 예를 들어 도로망, 수도망, 전기망, 가스망, 통신망 등의 설비는 선적 구조의 대표적인 형태이다. 연결하고 싶은 도시나 통신망의 기지국 등이 있고 이를 최소비용으로 연결하는 네트워크를 구성하고 싶을 때 ESPT가 사용될 수 있다.

스타이너 문제의 효율성은 스타이너점 추가에 따른 네트워크 연결비용의 절약값에 의하여 정의된다. 이후 해법의 효율성을 나타내는 절약값은 다음을 의미한다.

$$절약값 = \frac{MSTv - STPv}{MSTv} \times 100$$

$MSTv$ = 기본점만의 MST의 목적함수 값

$STPv$ = STP의 목적함수 값

스타이너 문제의 복잡도는 직선거리(Garey1977b)나 직각거리 (Garey1977a) 모두에서 NP-complete인 것으로 알려져 있다. 직선거리 문제에서 최적해를 구하는 해법으로는 Boyce와 Seery (Boyce1972), Cockayne과 Schiller (Cockayne1972), Winter (Winter1985) 그리고 Cockayne과 Hewgill (Cockayne1992) 등에 의해서 제시되었다. 그들의 연구는 스타이너 문제가 가지고 있는 기하학적 특성을 이용하여 해를 찾아가고 있으나 해결할 수 있는 문제의 최대 크기는 Cockayne이 제시한 해법에서 n=30인 경우이다. 그들의 연구에 의하면 n=23인 경우 SUN3 워크스테이션에서 수행한 연산 시간이 440,000초 정도가 걸린 것으로 보고 되고 있다 (Cockayne1992).

따라서 실용적인 문제를 해결하기 위해서 많은 연구가 휴리스틱 분야에서 수행되고 있다. Chang (Chang1972)은 MST에 스타이너점을 추가하여 비용을 줄여 나가는 휴리스틱 법을 제안하였다. 이 방법은 이후 많은 연구에서 사용되었다. Winter와 Smith(1992)의 연구에 의하면 대부분의 휴리스틱은 최단거리 휴리스틱, 거리 네트워크 휴리스틱 그리고 평균 거리 휴리스틱의 세 가지 형태인 것으로 알려져 있다. 기타의 방법으로는 Lundy (Lundy1985)가 메타 휴리스틱 방법 중 시뮬레이티드 어닐링 방법을 제안하였다. 가장 최근에 ESTP의 휴리스틱 해법들에 대한 문헌조사가 Zachariasen (Zachariasen 1999)에 의해서 이루어 졌는데 그의 연구 결과에 의하면 가장 좋은 휴리스틱 해법의 경우 절약값은 3.1%정도인 것으로 보고 되고 있다.

본 연구에서는 기존의 휴리스틱 해법들보다는 느리지만 해의 질은 우수하고 수행 속도도 최적해법에 비해 빠른 진화해법을 제시하고자 한다.

2. 진화해법

진화해법은 생물의 진화과정(자연선별과 돌연변이)을 모방한 확률적 탐색기법이다. 진화해법의 가장 큰 특징은 고전적 해법들이 하나의 해를 유지하며 이를 개선해 가는 과정이지만 진화해법은 복수개의 잠재해로 이루어진 해집단을 운용하는 것이다. 김여근이 정리한 진화해법의 절차에 따르면 진화해법은 문제의 잠재해를 표현한 개체들로 이루어진 모집단을 가지고 시작한다. 모집단은 매 세대마다 일정수의 개체를 유지하고 매 세대마다 각 개체의 적응도를 평가하여 다음 세대에 생존할 개체들을 확률적으로 선별한다. 선별된 개체들 중 일부의 개체들이 서로 교배하여 새로운 개체를 생성하고, 일부개체는 돌연변이를 통해 변경한다. 즉, 선별을 통해 우수한 개체를 다음 세대로 상속시키고, 교배와 돌연변이를 통해 새로운 해를 탐색하는 과정이다. 이러한 진화과정을 종료조건이 만족될 때까지 반복하여 해법 진행 중 발생한 최우수해를 찾아내는 것이 진화해법이다. 진화해법은 그 개념과 이론이 단순하고 해의 탐색성능이 우수하여 많은 최적화 문제에 다양하게 적용하고 있다(김여근1997). STP문제에서 유전 해법 또는 진화 해법을 사용한 예로는 Saltouros (Saltouros 2000) 연구나 Kapsalis (Kapslais1993)등의 연구 있는데 두 연구 모두 GSTP에 관한 연구이다. ESTP에 관한 연구로는 Hesser (Hesser1993)와 김성철(김성철2000)의 연구가 알려져 있다. Hesser의 연구를 요약하면 먼저 개체는 스타이너점의 공간상의 좌표를 이진배열로 표현하였다. 이때 이진배열

은 정확히 n개의 스타이너점에 대한 공간상의 위치를 표현하고 있다. 교차와 돌연변이는 표준적인 유전해법의 절차를 따르고 있으며 25개의 기본점으로 구성된 문제에 대한 실험을 실시하였다. 그들은 기존의 휴리스틱해법과 제시한 유전 해법을 비교했는데 기존의 휴리스틱에 비해서 더 좋은 결과를 얻지는 못했다. 김성철의 연구는 개체를 실수형으로 표현 했고, 스타이너점의 수를 고정시킨 유전해법을 사용하였다. 따라서 최적 스타이너점을 찾기 위해서 유전 해법을 반복적으로 수행해야만 했다. 우리는 ESTP의 특성을 살린 진화해법을 제시하여 기존의 휴리스틱보다 우수한 진화해법을 제시하도록 하였다. 본 연구에서 제시한 진화 해법은 다음과 같다.

2.1 개체 표현

우리는 ESTP의 한 해인 스타이너점들에 대하여 스타이너점의 개수 m과 공간상의 좌표들을 진화해법의 개체로 정의하여 다음과 같이 실수 값의 배열로 표현하였다.

$$\{m,(X_1,Y_1),(X_2,Y_2),...(X_m,Y_m)\}$$

단, (X_j,Y_j)는 j번째 스타이너점의 $(X,\ Y)$좌표이고 m은 스타이너점의 수.

이때 각 개체의 스타이너점의 수는 동일하지 않다. 또한 적절한 스타이너점의 수도 알려져 있지 않으므로 해를 진행하는 과정에서 스타이너점의 수와 공간상의 위치를 동시에 탐색하는 진화해법을 제시하였다.

2.2 평가함수와 선별

개체를 평가하기 위해서는 스타이너점과 기본점을 모두 연결하는 MST 문제를 해결해야 한다. MST 문제를 해결하는 방법으로는 Prim해법 (Prim1957)과 Kruscal해법(Kruscal1956)이 대표적인데 점에 연결된 호의 빈도가 높은 경우에는 Prim해법이 빠른 것으로 알려져 있다(강맹규 1991). ESTP는 점과 나머지 점이 모두 연결되어 호의 발생 빈도가 매우 높은 경우로 Prim해법이 우수할 것으로 판단된다. Prim해법의 절차는 다음과 같다. 먼저 임의의 한 점에서 시작하여 이에 인접한 최소비용의 호를 선정한다. 이에 의해 두 개의 점으로 구성된 부분 나무가 형성되는데 다음에는 이 두 점에 인접한 최소비용(거리)의 호를 선정한다. 이에 의해 세 개의 점으로 구성된 부분 나무가 형성된다. 이후에는 부분 나무에 속한 점들과 인접점 중에서 최소비용의 호를 선정하여 그 호를 부분 나무에 추가한다. 이런 과정을 모든 점이 부분 나무에 포함될 때까지 반복하면 MST가 구해진다.

각 개체에 대한 평가가 이루어지면 토너먼트 선별을 사용하였다. 토너먼트 선별은 평가값을 재구성하는 어려움이 없고 토너먼트의 크기를 조정하여 모집단의 다양성을 조절할 수 있는 것으로 알려져 있다(김여근1997). 토너먼트 선별이란 모집단내의 개체 중 선별개수(k) 만큼을 선택하여 그 중에서 목적함수값이 가장 우수한 개체를 선별하여 다음 세대로 상속하는 것이다. 토너먼트 크기를 k라 하고 토너먼트 선별의 과정을 살펴보면 다음과 같다.

단계1. 부모 모집단에 있는 모든 개체를 임의의 순서로 재배열하고 이를 선별용 집단이라 한다.
단계2. 선별용 집단에서 처음 k개의 개체를 비교하여 그 중 가장 좋은 개체를 선별해서 자식 모집단에 상속시킨다. 비교된 개체는 선별용 집단에서 제거한다. 선별용 집단에 비교할 개체가 더 이상 없을 때까지 단계2를 반복한다.
단계3. 자식 모집단의 개체가 모두 구해졌으면 단계를 종결하고 아직 다 구해지지 않았으면 단계1로 간다.

토너먼트 크기 k는 통상 2를 사용하고 있다.

2.3 교차

교차는 두 개체의 성질을 교배를 통해 변경 및 전수시키는 기법이다. 본 연구에서는 두 개체간의 산술교차법으로 다음 세대를 생성하였다. 이때 교차하려는 스타이너점의 수가 달라서 이에 대한 보완이 필요하다. 이를 위해 다음과 같은 교차 전략을 제시하였다.

단계1. 교차를 시행할 두 부모 P_1과 P_2 중 스타이너점의 수가 큰 부모를 P_{max}라하고 나머지를 P_{min}이라 한다.

단계2. P_{max}내의 스타이너점의 순서를 랜덤 하게 재배치한다.
단계3. 재배치된 P_{max}내의 스타이너점 중에서 순서가 앞에 있는 스타이너점들과 P_{min}내의 모든 스타이너점들을 산술교차한다.

예를 들어 설명하면 주어진 두 부모가 P_1-{3,(5,6),(4,7),(3,6)}과 P_2-{2,(6,4),(7,8)}라 하자. 먼저 P_1의 스타이너점이 P_2보다 많으므로 P_1을 P_{max}로 두고 스타이너점들을 랜덤 하게 재배치한다.
P_1-{3,(5,6),(4,7),(3,6)}→
P_{max}-{3,(4,7),(5,6),(3,6)}
다음으로 P_{max}와 P_{min}을 산술교차 한다.
P_{max} -{3,(4,7),(5,6),(3,6)}
↕ ↕
P_{min} -{2,(6,4),(7,8)}

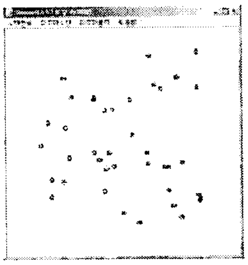


그림 1.a 기본점

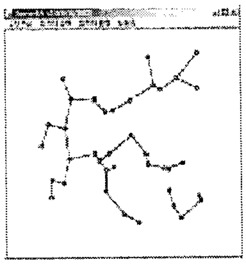


그림1.bMST의 결과

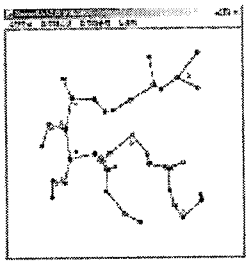


그림1.c 초기해 후보

산술교차에 의하여 자손 O_1과 O_2는 다음과 같이 생성된다.
O_1-(3,α(4,7)+(1-α)(6,4), α(5,6)+(1-α)(7,8), (3,6))
O_2-(2,(1-α)(4,7)+α(6,4), (1-α)(5,6)+α(7,8))
단, $-0.5\le\alpha\le1.5$, α는 랜덤함수에 의해서 결정되는 값.
이때 자손 O_1과 O_2는 스타이너점의 수가 3개와 2개로 각각 부모 P_1과 P_2로부터 그 성질을 상속받았고, 스타이너점의 위치는 P_1과 P_2의 산술교차에 의해서 상속받게 된다.

2.4 돌연변이
일반적으로 진화해법에서 돌연변이란 탐색공간을 다양화하기 위해서 개체를 랜덤 하게 변화시키는 것이다. 돌연변이 전략은 선택된 개체의 선택된 스타이너점의 좌표(X_j, Y_j)를 자신의 좌표값에서 1%이하의 변화를 준 $(X_j+\varepsilon, Y_j+\delta)$로 대체하며 ε과δ는 $0.01\times X_j<\varepsilon<0.01\times X_j$, $0.01\times Y_j<\delta<0.01\times Y_j$,의 범위에서 랜덤함수에 의해서 구해진다.

2.5 삽입전략
삽입 전략은 ESTP의 특성을 고려하여 본 연구에서 도입한 전략이다. 돌연변이 전략만으로는 해의 값(본 문제에서는 스타이너점의 공간상 위치)만을 변경하게 된다. ESTP에서는 결정변수가 스타이너점의 수와 스타이너점의 위치여서 현재의 해에서 새로운 스타이너점을 추가하는 전략을 도입하였다. 선택된 개체에 대하여 임의의 수만큼 스타이너점을 추가하고 추가될 스타이너점의 좌표는 랜덤함수에 의해 결정하였다. 이때 각 개체 중 스타이너점이 추가될 개체를 선택할 비율을 삽입율이라 하였다. 적정한 삽입율은 실험을 통해서 찾아보기로 한다. 또한 선택된 개체에 추가될 스타이너점의 수를 결정하기 위해서 추가율이라는 개념을 도입했다. 추가율은 추가할 스타이너점의 수를 기본점의 수로 나눈 것을 의미한다. 적정한 추가율도 실험을 통하여 찾아보기로 했다.

2.6 초기해

3개의 기본점만을 가진 ESTP문제의 최적해는 토리첼리의 작도법에 의해서 구할 수 있는데 그 절차는 다음과 같다. 각 기본점을 A, B, C 라고 하면 A, B, C를 연결하는 삼각형이 존재한다. 이때 선분 AB, BC, AC 중 하나를 고르고 그 선분을 한 변으로 하는 정삼각형을 삼각형 ABC의 외부에 작도한다. 예를 들어 지금 선분 AB를 고르고 정삼각형 ABX를 만들었다고 해보자. 그리고 남은 정점 C와 X를 맺는 CX와 정삼각형 ABX의 외접원과의 교점을 구한다. 이때 점 S가 구하는 스타이너점이 된다. 이때 스타이너점 S와 각 점A,B,C를 연결하는 선분의 각도는 모두 120°가 되는 성질이 있다. 또한 삼각형 ABC의 한 각이 120°이상인 경우 스타이너점은 존재하지 않게 된다.

이러한 3개의 기본점에 대한 스타이너점을 구하는 토리첼리 작도법을 이용하여 초기해를 구하는 방법을 제시했다.
하나의 초기해를 생성하는 방법은 다음과 같다.

단계1. 기본점만으로 구성된 최소극대나무를 구한다.
단계2. 구해진 최소극대나무에서 직접 연결된 3개의 기본점들을 모두 구한다. 이를 인접기본점쌍이라 하자.
단계3. 각 인접 기본점 쌍에 대하여 토리첼리 작도법으로 스타이너점을 구한다. 이를 스타이너점 후보 집단에 저장한다.
단계4. 각 초기개체에 배정할 스타이너점의 수를 랜덤 함수에 의해서 결정한다.
단계5. 각 개체에 초기해로 배정할 스타이너점을 스타이너점 후보 집단에서 랜덤 하게 추출하여 배정한다.

2.7 해법 수행
지금가지 설명한 각 진화해법의 단계를 종합하면 다음과 같다.

단계1. 초기해 생성법 대로 초기해들을 생성하다.

단계2. 토너먼트 선별을 통하여 현재의 부모 모집단에서 우수한 개체들을 선별하여 자식 모집단을 형성한다.
단계3. 자식 모집단의 모든 개체에 대하여 0에서 1사이의 랜덤 함수 값을 생성시켜 그 값이 산술교차 파라미터 값보다 작은 개체들을 선택한다. 선택된 개체들에 대하여 산술교차를 수행한다.
단계4. 자식 모집단의 모든 개체에 대하여 0에서 1사이의 랜덤 함수 값을 생성시켜 그 값이 돌연변이 파라미터 값보다 작은 개체들을 선택한다. 선택된 개체들에 대하여 돌연변이를 수행한다.
단계5. 자식 모집단의 모든 개체의 스타이너점에 대하여 0에서 1사이의 랜덤 함수 값을 생성시켜 그 값이 스타이너점 삽입 파라미터 값보다 작은 개체들을 선택한다. 선택된 개체들에 대하여 스타이너점 삽입을 수행한다.
단계6. 자식 모집단의 각 개체에 대하여 MST해법을 수행하여 적합도를 평가하고 최우수해를 찾아낸다.
단계7. 최근 100회의 반복수행 중 최우수해의 개선이 없으면 해법을 종료한다. 그렇지 않으면 단계2로 간다.

3. 실험 및 비교분석

기존에 제시된 스타이너 문제의 휴리스틱 해법들 중 가장 우수한 해법인 Zachariasen의 방법과 우리가 제시한 진화 해법의 절약값에 대하여 비교 분석한다. 비교를 위한 실험문제는 대부분의 STP연구에서 표준 문제로 사용하는 OR-Library(Beasely1990)의 STP용 문제를 사용하였다. 표준 문제 집단은 기본점의 크기가 10, 20, 30, ... , 100, 250개 인 경우에 대하여 각각 15개씩으로 구성되어 모두 180개 문제로 구성되어 있다.
비교 분석을 하기 전에 진화해법의 적정 파라미터를 추정하기 위해 예비 실험을 실시했다.

다른 파라미터와의 교호작용을 무시한다는 가정 하에서 각 파라미터별로 우수한 파라미터 영역을 찾아보았다. 이를 위해 STP용 표준 문제에서 문제의 크기가 10개에서 100개까지의 문제 중 각 1개씩의 문제를 선정하여 10개의 예비실험용 STP문제 집합을 구성하였다. 이 문제 집합에 대하여 먼저 교차율은(0.01~0.9)까지에 대하여 실험을 실시하였다.

실험 결과는 [그림2]에 제시되어 있는데 교차율은 0.11에서 절약값 3.1985%로 최대를 나타내고 0.2 이상부터는 크게 감소하는 것을 볼 수 있다. 이에 우리는 교차율로 0.11을 선택하였다.

돌연변이에 대하여도 예비실험용 STP문제집합에 대하여 돌연변이율이 (0.01~0.9)까지에 대한 실험을 실시하였다. 실험결과에 의하면 돌연변이율이 0.01에서 절약값3.023%가 최대이고 이후 절약값이 감소하는 경향을 보이고 있다. 따라서 본 연구에서는 돌연변이율로 0.01을 선택하였다{그림3].

스타이너점 삽입전략에 대하여 예비실험용 STP문제집합에 대하여 삽입율이 (0.01~0.9)까지에 대한 실험을 실시하였다. 실험결과에 의하면 삽입율은 증가함에 따라 절약값이 증가하는 경향을 보이다가 0.37에서 절약값3.21%가 최대이고 이후 안정적인 현상을 보였다. 따라서 본 연구에서는 삽입율로 0.37을 선택하였다. 또한 추가율에 대한 예비실험에서 추가율이 0.11에서 절약값이 최대로 나왔고 추가율이 0.25보다 커지면 절약값이 나빠지는 것으로 분석되었다. 본 연구에서는 추가율로 0.11을 선택하였다[그림3,4].

이상의 실험결과로부터 결정된 STP문제를 위한 진화해법의 파라미터들은 교차율 0.11, 돌연변이율 0.01, 삽입율 0.37 과 추가율 0.11이다. 이 파라미터 값에 따라 OR-Lib의 표준 STP 문제에 대한 실험을 실시하였다. 실험 결과는 다음과 같다.

[표1]에서 Beasley는 Beasley의 휴리스틱 해법, RD는 Zarchariazen의 Repeated descent 휴리스틱, SA는 simulated annealing, TS는 Tabu search를 의미한다. EP는 본 연구에서 제시한 진화해법을 의미하며 OPT는 이미 알려진 최적해를 의미한다. 실험은 기본점의 수가 10개인 경우

[표1] Beasley, Zarchariazen의 해법들과 진화해법의 절약값 비교결과

n	Beasley	RD	SA	TS	GA	OPT
10	3.22	3.23	3.23	3.23	3.25	3.25
20	3.12	3.15	3.16	3.14	3.16	3.16
30	2.95	3.06	3.06	3.02	3.07	3.07
40	2.97	3.12	3.12	3.07	3.14	3.14
50	2.92	3.03	3.02	3.00	3.03	3.03
60	3.18	3.27	3.27	3.21	3.27	3.27
70	2.95	3.11	3.10	3.03	3.11	3.11
80	2.92	3.03	3.03	2.98	3.03	3.04
90	2.95	3.11	3.10	3.02	3.11	3.12
100	3.07	3.25	3.24	3.15	3.26	3.27
250		3.17	3.17	3.08	3.17	3.21
평균	3.03	3.14	3.14	3.08	3.15	3.15

부터 250개인 경우까지 OR-Lib의 표준 문제들에 대하여 실험을 실시하였다. Beasley, RD, SA, TS, OPT의 결과는 같은 문제에 대하여 각각 Beasley [Beasley1994]와 Zarchariazen [Zac1999]가 실험한 결과를 발췌하였다. 먼저 모든 문제의 절약값을 평균한 결과 절약값이 3.15%정도로 다른 모든 해법들보다 우수함을 할 수 있다. 또한 모든 문제의 크기에서도 다른

해법들보다 절약값이 우수하게 나온 것을 알 수 있다. 최적해와의 비교에서 진화해법의 해들이 최적해에 거의 근접한 결과를 보여주고 있다. 그러나 여전히 진화해법의 결과가 최적해를 찾아준다는 것은 보장하지 못하고 있다.

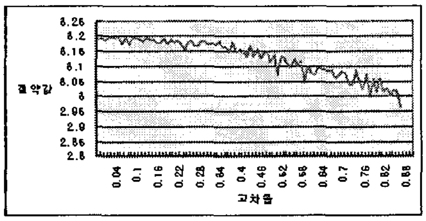
4. 결론

본 연구에서는 직선거리 스타이너문제에 대한 효율적인 진화해법을 개발하려고 했다. 우리는 스타이너 문제의 특성을 이용한 진화해법을 제시하였고 개발된 진화해법과 다른 휴리스틱 해법과의 비교 실험을 통해서, 진화해법이 우수한 해를 제공함을 보였다. 스타이너 문제에는 직각거리 스타이너 문제나 내트워크상의 스타이너 문제 등이 존재하는데 본 연구에서 개발된 진화해법은 약간의 수정 작업을 통해서 그와 같은 분야의 문제에서도 쉽게 적용 가능하다. 그러나 진화해법이 많은 해공간을 탐색하느라 계산 시간상에서는 휴리스틱 해법보다 유리하지 않았다. 이 문제는 앞으로도 해결해야 할 과제라고 판단된다. 해법 진행과정에서 가장 많은 계산 시간을 소요하는 적합도 평가 부분인 MST문제의 해법 분야에서 직각거리 스타이너 문제의 특성을 이용한다면 더욱 개선할 여지가 있다고 판단된다.

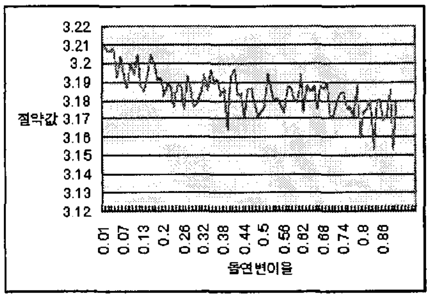
참 고 문 헌

강맹규(1991), 네트워크와 알고리즘, 박영사
김성철(2000), 유전 알고리즘을 이용한 최단 네트워크에 관한 연구, 경원대학교 석사학위 논문
김여근, 윤복식, 이상복(1997), 메타휴리스틱, 영지문화사
Beasley, J. E(1990), "OR-library: Distributing test problems by electronic mail", *Journal of Operational Research Society,* Vol. 41, 1069-1072
Beasley, J. E and F. Goffinet(1994), "A delaunay triangulation-based heuristic for the Euclidean Steiner problem, Networks, Vol. 24, 215-224
Boyce, W. M. and J. B. Seery(1972), "STEINER72, an improved version of Cockayne and Schiller's program STEINER for the minimal network problem", *Computer Science Technical Report Number* ,Vol. *35*, Bell Laboratories
Chang, S. K.(1972), "The generation of minimal trees with a Steiner topology, *Journal of the ACM* ,Vol. *19*, 699-711
Cockayne, E. J. and D. E. Hewgill(1992), "Improved Computation of Plane Steiner Minimal Tree", *Algorithmica* ,Vol. *7*, 219-229
Cockayne, E. J. and D. G. Schiller(1972), "Computation of Steiner minimal trees", in: Ganley, Joseph L.(1999), "Computing optimal rectilinear Steiner trees: A survey and experimental evaluation", *Discrete Applied Mathematics* ,Vol. *90*, 161-171
Garey, M. R. and D. S. Johnson(1977a), "The rectilinear Steiner tree problem is NP-complete", *SIAM Journal on Applied Mathematics* ,Vol. *32*, 826-834
Garey, M. R., L. R. Graham and D. S. Johnson(1977b), "The complexity of computing Steiner minimal trees", *SIAM Journal on Applied Mathematics* ,Vol *32*, 835-859
Hesser, J., R. Manner and O. Stucky(1989), "Optimization of Steiner Trees using Genetic Algorithms", Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithm, 231-236
Kapsalis, A., V.J. Rayward-smith and G.D. Smith(1993), "Solving the Graphical Tree Problem Using Genetic Algorithms", *J. Opl Res. Soc., Vol.44, 397-406*
Kruscal, J. B.(1956), "On the shortest spanning subtree of a graph and travelling salesman problem", *Proceedings of the American Mathematical Society,* Vol. 7, 48-50
Lundy, M.(1985), "Applications of the annealing algorithm to combinatorial problems in statistics", *Biometrika* ,Vol. *72*, 191-198
Prim, R. C.(1957), "Shortest connection networks and some generalizations", *Bell System Technical Journal* ,Vol. 56 ,1389-1401
Saltouros, M.P., E.A. Verentziotis, M.E. Markaki, M.E. Theologou and I.S. Venieis(2000), "An Efficient Hybrid Genetic Algorithm for Finding (Near-)Optimal Steiner Trees: An

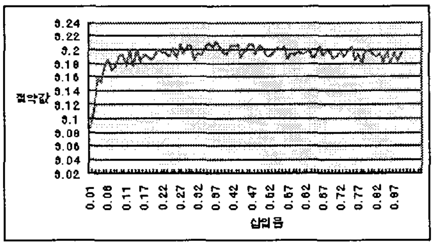
Approach Routing of Multipoint Connections", International Journal of Computers and Applications, Vol. 22, 159-165
Winter, P.(1985), "An algorithm for the Steiner problem in the Euclidean plane", *Networks* ,Vol. *15*, 323-345
Winter, P. and J. M. Smith(1992), "Path-Distance Heuristics for the Steiner Problem in Undirected Networks", *Algorithmica*, Vol. 7, 309-327
Zachariasen, M.(1999), "Local search for the Steiner tree problem in the Euclidean plane", European Journal of Operational Research, Vol.119, 282-300



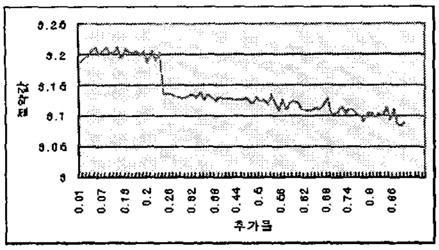
[그림 2] 교차율 예비실험



[그림 3] 돌연변이 예비 실험



[그림 4] 삽입율 예비 실험



[그림 5] 추가율 예비 실험